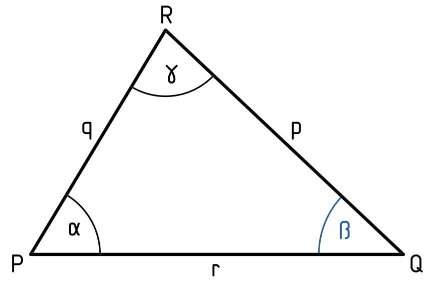
Geometrische Figuren und Körper

H 1 K 1

1 Welche Schreibweisen geben den Winkel β des nebenstehenden Dreiecks **PQR** richtig wieder?

- ☐ $\beta = \sphericalangle Qrp$
- ☐ $\beta = \sphericalangle rp$
- ☐ $\beta = \sphericalangle PQR$
- ☐ $\beta = \sphericalangle QRP$
- ☐ $\beta = \sphericalangle pq$



H 1 K 1

2 Manuel hat ein Mansardenzimmer und möchte eine trapezförmige Wand mit einer knalligen Farbe streichen. Die Wand ist 4 m lang, die größere Höhe beträgt 2,60 m und die kleinere 1,50 m. Für wieviel Quadratmeter braucht er Farbe?

H 1 K 2

3 Von einem Rhombus kennt man den Umfang $u = 28$ cm und den Flächeninhalt $A = 35$ cm².
1) Beschreibe, wie man die Länge a der Rhombusseite und die Höhe h_a berechnen kann!
2) Führe die Rechnungen aus!

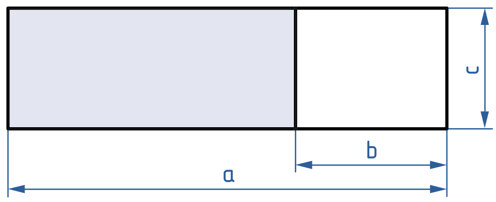
H 1 K 2

4 Nimm an, auf einem sehr großen Werbeplakat sollen eine aufrecht stehende erwachsene Person und eine liegende Hauskatze dargestellt werden.
Wie groß wäre auf diesem Werbeplakat der Mensch ungefähr, wenn die liegende Katze samt Schwanz dort 5 m lang wäre?

- ☐ 5 m
- ☐ 10 m
- ☐ 15 m
- ☐ 20 m
- ☐ 25 m

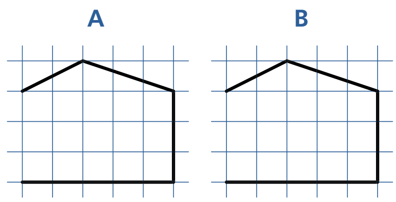
H 1 K 3

5 Gib den Umfang u und den Flächeninhalt A des färbigen Rechtecks mit Hilfe der Variablen a, b und c auf jeweils zwei verschiedene Arten an!



H 1 K 3

6 Vervollständige die Schrägrisse eines geraden dreiseitigen Prismas! Kennzeichne sichtbare und unsichtbare Kanten so, dass sich in Abbildung **A** eine Obersicht und in Abbildung **B** eine Untersicht ergibt!



H 1 K 3

7 Wie groß ist der Winkel, den die Zeiger einer Uhr um 8:20 Uhr einschließen?

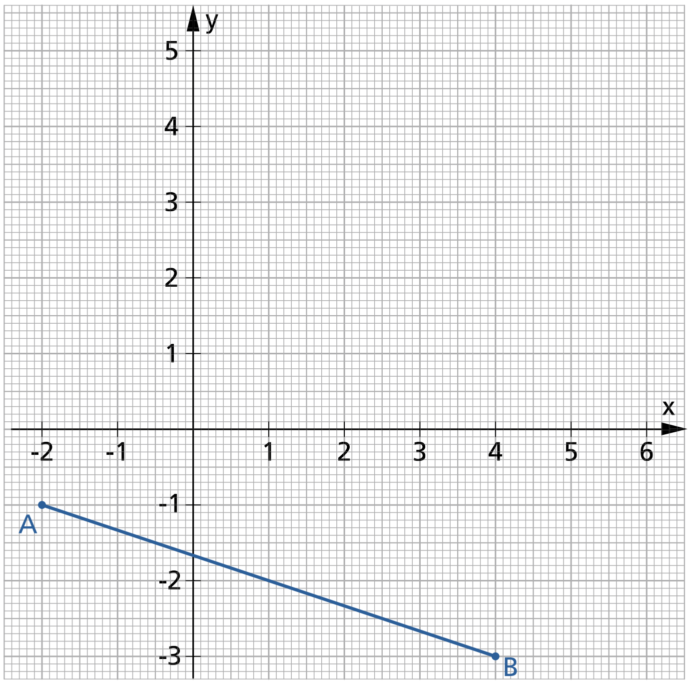
H 2 K 1

8 Von einem Parallelogramm kennt man den Flächeninhalt $A = 146{,}2$ cm² und die Länge der Seite $a = 17{,}2$ cm.
a) Berechne die Höhe h_a!
b) Wie viele verschiedene Parallelogramme kann man zeichnen, die den gegebenen Flächeninhalt und die gegebene Seitenlänge besitzen?

H 2 K 1 **9**

Die im Koordinatensystem angegebenen Punkte A und B sind Eckpunkte eines im Gegenuhrzeigersinn beschrifteten Quadrats ABCD.
Konstruiere das Quadrat und gib die Koordinaten seiner Eckpunkte an!

A(|), B(|), C(|), D(|)



H 2 K 2 **10**

Ein Trapez ABCD ist durch die Koordinaten seiner Eckpunkte gegeben (Einheit 1 cm):
$A(-4|-3)$, $B(6|-3)$, $C(2|y_c)$, $D(-2|5)$

a) Zeichne das Trapez und gib die fehlende Koordinate von C an!

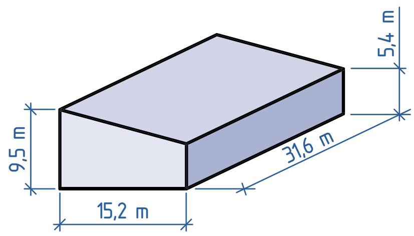
b) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes mit Hilfe der entsprechenden Formel!

c) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes, indem du es in zwei rechtwinklige Dreiecke und ein Rechteck teilst!

H 2 K 2 **11**

Wie groß ist etwa der Bruttorauminhalt (= Gesamtvolumen) des rechts dargestellten Gebäudes? Welcher Näherungswert trifft am ehesten zu?

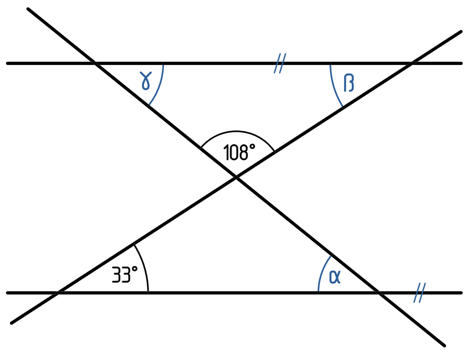
☐ 40 m³ ☐ 400 m³ ☐ 4 000 m³ ☐ 40 000 m³



H 2 K 3 **12**

Gib ohne zu messen an, ob die angegebenen Größen der Winkel α, β und γ in der nebenstehenden Figur stimmen!

		richtig	falsch
A	$\alpha = 39°$	☐	☐
B	$\beta = 39°$	☐	☐
C	$\gamma = 33°$	☐	☐



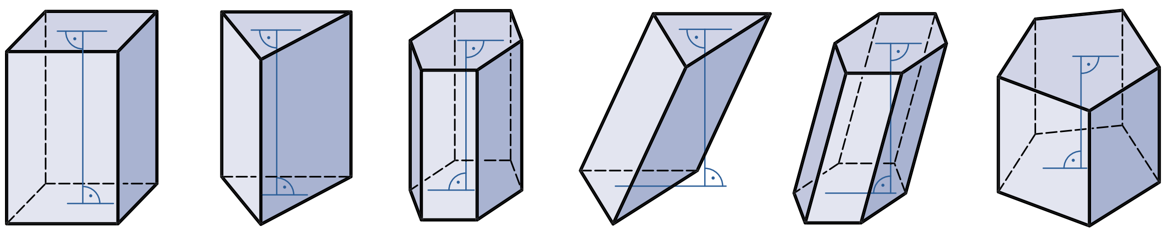
H 2 K 3 **13**

Stell dir vor, du hast gerade irgendein rechtwinkliges Dreieck $A_1B_1C_1$ mit $a_1 : b_1 = 4 : 5$ konstruiert und im Anschluss daran ein ähnliches Dreieck ABC mit dem Umkreisradius r = 6 cm.
Gib den Konstruktionsgang für die Dreiecke $A_1B_1C_1$ und ABC an!

H 3 K 1 **14** Wie viele Symmetrieachsen besitzt die Figur? Kreuze die richtige Antwort an!

	keine	eine	zwei	drei	vier	mehr als vier
A Rechteck ($a \neq b$)	☐	☐	☐	☐	☐	☐
B Gleichseitiges Dreieck	☐	☐	☐	☐	☐	☐
C Quadrat	☐	☐	☐	☐	☐	☐
D Kreis	☐	☐	☐	☐	☐	☐
E Gleichschenkliges Dreieck	☐	☐	☐	☐	☐	☐
F Allgemeines Dreieck	☐	☐	☐	☐	☐	☐

H 3 K 1 **15** Ordne den Figuren die richtigen Bezeichnungen zu:



A **B** **C** **D** **E** **F**

1) Gerades dreiseitiges Prisma: ☐

2) Regelmäßiges fünfseitiges Prisma: ☐

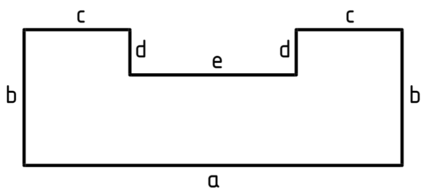
3) Schiefes sechsseitiges Prisma: ☐

4) Gerades vierseitiges Prisma: ☐

5) Regelmäßiges sechsseitiges Prisma: ☐

6) Schiefes dreiseitiges Prisma: ☐

H 3 K 2 **16** Welche der folgenden Formeln eignen sich zum Berechnen des Umfangs des dargestellten Grundstückes? Kreuze an!



☐ $u = a + 2 \cdot b + 2 \cdot c + e$

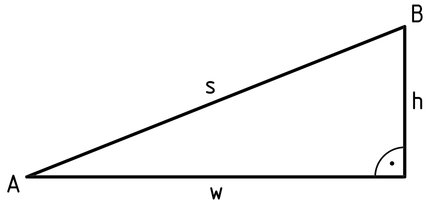
☐ $u = a + 2 \cdot b + 2 \cdot c - 2 \cdot d + e$

☐ $u = 2 \cdot a + 2 \cdot b + 2 \cdot d$

☐ $u = a + e + (b + c + d) \cdot 2$

☐ $u = (a + b + c + d + e) \cdot 2$

H 3 K 2 **17** Der Quotient aus Höhenunterschied h und waagrechter Entfernung w zweier Punkte A und B einer Straße, eines Hanges usw. gibt die Steigung zwischen den beiden Punkten A und B an.
Wie lang muss h im Vergleich zu w sein, wenn die Steigung 100 % ausmacht? Kreuze an!



☐ Das Hundertfache ☐ Das Zehnfache ☐ $h = w$

☐ Die Frage ist sinnlos, weil 100 % Steigung bedeutet, dass die Strecke AB senkrecht verlaufen müsste.

H 3 K 3 **18** Ein Dreieck ABC hat die Seitenlängen $a = 6{,}9$ cm, $b = 9{,}5$ cm und $c = 12{,}0$ cm. Welche der folgenden Behauptungen sind richtig? Kreuze an! Antworte ohne zu zeichnen und zu messen!

☐ Für die Höhen des Dreiecks gilt sicher: $h_a < h_b < h_c$

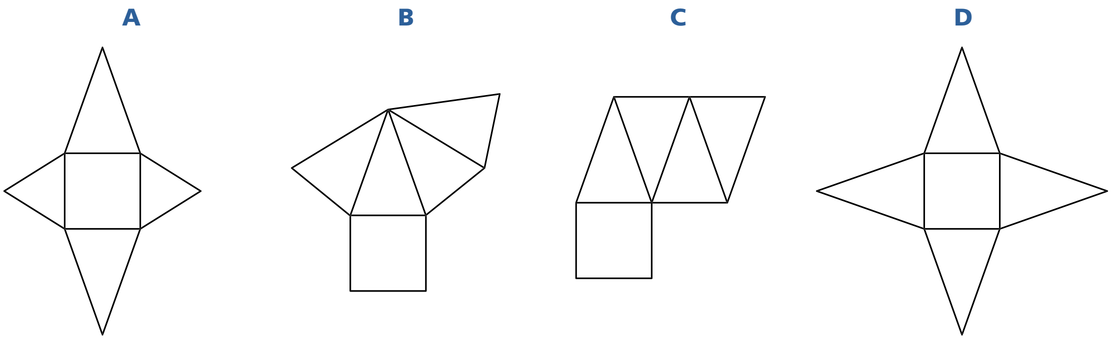
☐ Für die Höhen des Dreiecks gilt sicher: $h_a > h_b > h_c$

☐ Für die Winkel des Dreiecks gilt sicher: $\alpha < \beta < \gamma$

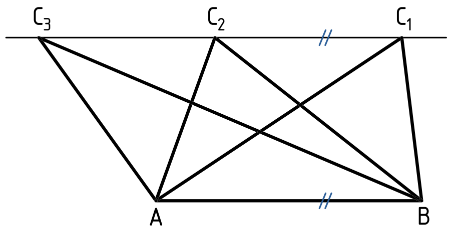
☐ Für die Winkel des Dreiecks gilt sicher: $\alpha > \beta > \gamma$

☐ Man kann ohne zu zeichnen und zu messen weder etwas über einen Längenvergleich der Höhen noch über einen Größenvergleich der Winkel aussagen.

H 3 K 3 **19** Welche Zeichnungen stellen kein Netz einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide dar?

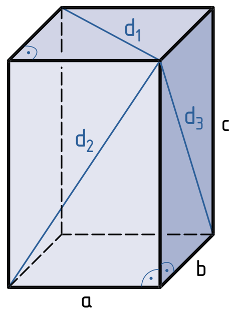


H 4 K 1 **20** Die drei dargestellten Dreiecke ABC_1, ABC_2 und ABC_3 haben denselben Flächeninhalt. Begründe diese Behauptung!



H 4 K 1 **21** Begründe mit Hilfe nebenstehender Figur, dass man die Flächendiagonalen des Quaders mit Hilfe folgender Formeln berechnen kann:

$d_1^2 = a^2 + b^2$
$d_2^2 = a^2 + c^2$
$d_3^2 = b^2 + c^2$

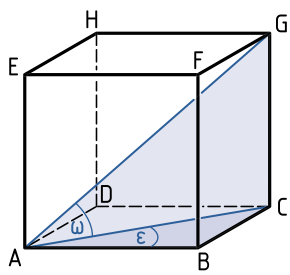


H 4 K 2 **22** Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck mit $\overline{AB} = \overline{AC} = 5{,}7$ cm und $\alpha = 70°$.
Ein zweites Dreieck hat die Seiten $\overline{A_1B_1} = \overline{B_1C_1} = 9{,}2$ cm und $\gamma_1 = 55°$.
Sind die beiden Dreiecke ähnlich? Begründe deine Antwort!

H 4 K 2 **23** Im Dreieck ABC mit $a = 16{,}0$ cm und $b = 16{,}8$ cm ist γ ein stumpfer Winkel.
Beantworte die Frage und begründe deine Antwort!
a) Über welchem Wert muss die Länge von c liegen?
b) Unter welchem Wert muss die Länge von c liegen?

H 4 K 3 **24** Zeichne ein Dreieck ABC mit spitzen Winkeln bei A und B!
Errichte über der Seite c ein Rechteck so, dass die zu c parallele Rechteckseite durch den Eckpunkt C des Dreiecks verläuft!
Begründe mit Hilfe der Zeichnung die Richtigkeit der Flächeninhaltsformel $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$!

H 4 K 3 **25** In der Figur rechts sind in einem Würfel ABCDEFGH die Winkel $\varepsilon = \sphericalangle BAC$ zwischen der Grundkante AB und der Flächendiagonale AC sowie der Winkel $\omega = \sphericalangle GAC$ zwischen der Raumdiagonale AG und der Flächendiagonale AC gekennzeichnet.
Welcher der beiden Winkel ist größer? Begründe deine Antwort entweder mit eigenen Worten oder mit Hilfe von Zeichnungen!



Geometrische Figuren und Körper

1 $\beta = \sphericalangle rp$, $\beta = \sphericalangle PQR$

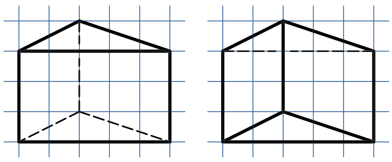
2 $A = 8{,}2\ m^2$

3 **1)** Für den Umfang des Rhombus gilt: $u = 4 \cdot a$
Für die Seitenlänge a gilt also: $a = u : 4$
Für den Flächeninhalt des Rhombus gilt: $A = a \cdot h_a$
Um die Höhe zu erhalten, muss man daher A durch a dividieren: $h_a = A : a$
2) $a = 7$ cm; $h_a = 5$ cm

4 ca. 15 m
Nimmt man zB an, dass die Katze in Wirklichkeit ca. 60 cm lang und die Person ca. 1,80 m groß ist, dann beträgt die Größe der Person auch auf dem Plakat das Dreifache der Katzenlänge, also ca. 15 m.

5 Umfang $u = (a - b) \cdot 2 + c \cdot 2$ oder $u = (a - b + c) \cdot 2$
Flächeninhalt $A = (a - b) \cdot c$ oder $A = a \cdot c - b \cdot c$

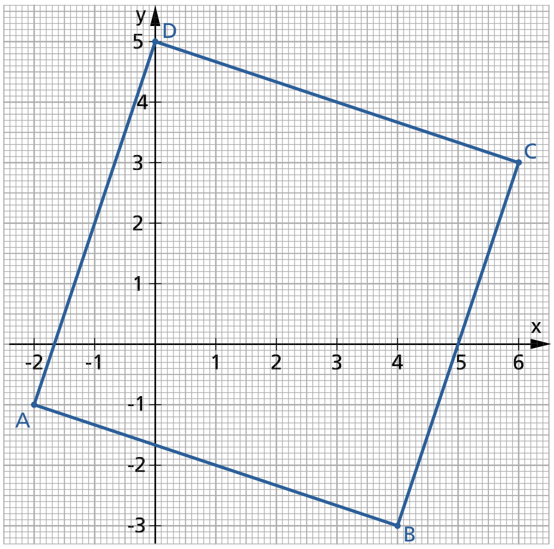
6 **A** **B**

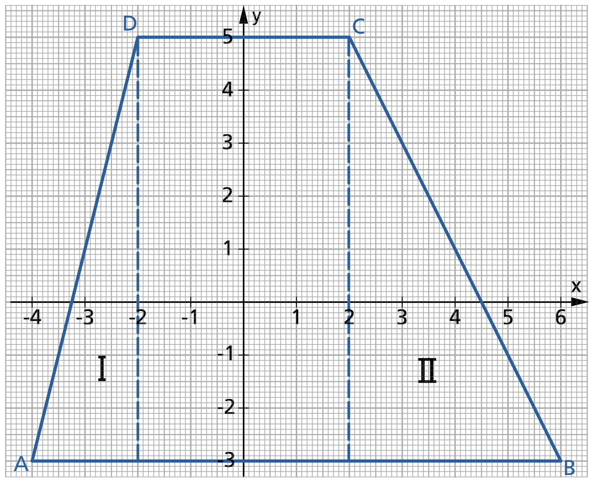


7 130° $\quad (4 \cdot 30° + \frac{1}{3}$ von $30°)$

8 **a)** $h_a = A : a = 8{,}5$ cm **b)** beliebig viele

9 Siehe Figur links unten; $A(-2|-1)$, $B(4|-3)$, $C(6|3)$, $D(0|5)$





10 Siehe Figur rechts oben
a) Die fehlende y-Koordinate von C muss 5 sein. $(CD \parallel AB) \Rightarrow C(2|5)$
b) $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$
Aus der Zeichnung kann man ablesen: $a = 10$ cm, $c = 4$ cm, $h = 8$ cm $\Rightarrow A = (10 + 4) \cdot \frac{8}{2} = 56\ cm^2$
c) $A_{Trapez} = A_{Dreieck\ I} + A_{Rechteck} + A_{Dreieck\ II} =$
$= \frac{2 \cdot 8}{2} + 4 \cdot 8 + \frac{4 \cdot 8}{2} = 8 + 32 + 16 = 56 \Rightarrow 56\ cm^2$

11 $4000\ m^3$
$V = V_{Quader} + V_{dreiseitiges\ Prisma}$
Ü: $15 \cdot 5 \cdot 30 + 15 \cdot 5 \cdot 30 : 2 = 75 \cdot 30 + 75 \cdot 30 : 2 \approx 2400 + 1200 = 3600 \approx 4000$
Genauer: $15{,}2 \cdot 31{,}6 \cdot 5{,}4 + 4{,}1 \cdot 15{,}2 \cdot 31{,}6 : 2 \approx 2593{,}7 + 984{,}7 = 3578{,}4 \approx 4000\ m^3$

12 richtig: **A**; falsch: **B**, **C**

13 **1.** Konstruktion des rechtwinkligen Dreiecks $A_1B_1C_1$ mit $a_1 = 4$ cm und $b_1 = 5$ cm.

2. Konstruktion des Umkreismittelpunktes U_1 dieses Dreiecks; U_1 ist auch Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC ($U = U_1$ … Streckzentrum).
3. Zeichnen des Umkreises mit dem Radius $r = 6$ cm.
4. Verbindungen von U mit den Eckpunkten A_1, B_1, C_1 mit dem Umkreis schneiden ⇒ Dreieck ABC.

14 keine: **F**; eine: **E**; zwei: **A**; drei: **B**; vier: **C**; mehr als vier: **D**

15 **1) B**; **2) F**; **3) E**; **4) A**; **5) C**; **6) D**

16 $u = 2 \cdot a + 2 \cdot b + 2 \cdot d$; $u = a + e + (b + c + d) \cdot 2$

17 $h = w$

18 Für die Höhen des Dreiecks gilt sicher: $h_a > h_b > h_c$;
Für die Winkel des Dreiecks gilt sicher: $\alpha < \beta < \gamma$

19 **A** und **C**

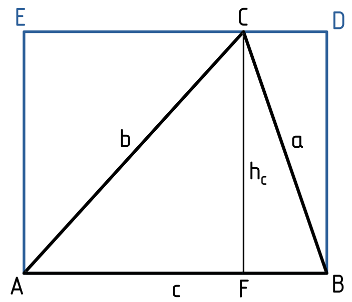
20 Flächeninhalt des Dreiecks: $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$; alle drei Dreiecke haben dieselbe Seite $c = AB$ und die gleiche Höhe h_c.

21 Die Grund- bzw. Deckflächendiagonale d_1 ist Diagonale des Rechtecks mit den Seiten a und b.
Die Seitenflächendiagonale d_2 ist Diagonale des Rechtecks mit den Seiten a und c.
Die Seitenflächendiagonale d_3 ist Diagonale des Rechtecks mit den Seiten b und c.
Jede Rechtecksdiagonale kann man als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks auffassen, dessen Katheten von den Seiten des Rechtecks gebildet werden. Nach dem Lehrsatz des Pythagoras gelten daher die angeführten Beziehungen.

22 Die beiden Dreiecke sind ähnlich, da in beiden Dreiecken einander entsprechende Winkel gleich groß sind (70°, 55°, 55°).

23 **a)** $c > 23{,}2$ cm (wäre das Dreieck rechtwinklig, dann wäre $c = 23{,}2$ cm)
b) $c < 32{,}8$ cm (es muss die Dreiecksungleichung gelten: $c < a + b$)

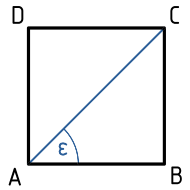
24 Mögliche Antwort (➔ Skizze rechts):
Die Höhe h_c teilt das Rechteck ABDE in zwei kleinere Rechtecke AFCE und FBDC.
Die Dreieckseiten a und b sind Diagonalen dieser Rechtecke und halbieren daher die jeweilige Rechtecksfläche.
Das Dreieck ABC hat somit den halben Flächeninhalt des Rechtecks ABDE.
Da $A_{\square ABDE} = c \cdot h_c$ gilt, folgt $A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$.



25 $\varepsilon > \omega$
Mögliche Begründung:
Die Grundfläche des Würfels ist ein Quadrat. Der Winkel zwischen der Diagonale und der Seite des Quadrats ist 45° groß.
Die Raumdiagonale des Würfels ist Diagonale eines (nichtquadratischen) Rechtecks (ACGE). Der Winkel zwischen der längeren Rechteckseite (AC) und der Diagonale (AG) ist immer kleiner als 45°.

Andere mögliche Begründung:

Quadrat ABCD:
$\varepsilon = 45°$



Rechteck ACGE (AC > CG):
$\omega < 45°$