

Die lenzsche Regel und das Minuszeichen im Induktionsgesetz

Gegenstand:

Im Oberstufenunterricht wird im Rahmen der Elektrodynamik die lenzsche Regel (in manchen Büchern auch "lenzsches Gesetz" genannt) formuliert. Nach der lenzschchen Regel sind induzierte Ströme so gerichtet, dass sie die Bewegung, durch welche sie erzeugt werden, zu hemmen versuchen, oder dass das Magnetfeld des induzierten Stroms die Änderung des bestehenden Feldes hindert. Die lenzsche Regel macht eine Aussage über die Richtung eines Vektors: des Stromdichtevektors eines induzierten elektrischen Stroms.

Außerdem versucht man zu zeigen, wie das Minuszeichen im Induktionsgesetz

$$U = -n \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

aus der lenzschchen Regel folgt. Die Argumentation geht etwa so: In eine Spule, die an eine Batterie angeschlossen ist, schiebt man einen Eisenkern hinein. Man beobachtet, dass die elektrische Stromstärke für kurze Zeit abnimmt. $d\Phi/dt$ ist positiv (sagt man), die induzierte Spannung negativ, also gehört ein Minuszeichen ins Induktionsgesetz.

Diesem Minuszeichen wird nun gewöhnlich noch eine besondere Bedeutung gegeben, indem man, oft recht ausführlich, zeigt, dass der Energiesatz verletzt wäre, wenn statt des Minus- ein Pluszeichen im Induktionsgesetz stände.

Mängel:

Wir haben es hier mit einem recht komplizierten Geflecht von durch Tradition in den Unterricht gelangten Aussagen einerseits und schlichten Fehlern in der Schlusskette andererseits zu tun.

1. Wenn man ein Vorzeichen in einer Gleichung erklärt, so sollte die Aussage, die das Vorzeichen macht, an Hand der Gleichung selbst nachprüfbar sein. Das Minuszeichen im Induktionsgesetz besagt, dass die induzierte Spannung das zur Änderung des magnetischen Flusses entgegengesetzte Vorzeichen hat. Um diese Aussage zu prüfen, muss man wissen, wie man Flussänderung und elektrische Spannung vorzeichenrichtig messen kann.

Man stelle sich vor, die folgende Flussänderung werde realisiert: Der \mathbf{B} -Vektor weist in die positive x -Richtung und sein Betrag, und damit seine x -Komponente nimmt zu. Welches Vorzeichen hat $d\Phi/dt$? Bleibt das Vorzeichen dasselbe, wenn man das Koordinatensystem um 180° dreht, sodass der \mathbf{B} -Vektor in die negative x -Richtung weist? Dieser Fluss werde nun von einem Leiter umschlungen, der in der y - z -Ebene liegt und durch ein Voltmeter unterbrochen ist. Wie sieht man es dem Voltmeter an, ob die induzierte Spannung positiv oder negativ ist?

Die Schüler lernen nicht, diese Fragen zu beantworten. Daher ist für sie das mühsam erarbeitete Minuszeichen im Induktionsgesetz wertlos.

2. In manchen Büchern begegnet man bei der Herleitung des Minuszeichens einem Fehler. Dieser scheint ein Eigenleben zu führen, denn obwohl man das Minuszeichen auf die unterschiedlichsten Arten begründen könnte, findet man ein bestimmtes Begründungsmuster, mitsamt seinem Fehler immer wieder.

Beim Einschalten des elektrischen Stroms in einer Spule, so liest man, ist $d\Phi/dt > 0$. Dieser Schluss ist nicht korrekt. Der magnetische Fluss hängt mit der Feldstärke zusammen gemäß

$$\Phi = \int \mathbf{B} d\mathbf{A}$$

Da das Flächenelement $d\mathbf{A}$ ein Vektor ist, erhält man den Fluss Φ positiv oder negativ, je nach dem wie man die Integrationsfläche orientiert.

3. Wenn man dem Minuszeichen in einer Gleichung so viel Aufmerksamkeit schenkt, so müssten nicht nur die Minuszeichen, sondern natürlich auch die Pluszeichen in unzähligen anderen Gleichungen einer ähnlichen Betrachtung Wert sein. Was bedeutet es, dass im ohmschen Gesetz, im zweiten newtonschen Gesetz oder in $P = \mathbf{v} \cdot \mathbf{F}$ ein Pluszeichen steht? Und welches Vorzeichen gehört ins hookesche Gesetz? Betrachten wir eine senkrecht hängende Feder. Wir können unter 4 Kräften wählen: die Kraft der Feder auf die obere

Aufhängung, die Kraft der Feder auf die untere Aufhängung, die Kraft der oberen Aufhängung auf die Feder und die der unteren Aufhängung auf die Feder. Alle vier Kräfte sind dem Betrage nach gleich, zwei weisen nach oben, zwei nach unten. Wir haben die Wahl. Obwohl die Frage sicher nicht leichter zu beantworten ist als die nach dem Vorzeichen im Induktionsgesetz, wird sie gewöhnlich recht kurz abgetan.

4. Warum betont man ausgerechnet hier, dass ein falsches Vorzeichen zur Verletzung des Energiesatzes führt? Es entsteht der Eindruck, als hätte die Induktion in dieser Hinsicht eine besondere Überraschung zu bieten. Es gibt unzählige andere Gesetze, aus denen eine Verletzung des Energiesatzes folgt, wenn man ein Vorzeichen umkehrt, etwa $U = R \cdot I$, $P = v \cdot F$ oder $F = -Ds$. Ebenso kann man durch Setzen eines falschen Vorzeichens jeden anderen Erhaltungssatz, so etwa auch den Entropiesatz verletzen.

5. Wir haben nichts dagegen einzuwenden, einen Wissenschaftler dadurch zu ehren, dass man ein Gesetz mit seinem Namen verbindet. Es ist aber vielleicht doch etwas übertrieben, die Orientierung eines Stromdichtevektors, die ohnehin aus den Maxwell'schen Gleichungen folgt, mit einem solchen Namen zu verbinden oder sogar zu einem eigenen Gesetz zu erheben.

Herkunft:

Gewöhnlich entsteht eine umfassende Theorie aus Vorläufern, manchmal aus mehreren. Wir leisten uns nun oft den Luxus, jeder neuen Generation von Lernenden, nicht nur die letzte, und meist klarste Version der Theorie vorzustellen, sondern zusätzlich noch die Vorläufer. Die Lenzsche Regel ist eines von vielen Beispielen.

Lenz hatte sie 1834, drei Jahre nach Faradays Entdeckung der Induktion, so formuliert: "Fließt in dem primären Kreise A ein Strom und wird in dem sekundären Kreise B dadurch, daß man den primären oder auch den sekundären Kreis bewegt, ein Strom inducirt, so verläuft die Richtung dieses derartig, daß die electromagnetische Kraftwirkung zwischen dem inducirenden und dem inducirten Strom der relativen Bewegung der Kreise Widerstand leistet." /1/

Zu dieser Zeit war die Frage nach der Stromrichtung eines induzierten Stroms eine nichttriviale Frage und Lenz' Aussage war eine neue Aussage. Erst 13 Jahre später stellte Helmholtz Energiebilanzen auf, und zeigte, dass die Lenzsche Regel aus dem Energiesatz folgte. Und noch einmal 25 Jahre vergingen bis zu Maxwells umfassender Formulierung der Elektrodynamik, in der die Lenzsche Regel aufgegangen ist.

Dass dem Vorzeichen im Induktionsgesetz so viel Aufmerksamkeit gewidmet wird, ist eine Konvention, deren Ursprung wir nicht kennen. Man bedenke, dass ein physikalisches Problem erst dadurch zum Unterrichtsproblem wird, dass der Lehrer es dazu macht.

Entsorgung:

Was die Lenzsche Regel betrifft: Wir verzichten darauf, sie als eigene Regel zu formulieren. Stattdessen benutzen wir zwei "Faust-Regeln": die bekannte Regel für die rechte Hand, und eine zu ihr analoge, viel weniger verbreitete Regel für die linke Hand. Die Rechte-Faust-Regel ist Ausdruck der ersten Maxwell'schen Gleichung, die Linke-Faust-Regel folgt aus der zweiten.

Faustregel der rechten Hand: Zeigt der Daumen der rechten Hand in die Richtung des elektrischen Stroms oder in die Richtung der Änderung $d\mathbf{E}$ der elektrischen Feldstärke, so weisen die gekrümmten Finger in die Richtung der magnetischen Feldstärke des entstehenden magnetischen Feldes.

Faustregel der linken Hand: Zeigt der Daumen der linken Hand in die Richtung der Änderung $d\mathbf{B}$ der magnetischen Flussdichte, so weisen die gekrümmten Finger in die Richtung der elektrischen Feldstärke des induzierten elektrischen Feldes.

Für den Umgang mit dem Vorzeichen im Induktionsgesetz bieten sich zwei Möglichkeiten an.

Entweder man erklärt mit viel Sorgfalt, was positive und negative Werte der verschiedensten physikalischen Größen bedeuten; insbesondere, wie man entscheidet, ob ein elektrischer Strom oder eine elektrische Spannung einen positiven oder einen negativen Wert hat /2/. Will man das Minuszeichen im Induktionsgesetz verstehen, so ist es allerdings damit nicht getan. Man muss auch diskutieren, wie die Konvention lautet, durch die das Vorzeichen des Wegintegrals mit dem des Flächenintegrals im Stokesschen Integralsatz miteinander verknüpft sind: Weist der Daumen der rechten Hand in die positive Richtung der Fläche des Flä-

chenintegrals, so zeigen die gekrümmten Finger in die Richtung des Integrationsweges des Linienintegrals. Wir empfehlen, diesen Weg nicht zu gehen, denn er macht den Unterricht schwerfällig und formal, und man gewinnt durch die zusätzliche Mühe kaum physikalische Einsichten.

Die zweite Möglichkeit: Man zögere nicht, wie man es ja ohnehin in vielen Fällen tut, das Induktionsgesetz mit Beträgen, also ohne Minuszeichen, zu formulieren.

/1/ Maxwell, J. C.: Lehrbuch der Electricität und des Magnetismus. – Verlag von Julius Springer, Berlin 1883. – Zweiter Band. – S. 232

/2/ Herrmann, F.: Stromrichtung und Vorzeichen der Stromstärke. – Konzepte eines zeitgemäßen Physikunterrichts (1982). – Heft 5, S. 26

F. H.