

LÖSUNG ZU 254:

a) 1)

Eine Funktionsgleichung der Funktion M ergibt sich durch Umformung der Formel:

$$P = \frac{\pi}{30} \cdot M \cdot n \quad | \cdot 30 : \pi : n$$
$$M = \frac{30 \cdot P}{\pi \cdot n}$$

Bei konstantem P und variablem n lässt sich schreiben $M(n) = \frac{30 \cdot P}{\pi} \cdot n^{-1}$.

Dabei ist $\frac{30 \cdot P}{\pi}$ konstant, n entspricht der Variablen und $z = -1$. Die Funktion ist damit eine Potenzfunktion der Form $M(n) = a \cdot n^z$ mit $a \in \mathbb{R}$ und $z \in \mathbb{Z}$.

Es ist also B anzukreuzen.

b) 1)

Da alle Größen der Formel durch Multiplikationen miteinander verbunden sind, ist die dreifache Drehzahl nötig, um bei einem Drittel des Drehmoments dieselbe Leistung zu erzielen.

Die Drehzahl n beträgt also 6000 Umdrehungen pro Minute.

c) 1)

Die Funktionsgleichung der Funktion M_1 enthält drei Unbekannte a , b und c . Man benötigt also drei Gleichungen, um die Werte bestimmen zu können.

Die Funktionswerte an den Stellen 6000 und 14000 lassen sich aus dem Graphen ablesen: $M_1(6000) = 350$ und $M_1(14000) = 50$.

Daraus erhält man die ersten beiden Gleichungen:

$$a \cdot 6000^2 + b \cdot 6000 + c = 350$$

$$a \cdot 14000^2 + b \cdot 14000 + c = 50$$

Außerdem ist bekannt, dass die Krümmung des Graphen im Intervall $[6000; 14000]$ konstant ist und $\frac{22}{2,4 \cdot 10^6}$ beträgt. Die Krümmung wird durch die zweite Ableitung der

Funktion beschrieben:

$$M_1(n) = an^2 + bn + c$$

$$M_1'(n) = 2an + b$$

$$M_1''(n) = 2a$$

Also ist $2a = \frac{22}{2,4 \cdot 10^6}$ die dritte Gleichung.

Das Gleichungssystem der drei Gleichungen löst man nun mithilfe von Technologie und erhält:

$$M_1(n) = 4,583 \cdot 10^{-6} \cdot n^2 - 0,1292 \cdot n + 960$$



2)

Im Intervall $[0; 5000]$ hat das Drehmoment konstant den Wert 400 Nm .

Die Funktionsgleichung der Funktion P wird damit zu $P(n) = \frac{400\pi}{30} \cdot n$, wobei P die Leistung in Watt angibt.

Da $P_1(n)$ die Einheit PS haben soll, müssen wir dies in der Funktionsgleichung noch berücksichtigen. Dabei gilt:

$$0,735 \text{ kW} = 735 \text{ W} = 1 \text{ PS}$$

Wir müssen also noch durch 735 dividieren und erhalten:

$$P_1(n) = \frac{\frac{400\pi}{30}}{735} \cdot n$$

