

825

a)

$$A = (-1|2|3) \quad B = (-3|-5|1) \quad C = (-3|-2|-1) \quad S = (3|6|9)$$

1.Art:

Bestimmung der Trägerebene e des Dreiecks ABC:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$e: \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad e: 10x - 2y - 3z = -23$$

Normale n auf e durch S:

$$n: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$n \cap e$:

$$10(3 + 10t) - 2(6 - 2t) - 3(9 - 3t) = -23 \quad \rightarrow \quad t = -\frac{14}{113}$$

$$F = \left(\frac{199}{113} \mid \frac{706}{113} \mid \frac{1059}{113} \right)$$

Berechnung der Körperhöhe des Tetraeders:

$$\overrightarrow{SF} = \begin{pmatrix} -\frac{140}{113} \\ \frac{28}{113} \\ \frac{42}{113} \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad h = |\overrightarrow{SF}| \approx 1,32$$

$$G = \frac{|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|}{2} = \frac{\sqrt{20^2 + 4^2 + 6^2}}{2} \approx 10,63$$

$$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{10,63 \cdot 1,32}{3} \approx 4,67$$

2.Art:

Volumen des Tetraeders mit Vektor-Volumensformel

$$V = \frac{1}{6} \cdot |(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AS}| = \frac{1}{6} \cdot \left| \begin{pmatrix} 20 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{6} \cdot 28 \approx 4,67$$

