Thema: Partielle Integration		**Grundkompetenz: -**
Name:	**Schwierigkeitsgrad:** schwierig	**Klasse:**

1) Berechne mittels partieller Integration. Beachte, dass bei den Aufgaben b – d die mehrmalige Anwendung der partiellen Integration notwendig ist.

a) $\int 4x \cdot e^{8x} dx =$

b) $\int x^2 \cdot e^{7x} dx =$

c) $\int 3x^2 \cdot \sin(x) =$

d) $\int x^3 \cdot e^x dx =$

2) **Musteraufgabe**: Man kann $\int cos^2(x)dx$ auf folgende Art berechnen:

Man setzt $f(x) = \cos(x)$ und $g(x) = \cos(x)$ und wendet die partielle Integration an:

$\int cos^2(x)dx = \int \cos(x) \cdot \cos(x)\, dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + \int sin^2(x)dx$

Setzt man nun $sin^2(x) = 1 - cos^2(x)$ erhält man:

$$\int cos^2(x)dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + \int \big(1 - cos^2(x)\big)dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + x - \int cos^2(x)dx$$

Addiert man nun auf beiden Enden der Gleichungskette $\int cos^2(x)dx$ erhält man:

$2 \cdot \int cos^2(x)dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + x$ ➔ $\int cos^2(x)dx = \frac{\sin(x)\cdot\cos(x)+x}{2} + c$

Berechne nun $\int sin^2(x)dx$.

Thema: Partielle Integration - Lösungen		**Grundkompetenz:** -
Name:	**Schwierigkeitsgrad:** schwierig	**Klasse:**

1) Berechne mittels partieller Integration. Beachte, dass bei den Aufgaben b – d die mehrmalige Anwendung der partiellen Integration notwendig ist.

a) $\int 4x \cdot e^{8x} dx = \frac{1}{16}(8x-1)e^{8x} + c$

b) $\int x^2 \cdot e^{7x} dx = \frac{1}{343}(49x^2 - 14x + 2)e^{7x} + c$

c) $\int 3x^2 \cdot \sin(x) = 6x sin(x) + 3(-x^2+2)\cos(x) + c$

d) $\int x^3 \cdot e^x dx = (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) \cdot e^x + c$

2) **Musteraufgabe**: Man kann $\int cos^2(x)dx$ auf folgende Art berechnen:

Man setzt $f(x) = \cos(x)$ und $g(x) = \cos(x)$ und wendet die partielle Integration an:

$\int cos^2(x)dx = \int \cos(x) \cdot \cos(x)\, dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + \int sin^2(x)dx$

Setzt man nun $sin^2(x) = 1 - cos^2(x)$ erhält man:

$$\int cos^2(x)dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + \int \left(1 - cos^2(x)\right)dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + x - \int cos^2(x)dx$$

Addiert man nun auf beiden Enden der Gleichungskette $\int cos^2(x)dx$ erhält man:

$2 \cdot \int cos^2(x)dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + x$ $\rightarrow$ $\int cos^2(x)dx = \frac{\sin(x) \cdot \cos(x) + x}{2} + c$

Berechne nun $\int sin^2(x)dx = \frac{-\sin(x) \cdot \cos(x) + x}{2} + c$