6 Geradlinige Bewegungen

Diagramme interpretieren und zeichnen

Martin Apolin (Stand Jänner 2011)

A1 In Abb. 1 sind noch einmal die **Bewegungsarten** zusammengefasst. Welche Bewegungsformen sind in Diagrammen darunter dargestellt?

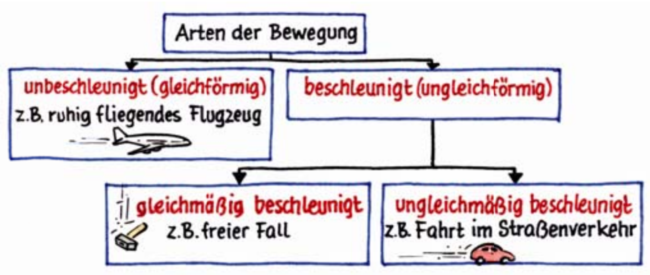


Abb. 1: Die Einteilung der Bewegungsarten (Grafik: Janosch Slama; Abb. 6.1, S. 49)

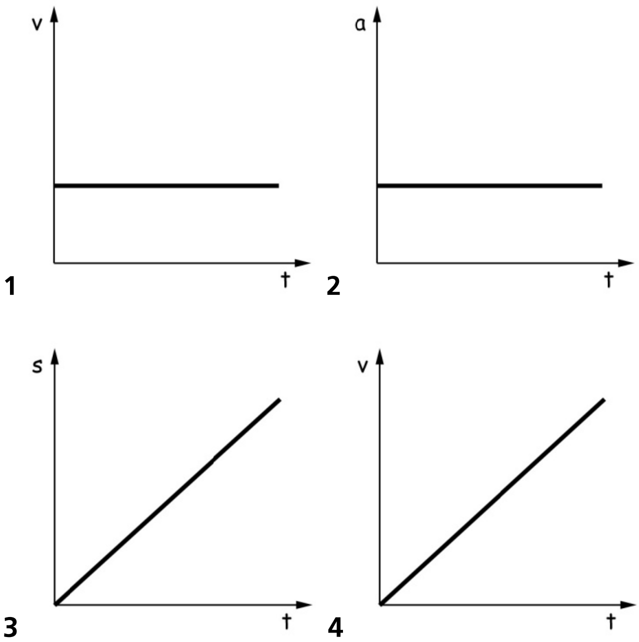


Abb. 2: Überlege, um welche Bewegungen es sich hier handelt. Achte auf die y-Achse!

A2 Abbildung 3 zeigt die Bewegung des **Rennkäfers** (siehe Abb. 6.13, S. 53). Dieses Diagramm soll dir einfache Bewegungen näherbringen und ist daher schematisiert, also vereinfacht. In der Realität ist es nämlich nicht möglich, dass der Käfer oder irgendein anderes Objekt in diesem Universum genau diese Bewegung ausführt. Warum? Wie könnte das Diagramm in der Realität aussehen? Versuche es zu modifizieren.

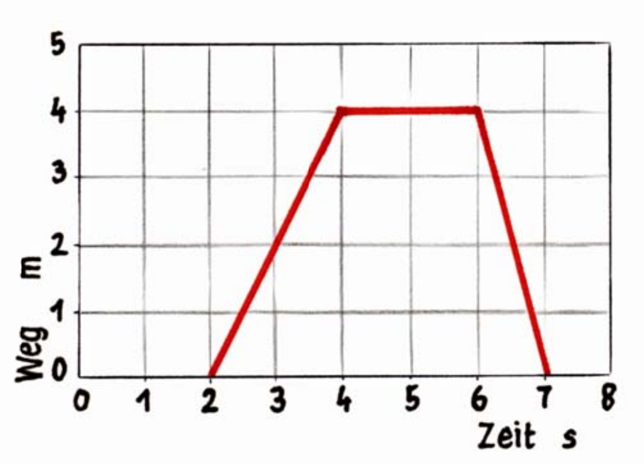


Abb. 3: Die Bewegung des Rennkäfers (Grafik: Janosch Slama; Abb. 6.14, S. 53)

A3 In Abbildung 4 siehst du das ***v-t*-Diagramm** eines Fallschirmspringers. Um welche Bewegungsarten handelt es sich bei den einzelnen durch Buchstaben markierten Abschnitten?

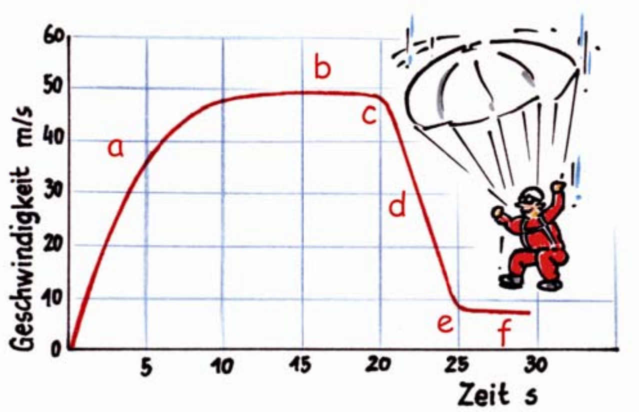


Abb. 4: v-t-Diagramm eines Fallschirmsprunges (Grafik: Janosch Slama; Abb. 6.39, S. 62)

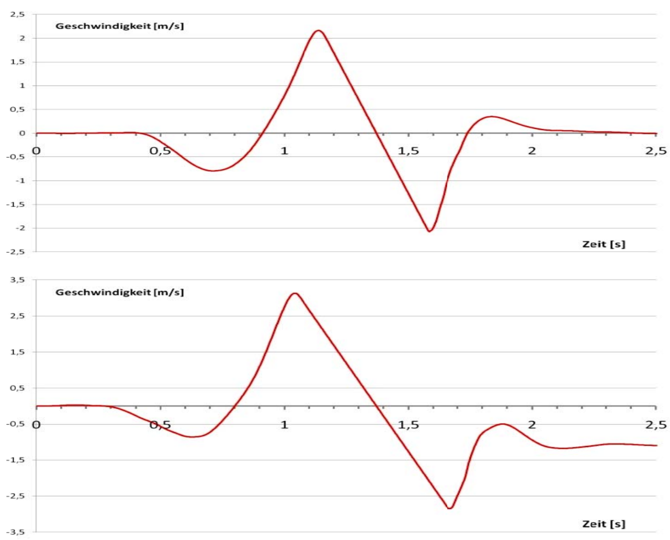


Abb. 5 zu Aufgabe 4

A4 Die beiden Diagramme in Abb. 5 zeigen den Geschwindigkeitsverlauf des Körperschwerpunkts (KSP) bei einem **Strecksprung**. Zeichne die Phasen Absprung, Flug und Landung ein. In einem Fall hat der Sportler beim Aufsprung die Kraftmessplatte nicht gut getroffen. In welchem Fall? Versuche deine Antwort zu begründen.

A5 Abbildung 6 zeigt den Ausschnitt zwischen 1 s und 1,8 s aus Abb. 5 unten. Schätze aus diesem Abschnitt die Fallbeschleunigung *g* grafisch möglichst exakt ab.

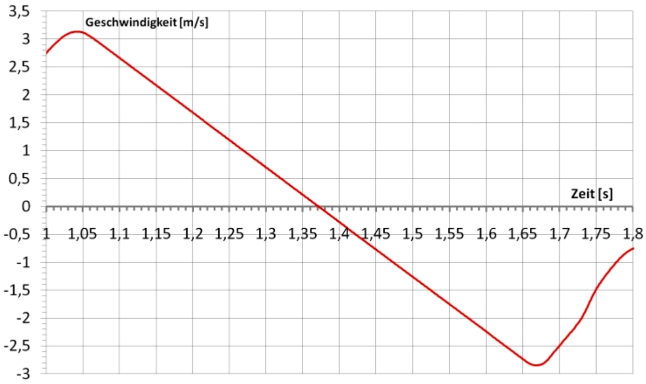


Abb. 6: vergrößerter Ausschnitt aus Abb. 5 oben.

A6 a In Abb. 7 siehst du den **Geschwindigkeitsverlauf beim 100-m- und 200-m-Sprint**. In welche Abschnitte kann man den Sprint einteilen und welche Bewegungsformen liegen vor? Wie groß ist die größte Beschleunigung etwa? Löse grafisch!

b Wie groß ist die Beschleunigung des Sprinters im Vergleich zur durchschnittlichen Beschleunigung eines Auto der Kompaktklasse, etwa einem VW Golf mit 66 kW, der von 0 auf 100 km/h in 12,4 Sekunden beschleunigt? Gib vor deiner Rechnung einen Tipp ab.

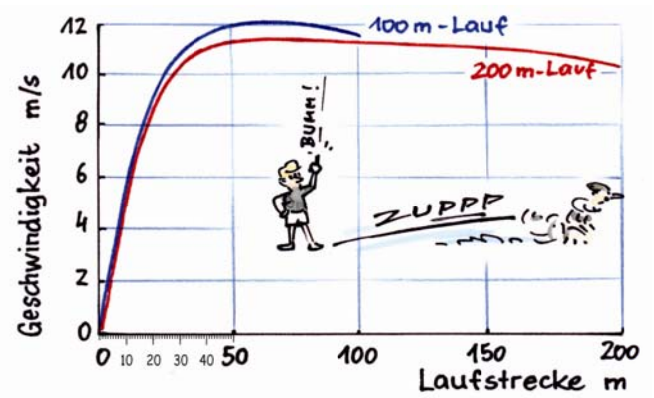
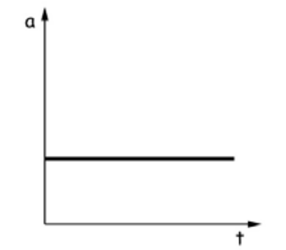
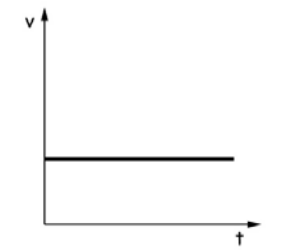
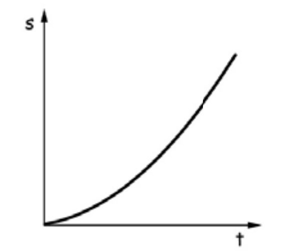


Abb. 7: Geschwindigkeitsverlauf beim 100-m- und 200-m-Sprint (Grafik: Janosch Slama; Abb. 6.42, S. 63)

A7 Was könnten die folgenden Diagramme beschreiben (Mehrfachnennungen sind möglich):

a 1) ein ruhig fliegendes Flugzeug 2) einen frei fallenden Gegenstand 3) eine Rakete beim Start	
b 1) ein ruhig fliegendes Flugzeug 2) einen frei fallenden Gegenstand 3) eine Rakete beim Start	
c 1) ein ruhig fliegendes Flugzeug 2) einen frei fallenden Gegenstand 3) eine Rakete beim Start	

A8 In Tabelle 1 siehst du Daten eines **Sportwagens** beim Start zu einem Rennen.

v [m/s]	0	10	20	29	37	50	59	64	65	65
t [s]	0	1	2	3	4	6	8	10	12	14

Tabelle 1: Geschwindigkeit eines Sportwagens beim Beschleunigen

a Wie groß ist die Beschleunigung im Schnitt in der ersten, zwischen der zweiten und dritten und zwischen der 13. und 14. Sekunde?

b Zeichne mit diesen Werten ein *v*-*t*-Diagramm in Excel. Lege ein Polynom 4. Grades durch die Werte.

c! Berechne nun die Beschleunigung. Dazu musst du die oben gefundene Funktion nach der Zeit ableiten: $a = dv/dt$. Erstelle mit der neu gefundenen Funktion ein *a*-*t*-Diagramm von 0 bis 13 Sekunden.

d Berechne die Beschleunigung des Autos numerisch. Dazu verwendest du das Polynom 4. Grades aus **b**. Erstelle in Excel eine Spalte für die Zeit mit einem Zeitinkrement (also einem Δt) von 0,1 s. Erstelle eine zweite Spalte, in der du die Geschwindigkeit zum jeweiligen

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4

Zeitpunkt mit Hilfe des Polynoms berechnest. Erstelle eine dritte Spalte, in der du die Beschleunigung berechnest: $a = \Delta v/\Delta t$. Die ersten 5 Zeilen sind in Tab. 2 eingetragen. Zeichne mit den berechneten Daten ebenfalls eine Grafik. Das Ergebnis entspricht mit minimalen Unterschieden Aufgabe c.

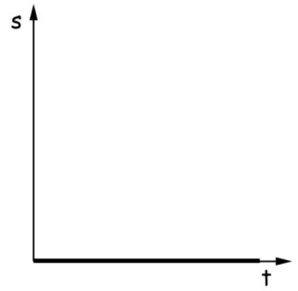
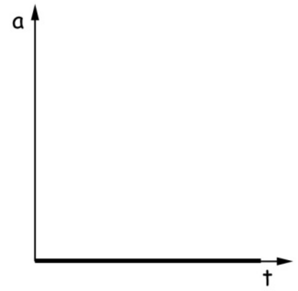
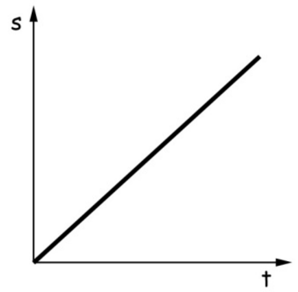
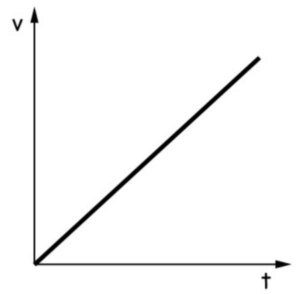
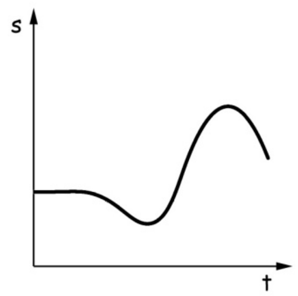
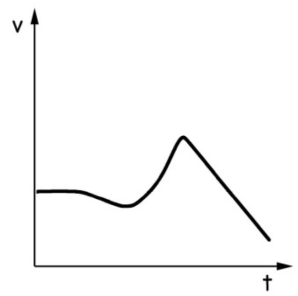
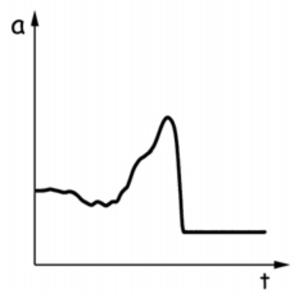
Zeit [s]	v [m/s]	$a = \Delta v/0{,}1$ s [m/s²]
0	-0,0526	
0,1	0,98828757	10,4088757
0,2	2,02598192	10,3769435
0,3	3,06023357	10,3425165
0,4	4,09079712	10,3056355

Tab. 2: Die Geschwindigkeit in der zweiten Spalte wurde mit Hilfe des Polynoms $\boldsymbol{v} = 0{,}0017 \cdot t^4 - 0{,}0426 \cdot t^3 - 0{,}147 \cdot t^2 + 10{,}424 \cdot t - 0{,}0526$ berechnet. Dass der Wert zur Zeit 0 nicht exakt null ist, liegt daran, dass die Kurvenanpassung nicht zu 100 % perfekt ist.

e Berechne nun den zurückgelegten Weg. Berechne dazu in Excel die Durchschnittsgeschwindigkeit in den ersten 13 Sekunden und verwende dann die Gleichung $v = s/t$, indem du sie umformst.

f Berechne den zurückgelegten Weg durch numerische Integration. Dabei berechnest du die Fläche unter der v-t-Kurve. Nimm dazu an, dass die Geschwindigkeit für jeweils 0,1 Sekunden konstant ist. Berechne den jeweils in dieser Zeit zurückgelegten Weg und summiere alle diese Wegstücke. Vergleiche den so gefundenen Wert mit Aufgabe e.

A9 Vervollständige Tabelle 3 unten.

<table>
<tr>
<td>Ruhe
s = konstant = 0
$\Delta s = 0$
daher
$v = \Delta s/\Delta t$ = konstant = 0
$\Delta v = 0$
daher
$a = \Delta v/\Delta t$ = konstant = 0</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>gleichförmige Geschwindigkeit
Beispiel:
$s \sim t$
Δs = konstant
daher
$v =$
$\Delta v =$
daher
$a = \Delta v/\Delta t =$</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>gleichmäßige Beschleunigung
Beispiel:
$s \sim t^2$
$v \sim$
daher
$a = \Delta v/\Delta t =$</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Beschleunigung
Beispiel: Strecksprung
s = nicht konstant
$v =$
$a =$</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Tab. 3

Hilfe und Lösungen

Hilfe zu A1: 1+3) unbeschleunigte (gleichförmige) Bewegung; 2+4) gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Hilfe zu A2: Es ist unmöglich, dass eine Linie im *s-t*-Diagramm scharfe Knicke hat, in diesem Fall bei den Sekunden 2, 4, 6 und 7. Das würde nämlich bedeuten, dass sich die Geschwindigkeit instantan, also quasi in Nullzeit, von einem Wert auf den anderen verändert. Und das würde einer unendlichen Beschleunigung entsprechen. Mathematisch ausgedrückt: $a = \Delta v/\Delta t = \Delta v/0 = \infty$. Wenn du also ein *s-t*-Diagramm mit scharfen Ecken siehst, ist dieses immer schematisiert. In der Realität sind die Übergänge immer rund.

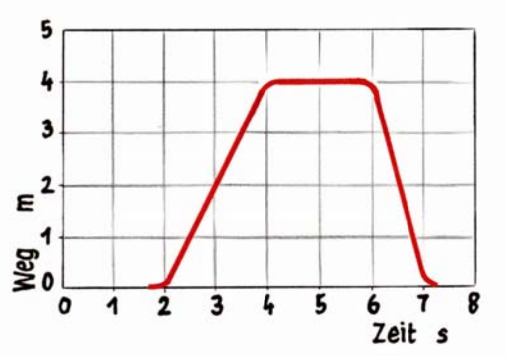


Abb. 8: Realistische Version zu Abb. 3

Hilfe zu A3: a) ungleichmäßige Beschleunigung: die Beschleunigung beginnt mit *g*, sinkt aber am Ende gegen null ab; b) unbeschleunigt (gleichförmige Geschwindigkeit); c+d+e) ungleichmäßige Beschleunigung, während sich der Fallschirm öffnet und die Geschwindigkeit abgebremst wird; e) unbeschleunigte Bewegung.

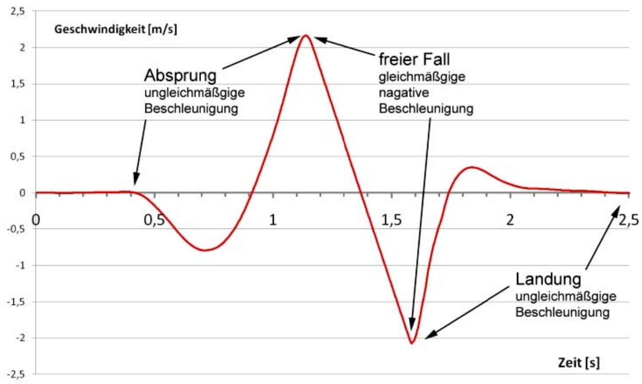


Abb. 9

Hilfe zu A4: In Abb. 9 sind die einzelnen Phasen des Absprungs eingezeichnet. Streng genommen dauert die Phase des Absprungs einen Tick länger, nämlich etwas über die Maximalgeschwindigkeit hinaus. Der Grund ist der, dass ab dem Zeitpunkt, an dem die gemessene Kraft unter das Gewicht sinkt, bereits eine Abbremsung erfolgt. Den exakten Zeitpunkt kann man aus diesem Diagramm jedoch nicht ersehen, weil man dazu die Aufzeichnung des Kraftstoßes braucht (siehe Abb. 2 bis 4 im PDF *Jump-and-Reach-Test Teil 2* im Download zu Kapitel 10).

In der oberen Grafik in Abb. 5 ist die Geschwindigkeit nach dem Aufsprung wieder null. Der Springer steht wieder ruhig da. In der unteren Grafik zeigt der Verlauf eine Geschwindigkeit von etwa -1 m/s, was einigermaßen seltsam erscheint. Wie kam es zu dieser Aufzeichnung? Der Springer hat die Kraftmessplatte beim Aufsprung nicht komplett getroffen, ein Teil des Impulses wurde nicht aufgezeichnet. Die Kurve ist daher ein Artefakt. So bezeichnet man in der Messtechnik ein unechtes, durch Eigenschaften der Methode hervorgerufenes Ergebnis. Um zu sinnvollen Kurven zu kommen, muss man daher darauf achten, dass die Springer die Platte wieder komplett treffen.

Hilfe zu A5: $a = \Delta v/\Delta t$. a ist daher gleich der Steigung der Geraden im Diagramm. Um die Steigung gut abschätzen zu können, solltest du dir Punkte suchen, die entweder auf den senkrechten oder waagrechten Hilfslinien liegen, damit eine der beiden Koordinaten möglichst exakt ist. Die andere muss dann geschätzt werden, weil sie zwischen den Markierungen liegt. In unserem Beispiel ist $a = (-2{,}73\ \text{m/s} - 3\ \text{m/s})/(1{,}65\ \text{s} - 1{,}065\ \text{s}) = -9{,}795\ \text{m/s}^2$

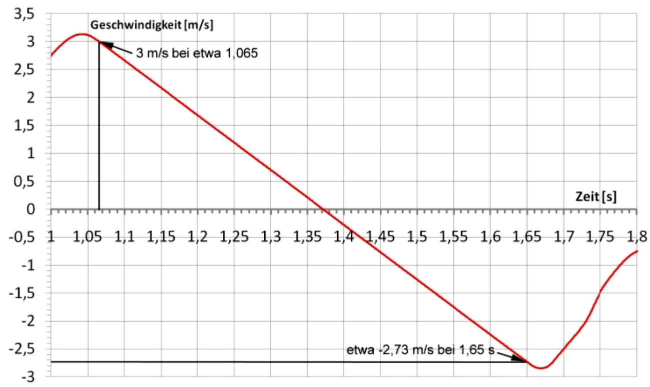


Abb. 10

Hilfe zu A6: Im Prinzip gibt es nur zwei Phasen: Eine positive Beschleunigung (bis etwa 60 m) und eine negative Beschleunigung (ab etwa 60 m). In beiden Fällen handelt es sich um ungleichmäßige Beschleunigungen, man kann jedoch vereinfacht den Beginn bis zumindest 10 m als gleichmäßige Beschleunigung annehmen. In den Sportwissenschaften spricht man auch noch von der Phase der gleichbleibenden Geschwindigkeit. Tatsächlich ist es auch so, dass vor allem beim 200-m-Lauf die Geschwindigkeit nur geringfügig absinkt. Physikalisch exakt ist das aber natürlich nicht.

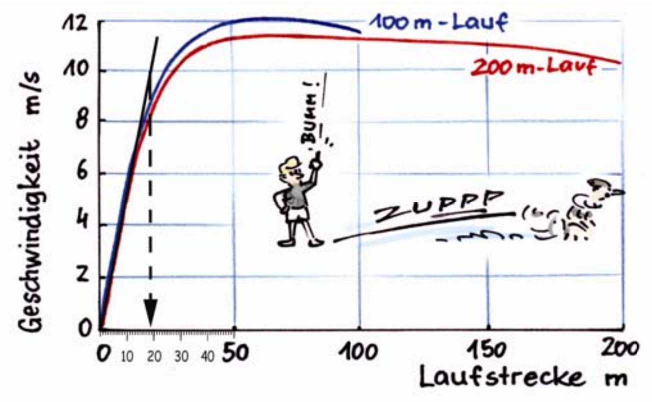


Abb. 11: Geschwindigkeitsverlauf beim 100-m- und 200-m-Sprint. (Grafik: Janosch Slama; Abb. 6.42, S. 63).

Wenn man vereinfacht die ersten 10 m als gleichmäßige Beschleunigung betrachtet und annimmt, dass in dieser Zeit die Geschwindigkeit linear ansteigt, kann man die maximale Beschleunigung abschätzen. Dazu legt man eine Gerade vom Nullpunkt mit der maximalen Steigung (siehe Abb. 11) und extrapoliert, damit das Ergebnis genauer wird. 10 m/s werden dann auf einer Strecke von etwa 18 m erreicht. Für gleichmäßige Beschleunigungen gilt: — und — (siehe S. 57). Daher ergibt sich für die maximale Beschleunigung 2,8 m/s².

Ein Auto, das von 0 auf 100 km/h (27,8 m/s) beschleunigt, hat eine durchschnittliche Beschleunigung von $a = \Delta v/\Delta t = 2{,}24$ m/s². Ein Weltklassesprinter hängt daher ein Auto der Kompaktklasse zumindest auf den ersten 10 m ab.

Hilfe zu A7: a 2) und 3); **b** 1); **c** 2) und 3)

Hilfe zu A8: $a = \Delta v/\Delta t$. Die durchschnittliche Beschleunigung beträgt daher in der ersten Sekunde 10 m/s², zwischen der zweiten und dritten Sekunde 9 m/s² und zwischen der 13. und 14. Sekunde 0 m/s².

b: Die Auswertung der Daten sollte so aussehen wie in Abb. 12. Das Polynom 4. Grades hat folgende Form:

$y = 0{,}0017x^4 - 0{,}0426x^3 - 0{,}147x^2 + 10{,}424x - 0{,}0526$

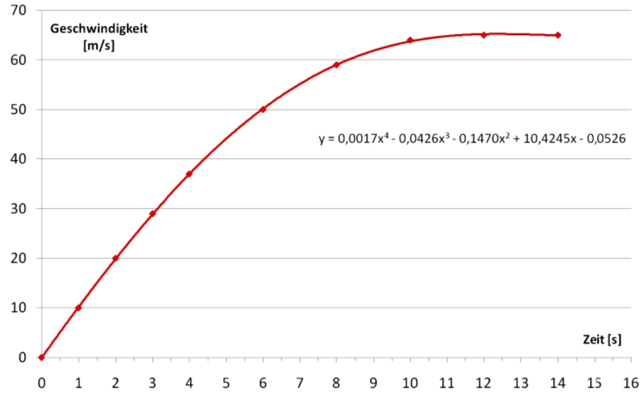


Abb. 12

c: y steht für die Geschwindigkeit v, x für die Zeit t. Man kann daher auch schreiben:

$v = 0{,}0017 \cdot t^4 - 0{,}0426 \cdot t^3 - 0{,}147 \cdot t^2 + 10{,}424 \cdot t - 0{,}0526$

$a = dv/dt = 0{,}0068 \cdot t^3 - 0{,}1278 \cdot t^2 - 0{,}294 \cdot t + 10{,}424$

Wenn du mit dieser Funktion einen Graphen in der Zeit zwischen 0 und 13 Sekunden zeichnest, sieht das so aus:

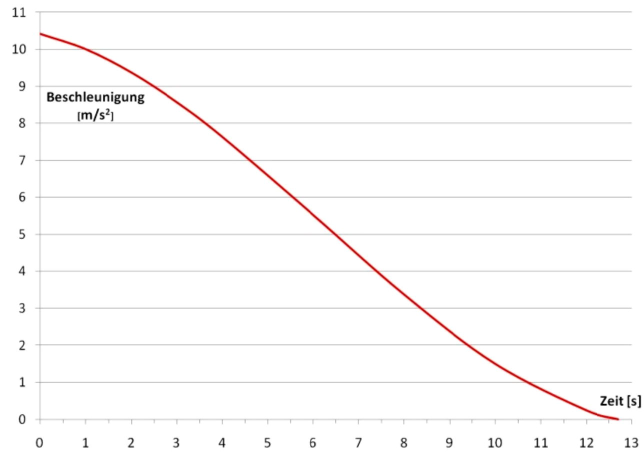


Abb. 13

e: Die Durchschnittsgeschwindigkeit in den ersten 13 Sekunden beträgt 45,64 m/s. Aus der Gleichung folgt für den zurückgelegten Weg $s = v \cdot t = 593{,}32$ m.

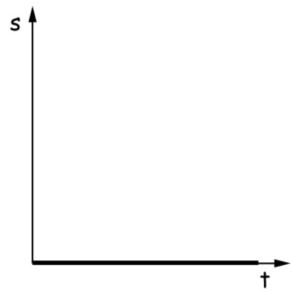
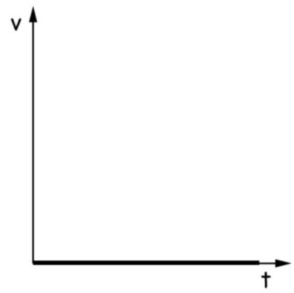
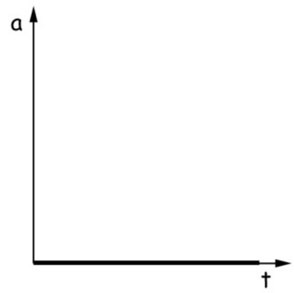
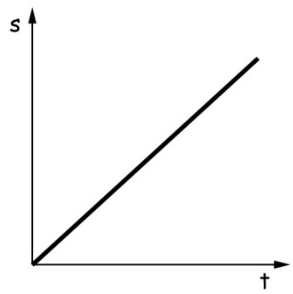
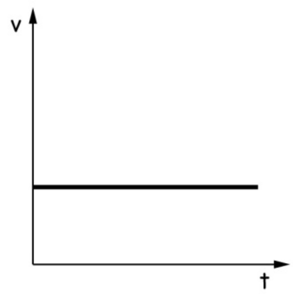
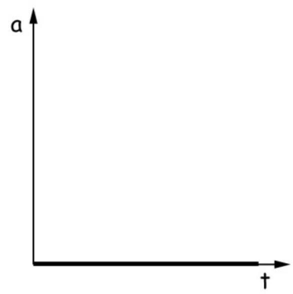
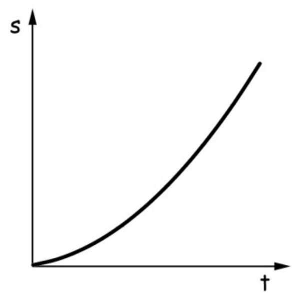
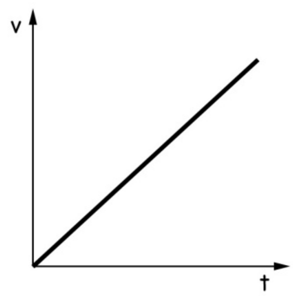
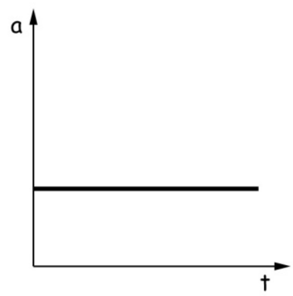
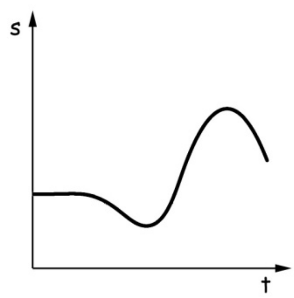
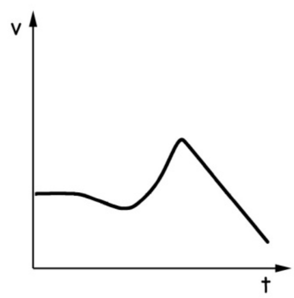
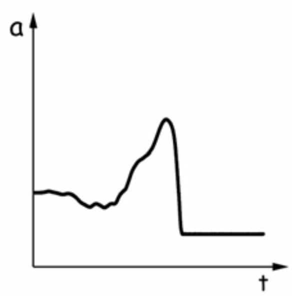
f: Tabelle 4 (nächste Seite) zeigt die ersten 5 Zeilen der gesuchten Lösung. s_1 ist dabei der Weg nach 0,1 s, s_2 der Weg nach 0,2 s und so weiter. Die Aufsummierung bis zur 13 Sekunde ergibt 594,56 m, stimmt also mit dem Ergebnis oben auf 0,2 % überein.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4

Zeit [s]	*v* [m/s]	$a = \Delta v/0{,}1$ s [m/s²]	*s* [m]
0	-0,0526		0
0,1	0,988	10,409	$s_1 = 0{,}988 \cdot 0{,}1 = 0{,}047$
0,2	2,026	10,377	$s_2 = s_1 + 2{,}026 \cdot 0{,}1 = 0{,}197$
0,3	3,060	10,343	$s_3 = s_2 + 3{,}060 \cdot 0{,}1 = 0{,}452$
0,4	4,091	10,306	$s_4 = s_3 + 4{,}091 \cdot 0{,}1 = 0{,}809$

Tab. 4 (siehe auch Tab. 2)

Hilfe zu A10

Ruhe s = konstant = 0 $\Delta s = 0$ daher $v = \Delta s/\Delta t$ = konstant = 0 $\Delta v = 0$ daher $a = \Delta v/\Delta t$ = konstant = 0			
gleichförmige Geschwindigkeit **Beispiel: Flugzeug** $s \sim t$ Δs = konstant daher v = konstant $\Delta v = 0$ daher $a = \Delta v/\Delta t$ = konstant = 0			
gleichmäßige Beschleunigung **Beispiel: freier Fall** $s \sim t^2$ $v \sim t$ daher $a = \Delta v/\Delta t$ = konstant			
ungleichmäßige Beschleunigung **Beispiel: Strecksprung** s = nicht konstant v = nicht konstant a = nicht konstant			

Tab. 5