Beweis der partiellen Integration

SATZ
S.18

Partielle Integration

Sind f und g zwei Funktionen, F die Stammfunktion von f und g′ die Ableitungsfunktion von g, dann gilt:

$$\int f(x) \cdot g(x) \cdot dx = F(x) \cdot g(x) - \int F(x) \cdot g'(x)\,dx$$

BEWEIS

Da das Differenzieren (bis auf eine additive Konstante) die Umkehrung des Integrierens ist, kann diese Regel mittels Differenzieren bewiesen werden. Dafür wird die Produktregel und der Zusammenhang $F'(x) = f(x)$ verwendet:

$$\left(\int f(x) \cdot g(x) \cdot dx\right)' = (F(x) \cdot g(x))' - \left(\int F(x) \cdot g'(x) \cdot dx\right)' \quad \Rightarrow$$

$$f(x) \cdot g(x) = F'(x) \cdot g(x) + F(x) \cdot g'(x) - F(x) \cdot g'(x) \quad \Rightarrow$$

$f(x) \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x)$ Damit ist die Behauptung bewiesen.