

Pauer | Scheirer-Weindorfer | Simon



Mathematik anwenden

HUM

3. und 4. Semester



Lösungen

Mathematik anwenden HUM 2, Lösungen

Schulbuchnummer 175804

Die Aufnahme in den Anhang der Schulbuchliste für den II. Jahrgang an Höheren Lehranstalten für wirtschaftliche Berufe im Unterrichtsgegenstand Angewandte Mathematik (Lehrplan 2016) wurde vom Bundesministerium für Bildung und Frauen mit GZ BMBF-5.018/0039-B8/2015 vom 20. November 2015 empfohlen.

Die Aufnahme in den Anhang der Schulbuchlisten für den II. Jahrgang an Höheren Lehranstalten für Mode und an Höheren Lehranstalten für Tourismus wurde vom Bundesministerium für Bildung und Frauen mit GZ BMBF-5.018/0035-IT/3/2016 vom 24. Mai 2016 empfohlen.

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

Sie bekommen dieses Schulbuch von der Republik Österreich für Ihre Ausbildung.

Bücher helfen nicht nur beim Lernen, sondern sind auch Freunde fürs Leben.

Kopierverbot

Wir weisen darauf hin, dass das Kopieren zum Schulgebrauch aus diesem Buch verboten ist – § 42 Abs. 6 Urheberrechtsgesetz: „Die Befugnis zur Vervielfältigung zum eigenen Schulgebrauch gilt nicht für Werke, die ihrer Beschaffenheit und Bezeichnung nach zum Schul- oder Unterrichtsgebrauch bestimmt sind.“

Umschlagbild: Catherine Yeulet / Thinkstock

Technische Zeichnungen: Paulo Tosold, Wien; Reinhard Wolfmayr, Wien

2. Auflage (Druck 0002)

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2017

www.oebv.at

Alle Rechte vorbehalten.

Jede Art der Vervielfältigung, auch auszugsweise, gesetzlich verboten.

Redaktion: Carolina Hüttinger, Wien

Lektorat: Michaela Lackner, Salzburg

Herstellung: Thomas Schimpf, Wien

Umschlaggestaltung: Petra Michel, Essen

Layout: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig

Satz: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig

Druck: Brüder Glöckler GmbH, Wöllersdorf

ISBN 978-3-209-08093-6



Mathematik anwenden

HUM

Lösungen



Franz Pauer
Martina Scheirer-Weindorfer
Andreas Simon

Mit einer Online-Ergänzung auf www.oebv.at

Inhaltsverzeichnis

1	Potenzen	5
1.1	Potenzen und Wurzeln	5
1.2	Formeln umformen	7
	Zusammenfassende Aufgaben	8
2	Lineare Optimierung	9
2.1	Lineare Ungleichungssysteme	9
2.2	Lineare Optimierung	13
	Zusammenfassende Aufgaben	13
3	Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen	15
3.1	Quadratische Gleichungen	15
3.2	Quadratische Funktionen*	17
3.3	Modellieren mit quadratischen Funktionen*	22
3.4	Polynomfunktionen*	25
	Zusammenfassende Aufgaben	28
4	Logarithmen**	31
4.1	Dekadischer und natürlicher Logarithmus	31
4.2	Rechenregeln für Logarithmen	31
4.3	Exponentialgleichungen	32
	Zusammenfassende Aufgaben	33
5	Matrizenrechnung**	35
5.1	Rechnen mit Zeilen und Spalten	35
5.2	Matrizen	37
5.3	Rechnen mit Matrizen	38
5.4	Lineare Gleichungssysteme in Matrizenform	43
	Zusammenfassende Aufgaben	45
6	Winkelfunktionen	49
6.1	Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck	49
6.2	Die Sinus-, Cosinus- und Tangensfunktion	54
6.3	Dreiecke und Vermessungsaufgaben	55
	Zusammenfassende Aufgaben	57

* Für HLT im 4. Semester

**Für HLT im III. Jahrgang, 5. Semester

Hinweise zum Gebrauch des Lösungshefts:

- Das Lösungsheft ist zur Kontrolle und nicht zum Abschreiben gedacht. Arbeite deshalb ehrlich, löse jede Aufgabe selbstständig und kontrolliere erst dann die Ergebnisse.
- Zu den Aufgaben, die im Schulbuch mit dem Technologiesymbol gekennzeichnet sind, stehen Dateien auf Mathematik anwenden HUM-Online zur Verfügung, die zeigen, wie eine mögliche Lösung aussehen kann. Online-Codes im Lösungsheft führen direkt zu diesen Dateien.



ggb GeoGebra



xls Excel



tns TI Nspire

- Die Figuren im Lösungsheft sind meist verkleinert dargestellt, sodass aus ihnen keine Längen entnommen werden können.
- Das Lösungsheft wurde mit großer Sorgfalt erstellt. Sollten trotzdem Fehler passiert sein, so bitten wir, dies dem Verlag (Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, E-Mail: bbs@oebv.at) mitzuteilen. Wünsche und Anregungen werden ebenfalls gerne entgegengenommen.

1 Potenzen

1.1 Potenzen und Wurzeln

1 a. 2^9 b. 3^9 c. 5^8 d. 4^{25}

2 a. x^7 b. a^{13} c. x^{15} d. a^{20}

3 a. \boxed{C} b. \boxed{A}, \boxed{D}

4 a. b^2 b. x^5 c. a^2 d. x^{-1}

5 a. a^{-3} b. b^{-5} c. c^{-1} d. d^{-4}

6 a. $\frac{1}{x^3y^5}$ b. $\frac{a^3}{b^2c^4}$ c. $\frac{y^3b^3}{xz^4ac^2}$ d. $\frac{a^2xz^3b}{c^3y^4}$

8 a. $\frac{y^{21}}{x^6}$ b. $\frac{y^6}{x^{14}}$ c. $\frac{yz^5}{x^4}$ d. $\frac{c^{21}}{a^9b^6}$

9 a. $\frac{1}{a^{34}b^9}$ b. $\frac{x^{18}}{y^{22}}$ c. $\frac{y^{15}z^{27}}{x^{19}}$ d. $\frac{c^{16}}{a^{23}b^8}$

10 Die Rechnung wurde nicht richtig durchgeführt. Richtig ist:

$$\left(\frac{a^2b^3}{a^{-2}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{ab^2}{a^{-1}b^3}\right)^2 = (a^4b^3)^{-2} \cdot (a^2b^{-1})^2 = a^{-8}b^{-6} \cdot a^4b^{-2} = a^{-4} \cdot b^{-8}$$

11 Die Rechnung wurde richtig durchgeführt. Alle Rechengesetze wurden richtig angewandt.

12 $a^n \cdot a^{-n} = a^{n-n} = a^0 = 1$

13

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

14 a. $\sqrt{5}$ ist eine Zahl, deren Quadrat 5 ist. c. $\sqrt{158}$ ist eine Zahl, deren Quadrat 158 ist.

b. $\sqrt{73}$ ist eine Zahl, deren Quadrat 73 ist. d. $\sqrt{\pi}$ ist eine Zahl, deren Quadrat π ist.

16 a. 12 b. $\frac{6}{7}$ c. $\frac{15}{13}$ d. $\frac{13}{15}$ e. $\frac{1}{4}$ f. 0,1 g. 0,02

17 Benutze die Formel $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$:

a. richtig, $7 - 8 = -1$

b. falsch, $13 - 4 = 9$, 165 hätten wir als Produkt von $(13 + 2)(13 - 2)$ erhalten

18 a. Es gibt mehrere Möglichkeiten für die Begründung. Eine davon ist: $\sqrt{5}$ ist größer als 2, $\sqrt{11}$ ist größer als 3, also muss die Summe größer als 5 sein und kann daher nicht 4 sein.

b. $\sqrt{7}$ ist größer als 2. Der Fehler wurde bei $\sqrt{9-2} = \sqrt{9} - 2$ gemacht.

19 a. $a = 14, b = -4$ $[(\sqrt{10} - 2)^2 = 10 - 4\sqrt{10} + 4 = 14 - 4\sqrt{10} \Rightarrow a = 14, b = -4]$

b. $a = 31, b = 13$ c. $a = \frac{21}{4}, b = \frac{1}{2}$ d. $a = \frac{9}{2}, b = 2$

20 a. 13,3544... b. 2,64575... c. 0,08888... d. 0,00001

22 a. $x^4\sqrt{x}$ b. $a^2b^2\sqrt{a}$ c. $a^4b^5c^7\sqrt{bc}$ d. $3a^2b^4\sqrt{ab}$ e. $9408\sqrt{3}$ f. $2\sqrt{6}$

23 a. $3 \cdot \sqrt{7}$ b. $4 \cdot \sqrt{3}$ c. $5 \cdot \sqrt{5}$ d. $\frac{11}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$ e. $\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{11}{2}}$ f. $\frac{3}{5} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}$

24 a. $c = 135$ b. $c = \frac{48}{5}$

26 a. $\sqrt[3]{4}$ ist eine Zahl, deren dritte Potenz gleich 4 ist.

b. $\sqrt[4]{31}$ ist eine Zahl, deren vierte Potenz gleich 31 ist.

c. $\sqrt[7]{9}$ ist eine Zahl, deren siebte Potenz gleich 9 ist.

d. $\sqrt[5]{112}$ ist eine Zahl, deren fünfte Potenz gleich 112 ist.

- 27 a. 5 b. $\frac{1}{3}$ c. 25 d. $\frac{3}{5}$ e. $\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$
- 28 a. $(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{9}) = \sqrt[3]{75} + \sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{45} - \sqrt[3]{45} - \sqrt[3]{75} - \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{27} = 5 - 3 = 2$
 b. $(\sqrt[3]{7} - 1)(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{7} + 1) = \sqrt[3]{343} + \sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{7} - 1 = \sqrt[3]{343} - 1 = 7 - 1 = 6$
- 29 a. 2,37251... b. 1,91293... c. 0,37977... d. 0,003162...
- 30 Die Rechnung ist falsch, weil $\sqrt[3]{27+8} = \sqrt[3]{35} \neq 5$ ist.
- 31 a. $a = 9, b = -6, c = 1$ b. $a = \frac{1}{4}, b = 1, c = 1$ c. $a = 3, b = -\frac{34}{3}, c = 2$
- 33 a. $5 \cdot \sqrt{5}$ b. $7^2 \cdot \sqrt{7}$ c. $2 \cdot \sqrt[3]{2}$ d. $3^2 \cdot \sqrt[5]{3^4}$
- 34 a. $63 \cdot \sqrt[4]{28}$ b. $\frac{15}{2} \cdot \sqrt[3]{45}$
- 35 a. $a \cdot b \cdot \sqrt[3]{b}$ b. $c \cdot \sqrt[3]{c \cdot d^2}$ c. $b \cdot c \cdot \sqrt[4]{a^3 \cdot c}$ d. $d \cdot e \cdot \sqrt[5]{c^4 \cdot d}$
- 36 a. $2 \cdot \sqrt[3]{9}$ b. $4 \cdot \sqrt[3]{10}$ c. $4 \cdot \sqrt[3]{9}$ d. $5 \cdot \sqrt[4]{2}$
- 38 a. $\sqrt[3]{250}$ b. $\sqrt[4]{96}$ c. $\sqrt[5]{a^{22}b^{16}}$ d. $\sqrt[6]{64x^{19}y^{33}}$
- 39 a. $c = \frac{3}{4}$ b. $c = \frac{125}{14}$ c. $c = \frac{12}{5}$ d. $c = \frac{245}{18}$
- 41 a. $3^{\frac{1}{2}}$ c. $17^{\frac{1}{3}}$ e. $8^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{3}{5}}$ g. $35^{\frac{1}{4}}$
 b. $2^{\frac{2}{3}}$ d. $5^{\frac{2}{3}}$ f. $7^{\frac{3}{4}}$ h. $15^{\frac{2}{6}} = 15^{\frac{1}{3}}$
- 42 a. $3^{-\frac{1}{2}}$ b. $2^{-\frac{2}{3}}$ c. $5^{-\frac{4}{5}}$ d. $11^{-\frac{3}{7}}$
- 43 a. $a^{\frac{1}{2}}$ b. $b^{\frac{1}{3}}$ c. $c^{\frac{2}{4}} = c^{\frac{1}{2}}$ d. $d^{\frac{3}{5}}$
- 44 a. $a^{-\frac{1}{2}}$ b. $b^{-\frac{3}{4}}$ c. $c^{-\frac{2}{5}}$ d. $d^{-\frac{5}{6}}$
- 46 a. $\sqrt{2}$ b. $\sqrt[5]{6^3}$ c. $\sqrt[3]{17^2}$ d. $\sqrt[5]{125^4} = \sqrt[5]{5^{12}}$
- 47 a. $\sqrt[4]{5^{-1}}$ b. $\sqrt[7]{8^{-5}}$ c. $\sqrt[4]{3^{-1}}$ d. $\sqrt[8]{6^{-3}}$
- 48 a. $\sqrt[4]{a}$ c. $\sqrt[9]{c^7}$ e. $\sqrt[6]{e^{-5}}$ g. $\sqrt[4]{g^{-3}}$
 b. $\sqrt[3]{b^{-1}}$ d. $\sqrt[5]{d^{-1}}$ f. $\sqrt[9]{f^2}$ h. $\sqrt[11]{h^3}$
- 50 a. $\sqrt[4]{5^3}$ b. $\sqrt[60]{3^{-1}}$ c. $\sqrt[12]{4^{-19}}$ d. $\sqrt[9]{7^7}$
- 51 a. $\sqrt[20]{w^9}$ b. $\sqrt[2]{x^{-1}}$ c. $\sqrt[12]{y^1}$ d. $\sqrt[12]{z^{13}}$
- 52 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 53 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 54 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 55 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 56 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 57 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 58 Siehe Schulbuch Seite 181.



1.2 Formeln umformen

- 60 a. $a = \sqrt{\frac{V}{b}} = \left(\frac{V}{b}\right)^{\frac{1}{2}}$ c. $v = \sqrt{\frac{E}{m}} = \left(\frac{E}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$ e. $a = \sqrt[3]{\frac{m}{r}} = \left(\frac{m}{r}\right)^{\frac{1}{3}}$ g. $L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 \cdot C}$
- b. $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \left(\frac{V}{\pi h}\right)^{\frac{1}{2}}$ d. $s = \sqrt{\frac{m \cdot g}{p}} = \left(\frac{m \cdot g}{p}\right)^{\frac{1}{2}}$ f. $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$ h. $p = m \cdot c \cdot \sqrt{v^2 - 1}$
- 62 $a = \sqrt{\frac{4A}{\sqrt{3}}}$
- 63 $a = \sqrt[3]{\frac{12V}{\sqrt{2}}}$
- 64 $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$
- 66 a. $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$
 b. Wird h verdoppelt, dann ist $r_{\text{neu}} = \sqrt{\frac{V}{\pi 2h}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot r$. Der Radius wird also kleiner, und zwar um den Faktor $\sqrt{\frac{1}{2}}$.
 c. Wird das Volumen halbiert, dann ist $r_{\text{neu}} = \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot r$. Der Radius wird also kleiner, und zwar um den Faktor $\sqrt{\frac{1}{2}}$.
- 67 $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$
 Wird V halbiert, dann ist $r_{\text{neu}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot \frac{V}{2}}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \cdot r$. Der Radius muss also mit dem Faktor $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ multipliziert werden.
- 69 a. $a = \sqrt{\frac{3V}{h}}$ b. 10 m c. um 20%
- 70 a. $r = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h}}$
 b. Der Radius ändert sich um den Faktor 1,414, er wird also um 41,4 % größer.
 c. Der Radius ändert sich um den Faktor 0,5, er wird also genau halb so groß.
- 71 um 22,47%
- 72 um 25,99%
- 73 um 29,29%
- 74 I. Das gesamte Glas hat ein Volumen von $113,1 \text{ cm}^3$, bei einer Füllhöhe von 9 cm befinden sich $47,7 \text{ cm}^3$ Sekt in dem Glas. Das Volumen beider Gläser zusammen ist $95,4 \text{ cm}^3$ und hat damit in dem Glas Platz.
 II. In einem Glas befinden sich $47,7 \text{ cm}^3$. Verdoppelt man dieses Volumen, erhält man $95,4 \text{ cm}^3$. Die entsprechende Füllhöhe im Glas ist 11,3 cm und ist daher kleiner als die Gesamthöhe 12 cm.
- 75 a. $Q = \sqrt{\frac{2Bx}{e \cdot i}}$
 b. Da i im Nenner steht, wird $\frac{2Bx}{e \cdot i}$ bei Vergrößerung von i kleiner und daher auch $\sqrt{\frac{2Bx}{e \cdot i}}$. Wird i um 10 % größer, sinkt die Bestellmenge auf 95,35 %, also um 4,65 %.
 c. Da e im Nenner steht, wird $\frac{2Bx}{e \cdot i}$ bei Vergrößerung von e kleiner und daher auch $\sqrt{\frac{2Bx}{e \cdot i}}$. Wird e um 10 % kleiner, so steigt die Bestellmenge auf 105,41 %, also um 5,41 %.
- 76 a. $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$ c. $483,60 \text{ cm}^2$
 b. $O = 4 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}\right)^2 \cdot \pi = 4 \cdot \sqrt[3]{\frac{9V^2}{16\pi^2}} \cdot \pi = \sqrt[3]{\frac{4^3 \cdot 9V^2 \cdot \pi^3}{16\pi^2}} = \sqrt[3]{36V^2\pi}$ d. mit $\sqrt[3]{4} \approx 1,587$
- 77 Die Umlaufzeit würde um 15,37% zunehmen.

78 Siehe Schulbuch Seite 181.

79 Siehe Schulbuch Seite 181.

Zusammenfassende Aufgaben

80 a. **B**, **D**

b. **D**

81 a. $\frac{1}{a^2b^3}$ b. $\frac{a^4}{b^3c^5}$ c. $\frac{b^4}{x^4y^3z^5c^3}$ d. $\frac{a^3c^3y^2}{x^4z^5}$

82 a. $3^{\frac{5}{4}}$ b. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{7}{3}} = 4^{-\frac{7}{3}}$ c. $3^{-\frac{5}{2}}$ d. $9^{-\frac{3}{4}}$

83 Die Rechnung ist nicht korrekt. Korrekt ist $\left(\frac{a^3b^2}{a^2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{b^4}{a^{-2}b^2}\right)^2 = (ab^2)^{-3} \cdot (a^2b^2)^2 = a^{-3}b^{-6} \cdot a^4b^4 = a^1 \cdot b^{-2}$.

84 $\frac{b^n}{b^n} = b^{n-n} = b^0 = 1$

85 a. $\sqrt{7}$ ist eine Zahl, deren Quadrat 7 ist.

b. $\sqrt[3]{5}$ ist eine Zahl, deren dritte Potenz 5 ist.

c. $\sqrt[5]{17}$ ist eine Zahl, deren fünfte Potenz gleich 17 ist.

d. \sqrt{x} ist eine Zahl, deren Quadrat x ist.

86 Die Rechnung ist falsch, weil $\sqrt{25-4} = \sqrt{21} \neq 3$ ist.

87 a. $\sqrt[4]{2^3}$ b. $\frac{1}{\sqrt[4]{4^5}}$ c. $\sqrt[5]{3^7}$ d. $\frac{1}{\sqrt[9]{x^5}}$

88 a. $7 \cdot \sqrt{7}$ b. $5 \cdot \sqrt{3}$ c. $9 \cdot \sqrt{2}$ d. $4 \cdot \sqrt{5}$

89 $r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}}$

Wenn sich das Volumen verdreifacht, ist $r_{\text{neu}} = \sqrt{\frac{3V}{\pi \cdot h}} = \sqrt{3} \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}} = \sqrt{3} \cdot r$, daher wird der Radius mit $\sqrt{3}$ multipliziert, wenn sich das Volumen verdreifacht.

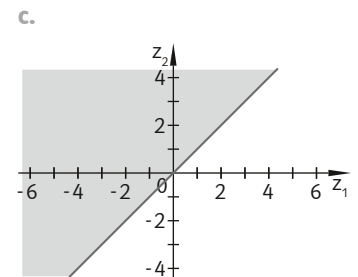
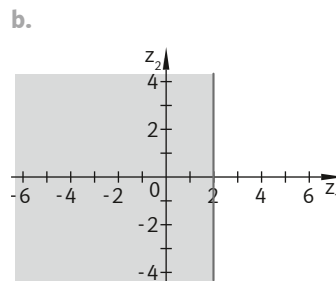
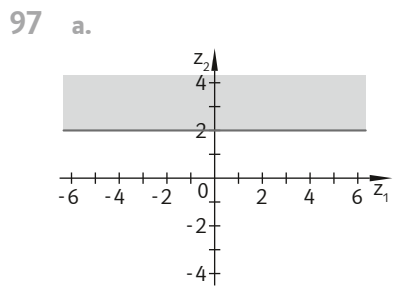
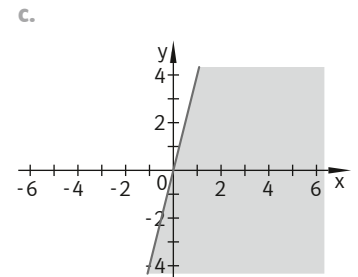
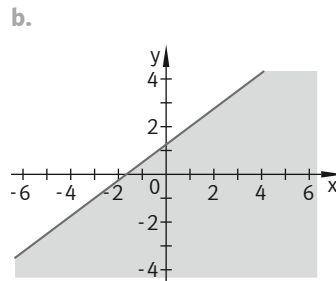
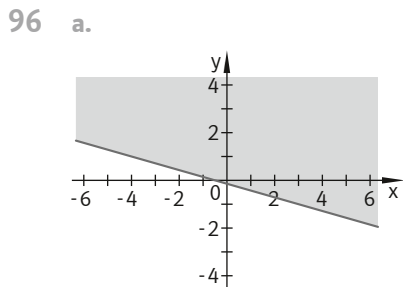
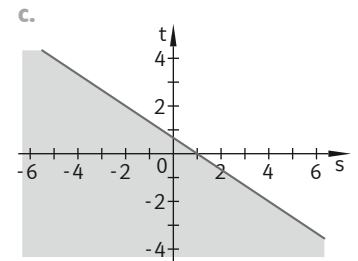
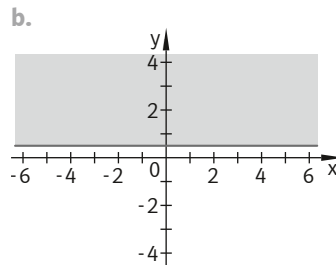
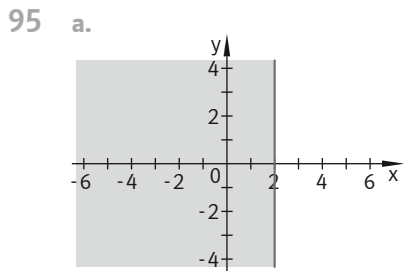
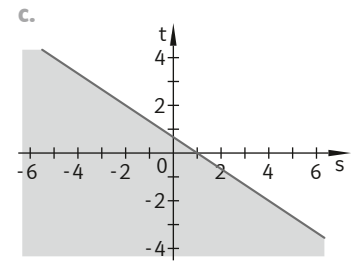
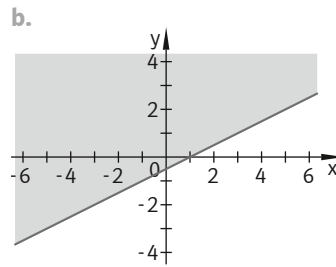
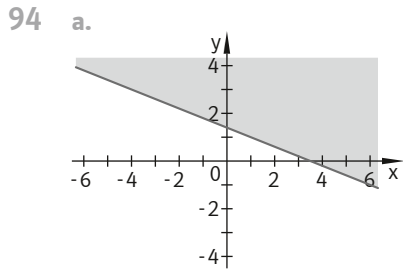
90 a. $\sqrt[3]{24}$ b. $\sqrt[4]{1250}$ c. $\sqrt[5]{a^6b^{11}}$ d. $\sqrt[3]{8x^8y^4}$

91 a. $3 \cdot \sqrt[40]{3}$ c. $2 \cdot \sqrt[36]{2^7}$ e. $\sqrt[6]{5}$ g. $x \cdot \sqrt[4]{x}$
 b. $a^3 \cdot \sqrt[4]{a}$ d. $\sqrt[12]{x^5}$ f. $\frac{1}{7 \cdot \sqrt[19]{7}}$ h. $a \cdot \sqrt[20]{a^9}$

92 a. C b. A

2 Lineare Optimierung

2.1 Lineare Ungleichungssysteme

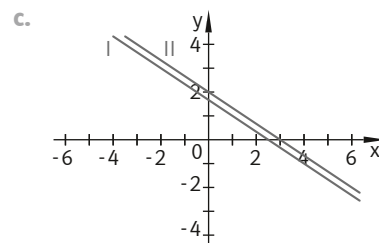
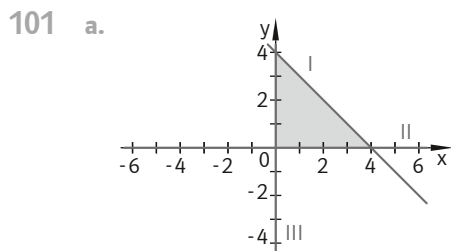


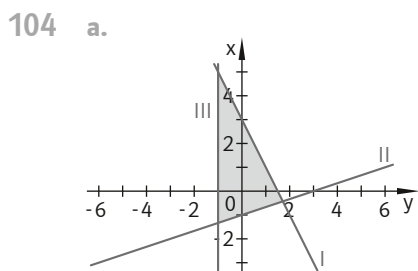
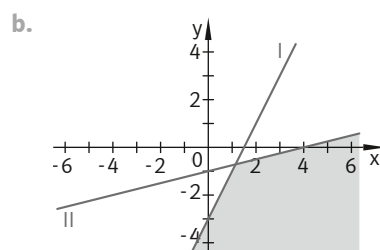
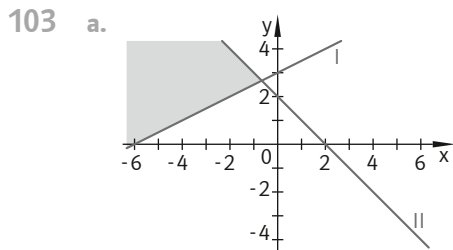
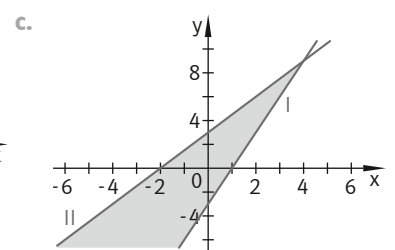
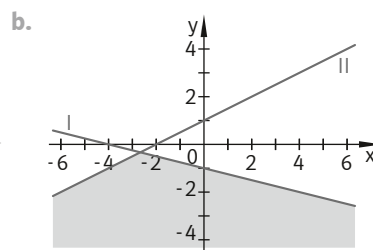
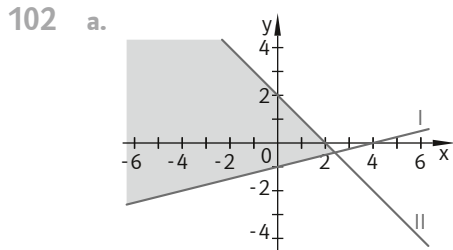
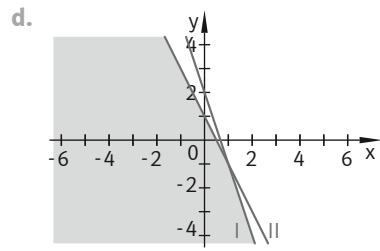
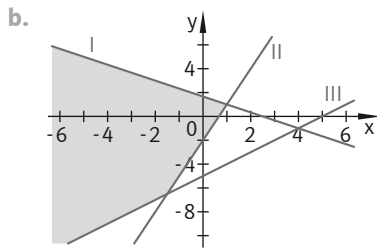
98 a. $x \leq 2$

b. $2x + y \leq 1$

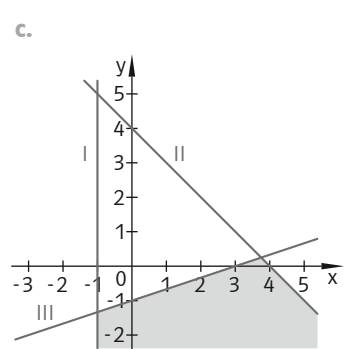
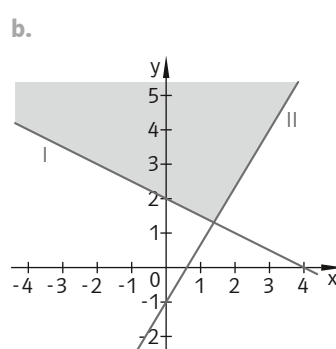
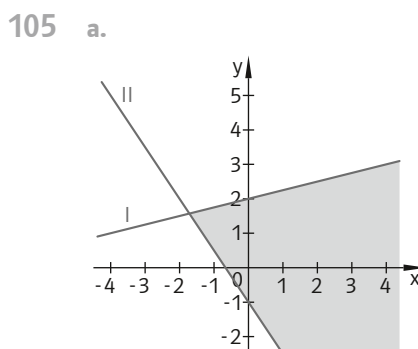
c. $y \geq 1$

d. $-3x + 2y \geq 1$

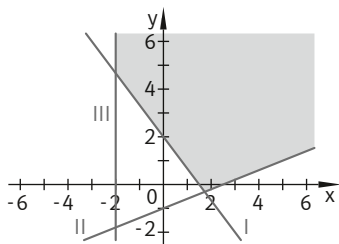




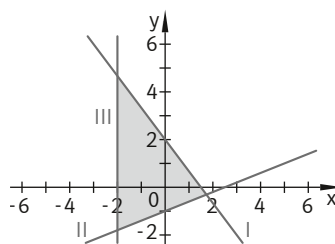
b. A, C, E, F, H



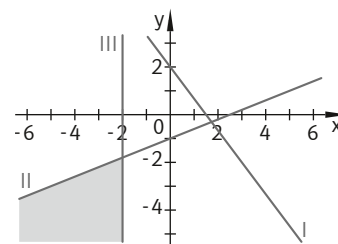
106 a.



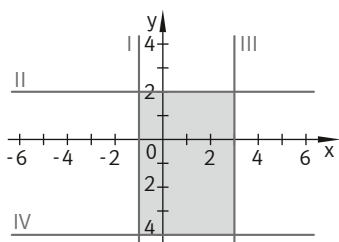
b.



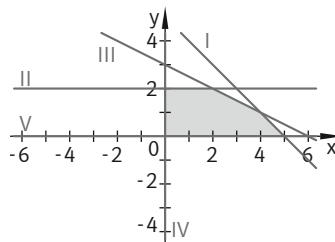
c.



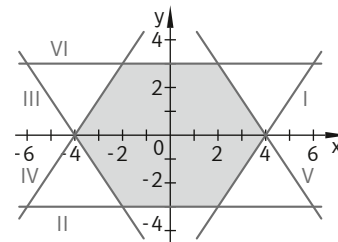
107 a.



b.



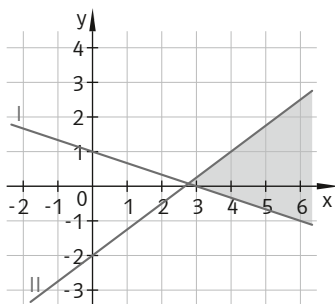
c.



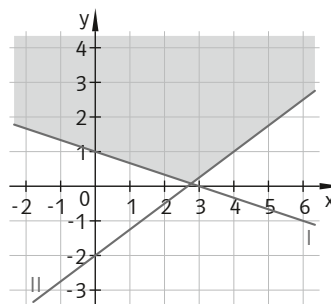
108 I) $3x - 2y \leq 2$

II) $3x + 4y \geq 8$

109 a. I) \geq
II) \leq



b. I) \geq
II) \geq



110 a. I) \leq
II) \geq
III) \geq

b. I) \geq
II) \geq
III) \geq

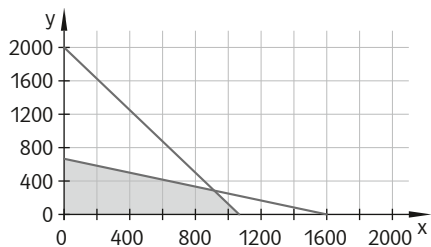
c. I) \leq
II) \leq
III) \leq

111 a. I) $\frac{2}{3}x + y \leq 6$
II) $-x + 4y \geq -8$
III) $-2x + y \leq -2$
IV) $x \geq -2$

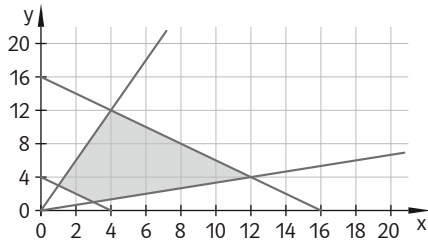
b. I) $\frac{2}{3}x + y \leq 6$
II) $-x + 4y \geq -8$
III) $-2x + y \geq -2$
IV) $x \geq -2$

c. I) $\frac{2}{3}x + y \leq 6$
II) $-x + 4y \leq -8$
III) $-2x + y \geq -2$
IV) $x \geq -2$

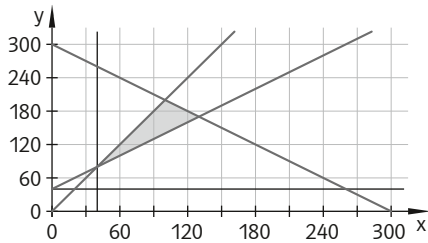
113



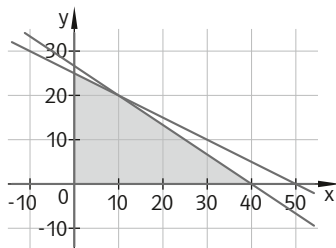
114



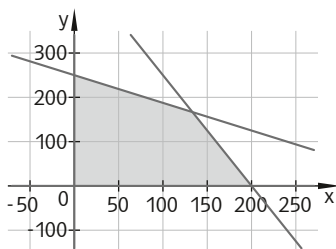
115



116



117



- 118 a. Zum Beispiel: Oma Erna hat insgesamt 3 kg Mehl und 5 kg Zucker vorrätig. Sie möchte Butterkekse und Vanillekipferln backen. Für die Butterkekse benötigt sie je 1 Teil Mehl und 2 Teile Zucker, für die Vanillekipferl 1 Teil Mehl und 1 Teil Zucker. Stelle die Menge aller Möglichkeiten für Oma Erna, Butterkekse und Vanillekipferln zu backen, in einem geeigneten Koordinatensystem dar.
- b. Zum Beispiel: Ein Hobbygärtner hat 30l Apfel- und 20l Birnensaft gepresst. Er möchte zwei Mischungen herstellen. Die erste Mischung enthält 3 Teile Apfel- und 1 Teil Birnensaft, die zweite 1 Teil Apfel- und 2 Teile Birnensaft. Stelle die Menge der möglichen Mischungen in einem geeigneten Koordinatensystem dar.
- c. Zum Beispiel: Ein Hersteller von Hundefutter hat 100kg Rindfleisch und 200kg Schweinefleisch erworben. Dieses soll jetzt zu Mischfutter der Sorte „Rind“ mit 5 Teilen Rindfleisch und 2 Teilen Schweinefleisch und zur Sorte „Schwein“ aus 1 Teil Rindfleisch und 5 Teilen Schweinefleisch verarbeitet werden. Stelle die Menge der möglichen Mischfutterproduktionen in einem geeigneten Koordinatensystem dar.

119 Siehe Schulbuch Seite 181.

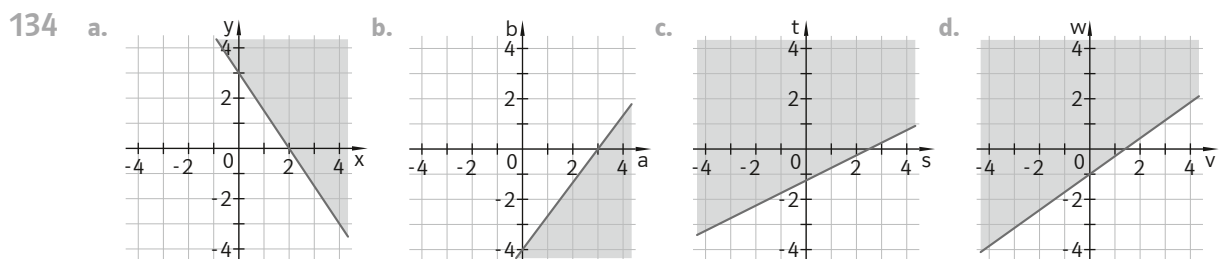
120 Siehe Schulbuch Seite 181.

2.2 Lineare Optimierung

- 122 a. 50 Stück von A und 20 Stück von B
 b. 2600 €
 c. Es bleiben 40 Stück von Bauteil B₁ übrig.
- 123 a. 60 Stück von A und 30 Stück von B
 b. 1680 €
- 124 a. 60 Stück von A und 40 Stück von B; Gewinn: 2800 €
 b. Es bleiben 30 Transistoren und 20 Potentiometer übrig.
- 125 40 Stück A und 40 Stück B; Gewinn: 14000 €
- 126 30m² Blumen, 60m² Gemüse, 60m² werden nicht bepflanzt; Gewinn: 1950 €
- 128 a. 5 Set A und 2 Set B
 b. 56 €
 c. 33 schwarze, 19 blaue, 11 rote Stifte
 d. Der Einzelpreis liegt bei 61€ und ist daher höher als der Preis der Sets.
- 129 a. I. 30 Säcke A und 86 Säcke B II. 75 Säcke A und 50 Säcke B
 b. I. 1976 € II. 1900 €
 c. I. 550 ME Stickstoff, 146 ME Phosphor und 490 ME Kalzium
 II. 550 ME Stickstoff, 200 ME Phosphor und 400 ME Kalzium
- 130 0,8 Liter A und 0,4 Liter B; Kosten: 4,4€ pro Tag
- 131 Siehe Schulbuch Seiten 181 und 182.
- 132 Siehe Schulbuch Seite 182.

Zusammenfassende Aufgaben

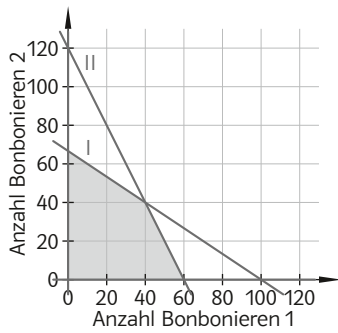
- 133 100 Stück Set A, 120 Stück Set B; maximale Einnahmen: 1024 €



- 135 5000m² Baugrund, 10000m² Betriebsgrund

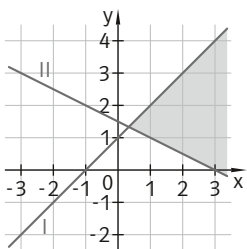
- 136 a. $2x + 3y \geq 4$ b. $2x - 5y \geq 10$ c. $x - 2y \leq 4$ d. $3x - y \leq 3$

137

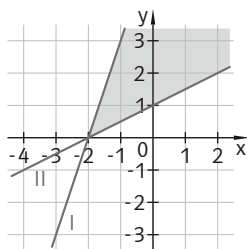


- 138 a. 15 Sets A, 25 Sets B
 b. 300 quadratische, 160 runde und 85 rechteckige Tischtücher
 c. 31250 €

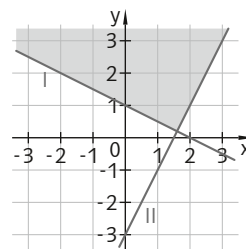
139 a.



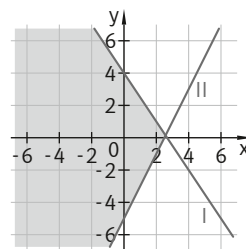
b.



c.



d.



3 Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen

3.1 Quadratische Gleichungen

- 141 a. ja
b. nein, denn 8 ist keine Lösung
c. nein, denn sowohl 4 als auch 7 sind keine Lösung
- d. ja
e. ja
- f. nein, denn sowohl $-4,8$ als auch $-2,7$ sind keine Lösung
- 142 I. a. D b. C II. a. C b. A
- 143 a. $\{-12, 4\}$ b. $\{2, 12\}$ c. $\{-4, 7\}$ d. $\{-12, -5\}$ e. $\{-7, 6\}$ f. $\{-4, 5\}$
- 145 a. $\{-6, 2\}$ b. $\{-9, 3\}$ c. $\{1, 7\}$ d. $\{2, 14\}$ e. $\{-7, -4\}$ f. $\{-6, 7\}$
- 146 a. $\{-3, 5\}$
b. $\{-2, -7\}$
c. $\{4, 9\}$
d. $\{-2,68, 0,93\}$
e. $\{\}$ Begründung: $(x - \frac{13}{14})^2 = -\frac{83}{196}$. Da es keine reelle Zahl gibt, deren Quadrat eine negative Zahl ist, hat diese Gleichung keine reelle Lösung.
f. $\{-1,95, 1,11\}$
- 148 a. $\{0\}$ c. $\{-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\}$ e. $\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$ g. $\{-100, 100\}$
b. $\{-2, 2\}$ d. $\{\}$ f. $\{\}$ h. $\{\}$
- 149 a. $\{0, -2\}$ c. $\{0, \frac{3}{2}\}$ e. $\{0, \frac{1}{8}\}$ g. $\{0, 10^{-3}\}$
b. $\{0, \frac{1}{2}\}$ d. $\{0, -1\}$ f. $\{0, 36\}$ h. $\{0, -10^{-4}\}$
- 150 a. $\{-1,53, -0,22\}$ c. $\{2,08, 8,04\}$ e. $\{-2,32, 0,01\}$
b. $\{-1,57, 0,06\}$ d. $\{-1,29, 0,12\}$ f. $\{3,51, 10,49\}$
- 151 a. $\{-1,14, -0,23\}$ b. $\{-2,6, 6,08\}$ c. $\{-45, -2\}$ d. $\{-17,09, -0,11\}$
- 152 a. $\{-5, 5\}$ b. $\{1, 6\}$ c. $\{\frac{8}{7}, \frac{8}{5}\}$ d. $\{-1,24, 3,24\}$ e. $\{-0,3, 0,08\}$ f. $\{1,13, 2,18\}$
- 153
$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{(b/a)^2}{4} - \frac{c}{a}} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
- 154 a. C b. B
- 155 a. $\{-5,702, -0,548\}$ c. $\{-1,843, 1,947\}$ e. $\{\}$
b. $\{-0,184, 0,695\}$ d. $\{-0,237, 5,819\}$ f. $\{-3,212, -0,066\}$
- 156 $\{-0,67, 1,06\}$
- 158 a. zwei Lösungen c. keine Lösung e. zwei Lösungen g. zwei Lösungen
b. zwei Lösungen d. keine Lösung f. zwei Lösungen h. keine Lösung
- 159 Mit D bezeichnen wir die Diskriminante der gegebenen Gleichung.
a. zwei Lösungen, da $D > 0$ d. eine Lösung, da $D = 0$ g. zwei Lösungen, da $D > 0$
b. zwei Lösungen, da $D > 0$ e. keine Lösung, da $D < 0$ h. keine Lösung, da $D < 0$
c. zwei Lösungen, da $D > 0$ f. keine Lösung, da $D < 0$ i. zwei Lösungen, da $D > 0$
- 160 a. zwei Lösungen c. zwei Lösungen e. keine Lösung
b. zwei Lösungen d. keine Lösung f. zwei Lösungen

- 162 a. 36 b. 49 c. 42,25 d. 8 e. 36,75 f. 6,05
- 163 $t = \frac{49}{4}$
- 164 $a = 0,25$
- 165 $b = -3$ oder $b = 3$
- 166 **B**, **D**
- 167 Die große Lösungsformel ist $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Es gibt genau dann mindestens eine Lösung, wenn die Diskriminante $b^2 - 4ac$ größer oder gleich 0 ist, also $b^2 - 4ac \geq 0$ oder $b^2 \geq 4ac$ ist.
- 169 a. $\left\{ \frac{1}{2}i, -\frac{1}{2}i \right\}$ d. $\left\{ -\frac{1}{12} + \frac{\sqrt{95}}{12}i, -\frac{1}{12} - \frac{\sqrt{95}}{12}i \right\}$ g. $\{6 - 2\sqrt{2}, 6 + 2\sqrt{2}\}$
 b. $\left\{ -\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}} \right\}$ e. $\left\{ \frac{5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i, \frac{5}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i \right\}$ h. $\left\{ \frac{5}{4} + \frac{\sqrt{695}}{4}i, \frac{5}{4} - \frac{\sqrt{695}}{4}i \right\}$
 c. $\{-4, 2\}$ f. $\left\{ \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i, \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i \right\}$
- 170 a. D b. B
- 171 $4 + 7i$ ist eine Lösung der Gleichung $x^2 - 8x + 65 = 0$.
- 172 $-3 + 5i$ ist eine Lösung der Gleichung $x^2 + 6x + 34 = 0$. Die zweite Lösung ist $-3 - 5i$.
- 173 a. **B** b. **A** c. **A** d. **B**
- 174 -2 ist eine Lösung der Gleichung. $5i$ kann keine Lösung dieser Gleichung sein, weil eine Gleichung mit reellen Koeffizienten entweder nur reelle Lösungen oder aber nur komplexe Lösungen hat.
- 175 $\sqrt{a} \cdot i$ und $-\sqrt{a} \cdot i$
- 176 Damit die Gleichung keine reellen Lösungen hat, muss die Diskriminante kleiner 0 sein. Daher muss $\frac{16}{4} - b < 0$ oder $4 < b$ sein. b muss daher größer als 4 sein.
- 177 Damit die Gleichung keine reellen Lösungen hat, muss die Diskriminante kleiner 0 sein. Daher muss $\frac{a^2}{4} - 16 < 0$ oder $a^2 < 64$ sein. a muss daher eine Zahl zwischen -8 und 8 sein.
- 179 ja: -2 und 8
- 180 4
- 181 20 cm
- 182 6 m
- 183 Seitenlänge: 36 m; Flächeninhalt: 1296 m^2
- 185 24 Personen, jeweils 18 €
- 186 40 Mitarbeiter
- 187 5 €
- 188 1414 [Löse dazu die quadratische Gleichung $\frac{1}{2} \cdot n(n + 1) = 1000000$. Die positive Lösung ist 1413,71.]
- 189 1,5%
- 190 2,5%
- 191 $x = 4,67$ [Die zweite Lösung ist negativ und kommt daher nicht in Frage.]; Tiefe: ca. 109 m
- 192 Siehe Schulbuch Seite 182.

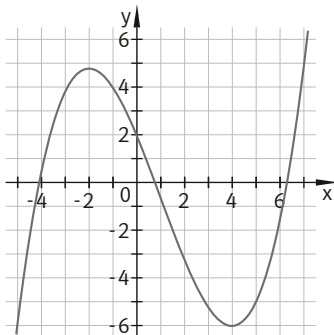
- 193 Siehe Schulbuch Seite 182.
- 194 Siehe Schulbuch Seite 182.
- 195 Siehe Schulbuch Seite 182.
- 196 Siehe Schulbuch Seite 182.
- 197 Siehe Schulbuch Seite 182.

3.2 Quadratische Funktionen

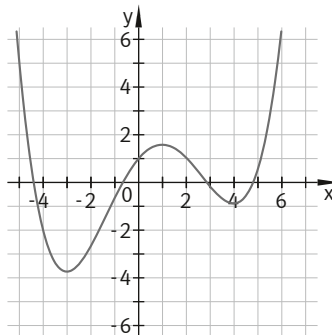
- 199 Mit a und b bezeichnen wir zwei reelle Zahlen, für die $a < b$ gilt. Wir müssen zeigen, dass $f(a) < f(b)$ ist. Wegen $a < b$ ist auch $5a < 5b$ und $5a - 4 < 5b - 4$. Also ist $f(a) = 5a - 4 < 5b - 4 = f(b)$. Daher ist die Funktion streng monoton wachsend.
- 200 Mit a und b bezeichnen wir zwei reelle Zahlen, für die $a < b$ gilt. Wir müssen zeigen, dass $f(a) > f(b)$ ist. Wegen $a < b$ ist $-2a > -2b$ und $-2a + 1 > -2b + 1$. Also ist $f(a) = -2a + 1 > -2b + 1 = f(b)$. Daher ist die Funktion streng monoton fallend.
- 201 Ist die Änderungsrate k der Funktion positiv, so ist die Funktion streng monoton wachsend, denn aus $a < b$ folgt $k \cdot a < k \cdot b$ und somit $k \cdot a + d < k \cdot b + d$.
Ist die Änderungsrate k der Funktion negativ, so ist die Funktion streng monoton fallend, denn aus $a < b$ folgt $k \cdot a > k \cdot b$, da ja k eine negative Zahl ist, und somit $k \cdot a + d > k \cdot b + d$.



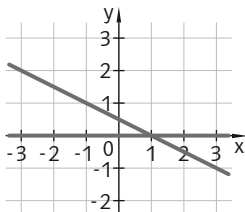
202 a. $(-\infty; -2]$ und $[4; \infty)$



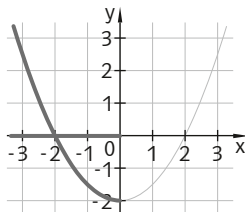
b. $[-3; 1]$ und $[4; \infty)$



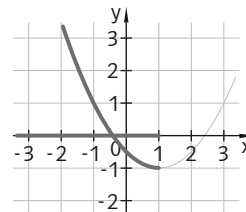
203 a. \mathbb{R}



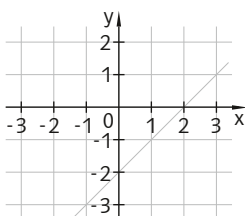
c. \mathbb{R}^-



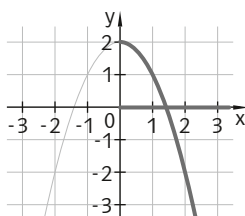
e. $(-\infty; 1]$



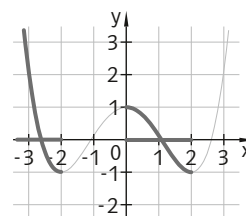
b. die Funktion ist nirgends streng monoton fallend



d. \mathbb{R}^+



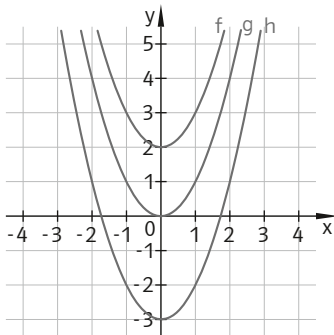
f. $(-\infty; -2]$ und $[0; 2]$



204 **C, F**

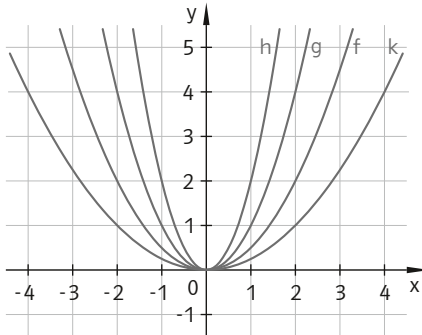
- 205 a. Die Funktion p ist streng monoton wachsend.
 b. Nein, nicht jede streng monoton wachsende Funktion ist linear. Man weiß nur, dass 2 kg Erdäpfel mehr kosten als 1 kg.

207



Um den Graphen von f zu erhalten, müssen wir den Graphen von g so verschieben, dass der Punkt (0|0) in den Punkt (0|2) verschoben wird. Um den Graphen von h zu erhalten, müssen wir den Graphen von g so verschieben, dass der Punkt (0|0) in den Punkt (0|-3) verschoben wird.

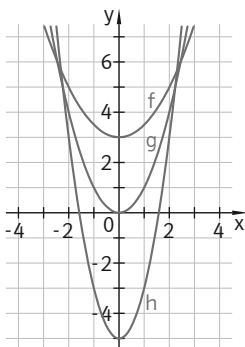
208



Um den Graphen von f zu erhalten, müssen wir die zweite Koordinate jedes Punktes des Graphen von g mit $\frac{1}{2}$ multiplizieren. Um den Graphen von h zu erhalten, müssen wir die zweite Koordinate jedes Punktes des Graphen von g mit 2 multiplizieren. Um den Graphen von k zu erhalten, müssen wir die zweite Koordinate jedes Punktes des Graphen von g mit 0,25 multiplizieren.

Je größer die positive Zahl ist, mit der g multipliziert wird, desto „schmäler“ bzw. „steiler“ ist der Graph.

209



Den Graphen von f erhält man, indem man zunächst die zweite Koordinate jedes Punktes der Graphen von g mit $\frac{1}{2}$ multipliziert und den so erhaltenen Graphen so verschiebt, dass der Punkt (0|0) in den Punkt (0|3) verschoben wird. Den Graphen von h erhält man, indem man zunächst die zweite Koordinate jedes Punktes der Graphen von g mit 2 multipliziert und den so erhaltenen Graphen so verschiebt, dass der Punkt (0|0) in den Punkt (0|-5) verschoben wird.

 ggb/tns
72f7jq

210 Siehe Mathematik anwenden HUM-Online.

- c. Hält man a fest und verändert c, dann wird der Graph entlang der y-Achse verschoben. Hält man c fest und verändert a von -5 bis 5, dann ist der Graph zuerst „nach unten gekrümmt“, nähert sich immer mehr der Geraden durch (0|c), die parallel zur x-Achse ist, erreicht sie bei a = 0 und „krümmt sich dann immer stärker nach oben“.

211 **A, B, C, D**

- 212 a. D b. A c. B d. C

- 213 a. $f(x) = -x^2$ c. $f(x) = x^2 - 2$ e. $f(x) = -x^2 + 2$
 b. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ d. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$ f. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

215 a. $(0| -5)$ b. $(0|\frac{3}{2})$ c. $(-3| -5)$ d. $(\frac{1}{4}|1)$

216 a. $(0,5|4)$ b. $(-8|-\frac{1}{6})$ c. $(0|1)$

 217 C, D

218 a. C b. B, C c. A, D d. A, D

219 a. A, C b. B c. D d. A, B

220 a. $f(x) = (x - 4)^2 - 2$

Man erhält den Graphen von f , indem man den Graphen von g so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(4| -2)$ verschoben wird.

b. $f(x) = (x + 5)^2 - 3$

Man erhält den Graphen von f , indem man den Graphen von g so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(-5| -3)$ verschoben wird.

c. $f(x) = 2(x + 2)^2 + 3$

Man erhält den Graphen von f , indem man die zweite Koordinaten aller Punkte des Graphen von g mit 2 multipliziert und dann so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(-2|3)$ verschoben wird.

d. $f(x) = 3(x + 1)^2 + 4$

Man erhält den Graphen von f indem man die zweite Koordinate aller Punkte des Graphen von g mit 3 multipliziert und dann so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(-1|4)$ verschoben wird.

e. $f(x) = -(x - 4)^2 - 2$

Man erhält den Graphen von f indem man die zweite Koordinate aller Punkte des Graphen von g mit -1 multipliziert und dann so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(4| -2)$ verschoben wird.

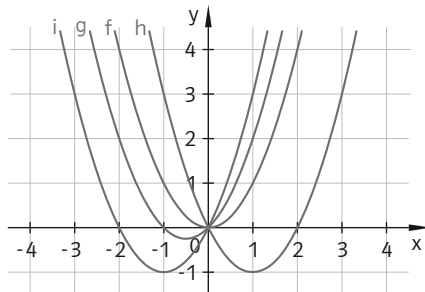
f. $f(x) = 4(x - \frac{5}{8})^2 + \frac{23}{16}$

Man erhält den Graphen von f indem die zweite Koordinate aller Punkte des Graphen von g mit 4 multipliziert und dann so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(\frac{5}{8}|\frac{23}{16})$ verschoben wird.

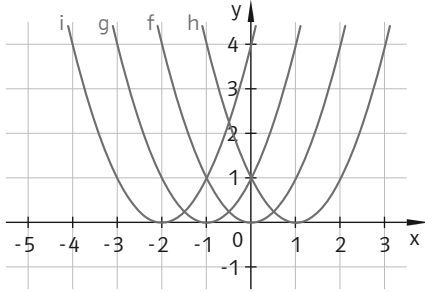
221 a. $(-1|1)$ b. $(4|3)$ c. $(\frac{1}{2}|\frac{3}{4})$ d. $(-1|\frac{1}{2})$

222 $f(x) = x^2$; $g(x) = x^2 + x = (x + 0,5)^2 - 0,25$; $h(x) = x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$; $i(x) = x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 1$

Alle vier Graphen verlaufen durch den Ursprung.

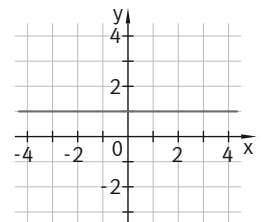
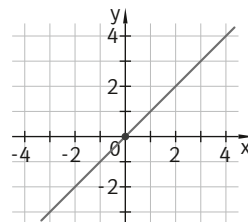
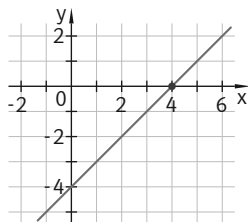
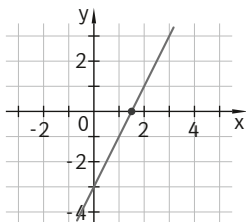


- 223 $f(x) = x^2$; $g(x) = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$; $h(x) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$; $i(x) = x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
 Der Scheitel aller vier Graphen befindet sich auf der x-Achse.



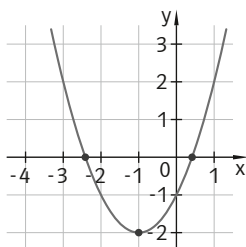
224 **B**

- 225 a. I. $\left(-\frac{p}{2} \mid q - \frac{p^2}{4}\right)$ II. $\left(-\frac{b}{2a} \mid c - \frac{b^2}{4a}\right)$ b. $(-3 \mid -13)$ c. $\left(-\frac{5}{8} \mid \frac{7}{16}\right)$
- 226 a. C b. A c. B d. D
- 227 a. von oben nach unten: B, C, A, D b. von oben nach unten: C, D, B, A
- 229 a. 6,5 Liter für 100 km b. bei 37,5 km/h mit 3,375 Liter für 100 km
- 230 $x = 2,5$
- 231 nach 11m eine Höhe von 4,84 m
- 232 61,25m nach 3,5s
- 234 a. f mit $f(x) = x^2 - 4$; Nullstellen: -2, 2 c. f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$; keine Nullstelle
 b. f mit $f(x) = -x^2 + 4$; Nullstellen: -2, 2 d. f mit $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$; Nullstelle: 0
- 235 a. 0 d. keine Nullstelle g. 10^2 und -10^2
 b. 2 und -2 e. $\frac{1}{2}$ und $-\frac{1}{2}$ h. keine Nullstelle
 c. $\frac{2}{3}$ und $-\frac{2}{3}$ f. keine Nullstelle i. -10 und 10
- 236 a. -3, 1 d. -4, 2 g. $-1,01 \cdot 10^{-2}$, $9,9 \cdot 10^{-5}$
 b. keine Nullstellen e. -8,42, 6,42 h. -10^{-6} , 10^{12}
 c. -2,56, 1,56 f. keine Nullstellen i. keine Nullstellen
 j. keine Nullstellen
- 237 a. $\frac{3}{2}$ b. 4 c. 0 d. es gibt keine Nullstelle

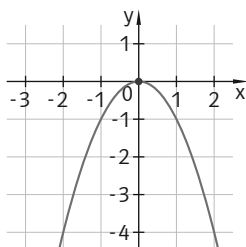


- 238 Gesucht ist eine Zahl z mit $f(z) = 0$. Aus $f(z) = kz + d = 0$ folgt $z = -\frac{d}{k}$ für $k \neq 0$.
- 239 a. zwei Nullstellen, da $f(0)$ negativ ist c. keine Nullstelle, da $f(0)$ positiv ist
 b. zwei Nullstellen, da $f(0)$ negativ ist d. eine Nullstelle, da $f(0) = 0$ ist

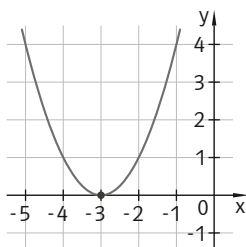
- a. Schnittpunkte mit der x-Achse: $(-2,4|0)$ und $(0,4|0)$; Scheitel: $(-1|-2)$



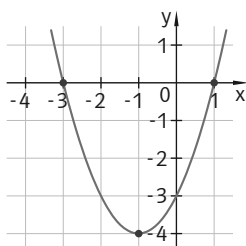
- b. Schnittpunkt mit der x-Achse: $(0|0)$; Scheitel: $(0|0)$



- c. Schnittpunkt mit der x-Achse: $(-3|0)$; Scheitel: $(-3|0)$



- d. Schnittpunkte mit der x-Achse: $(-3|0)$, $(1|0)$; Scheitel: $(-1|-4)$



241 zum Beispiel: f mit $f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$

242 zum Beispiel: f_1 mit $f_1(x) = (x-1)^2$, f_2 mit $f_2(x) = (x-2)^2$, f_3 mit $f_3(x) = x^2$, f_4 mit $f_4(x) = (x+1)^2$, f_5 mit $f_5(x) = (x+2)^2$; allgemein: f mit $f(x) = (x-c)^2$

Der Scheitel liegt jeweils auf der x-Achse, seine erste Komponente ist die einzige Nullstelle.

243 a. $f(x) = (x-2)(x+3) = x^2 + x - 6$. Also ist f eine quadratische Funktion.

$f(2) = (2-2)(2+3) = 0 \cdot 5 = 0$ und $f(-3) = (-3-2)(-3+3) = -5 \cdot 0 = 0$. Also sind 2 und -3 Nullstellen von f .

b. zum Beispiel: g mit $g(x) = (x-3)(x+5) = x^2 + 2x - 15$

244 **B**, **D**

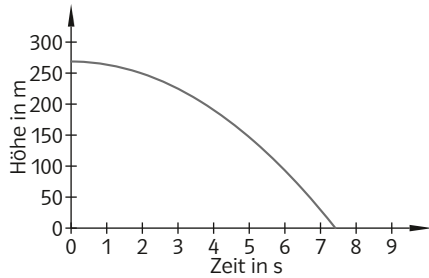
245 a. B, C, E b. B, D c. E d. A, F

246 Siehe Schulbuch Seite 182.

247 Siehe Schulbuch Seite 182.

268 2,48 m

269 a.



b. 7,42 s

c. für die erste Hälfte: 5,25 s;
für die zweite Hälfte: 2,17 s

271 K mit $K(x) = 0,0014x^2 + 0,164x + 9\,000$

272 I) $100a + 10b + c = 300$

II) $1225a + 35b + c = 500$

III) $3\,600a + 60b + c = 800$

273 a. 10 456 € b. 127 Stück

274 a. K mit $K(x) = 40x^2 + 12\,000x + 80\,000$

b. 336 000 €

c. 24 Stück

276 a. E mit $E(x) = 270x$

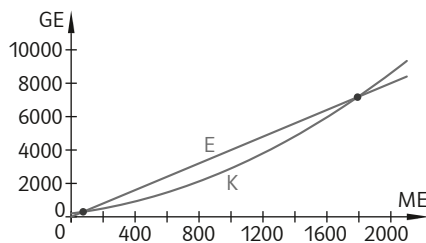
b. G mit $G(x) = -1,2x^2 + 250x - 1500$

c. Break-Even-Point: 7 Schläger ($x \approx 6,18$), Gewinngrenze: 202 Schläger ($x \approx 202,15$)

d. 104 Schläger ($x \approx 104,167$), maximaler Gewinn: 11 520,80 €



277 a.



b. Break-Even-Point: 74,39 ME; Gewinngrenze: 1792,27 ME

278 a. G mit $G(x) = -0,1x^2 + 15,5x - 75$

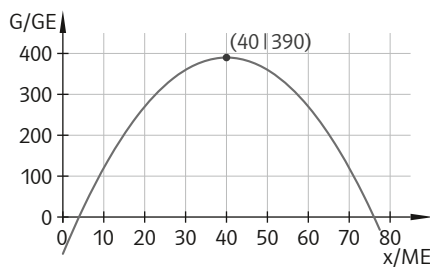
b. Break-Even-Point: 5 ME; Gewinngrenze: 150 ME

c. 77,5 ME, 525,625 GE

279 a. K mit $K(x) = 0,3x^2 + 8x + 90$

c. 40 ME, $G_{\max} = 390$ GE

b. G mit $G(x) = -0,3x^2 + 24x - 90$



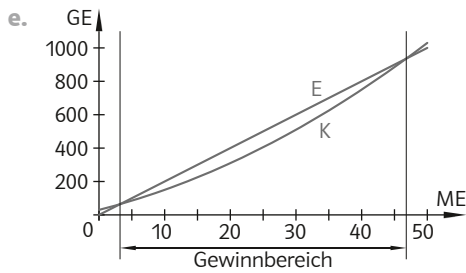
280 a. K mit $K(x) = 0,5x^2 + 4x + 20$

c. $2\text{ ME} \leq x \leq 30\text{ ME}$

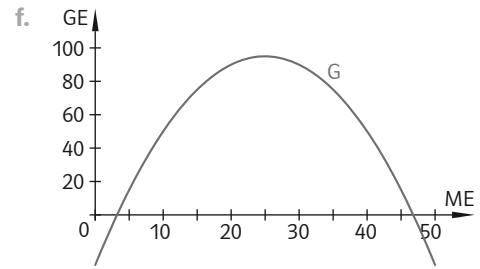
b. G mit $G(x) = -0,5x^2 + 16x - 20$

d. 16 ME, 108 GE

- 281 a. K mit $K(x) = 0,2x^2 + 10x + 30$ b. 510 GE



- c. maximal 45 ME d. E mit $E(x) = 20x$



- g. 25 ME, 95 GE



ggb/tns
6jh73y

- 282 **B**, **C**, **E**

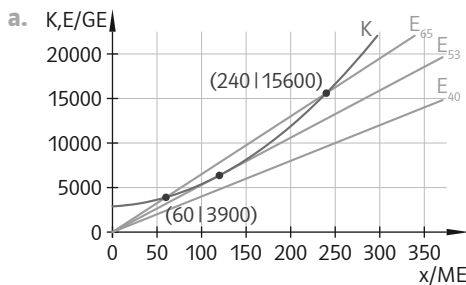
- B** ist auf \mathbb{R}^+ monoton fallend
C ist im Intervall $[0; 85]$ monoton fallend
E die Fixkosten $K(0)$ wären negativ

- 283 a. K mit $K(x) = 0,1x^2 + 10x + 2000$
 b. G mit $G(x) = -0,1x^2 + 40x - 2000$
 c. Break-Even-Point: 59 Stück; Gewinngrenze: 341 Stück
 d. 64 €/Stück



ggb/tns
ha73at

- 284



- b. Siehe Mathematik anwenden HUM-Online.
 c. Bei 65 GE/ME liegt der Break-Even-Point bei 60 ME und die Gewinngrenze bei 240 ME.
 Bei 40 GE/ME gibt es keinen Gewinnbereich, da der Graph der Erlösfunktion den Graphen der Kostenfunktion nicht schneidet.
 d. bei einem Preis von 53 GE/ME und einer Produktion von 120 ME
 e. 85 GE/ME

- 286 a. 2,30 €
 b. E mit $E(x) = -0,005x^2 + 2,8x$
 c. (280 | 392). Das bedeutet, dass man 280 Flaschen verkaufen muss, um den maximalen Erlös von 392 € zu erzielen.
 d. 1,40 €

- 287 a. 42 €
 b. Bei einem Preis von 125 € erzielt man den maximalen Erlös von 3125 €.

- 288 a. p mit $p(x) = -0,01x + 3,8$
 b. E mit $E(x) = -0,01x^2 + 3,8x$
 c. Bei einem Preis von 1,90 € verkauft man 190 Eistüten und erzielt damit den maximalen Erlös von 361 €.

- 289 Siehe Schulbuch Seite 182.

- 290 Siehe Schulbuch Seite 182.

291 Siehe Schulbuch Seite 183.

292 Siehe Schulbuch Seite 183.

3.4 Polynomfunktionen

294 a. Grad: 3; $c_3 = \frac{1}{4}$; $c_2 = 0$; $c_1 = -3$; $c_0 = 0$

b. Grad: 4; $c_4 = \frac{1}{80}$; $c_3 = 0$; $c_2 = -\frac{1}{2}$; $c_1 = 0$; $c_0 = 0$

c. Grad: 3; $c_3 = \frac{7}{4}$; $c_2 = 0$; $c_1 = -3$; $c_0 = -1$

295 a. Grad: 3; Leitkoeffizient: 2

c. Grad: 2; Leitkoeffizient: -299 628

b. Grad: 4; Leitkoeffizient: 24

d. Grad: 2; Leitkoeffizient: 49 380

296 a. 2709

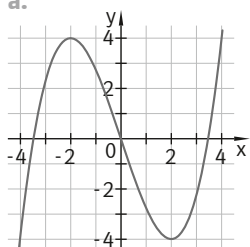
b. 469

c. -3

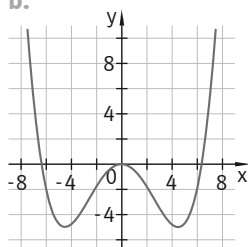
d. 501



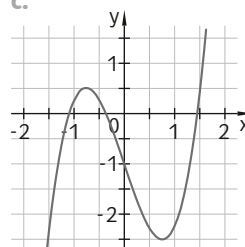
297 a.



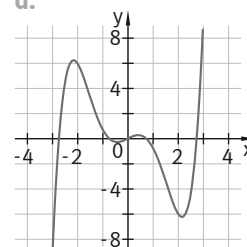
b.



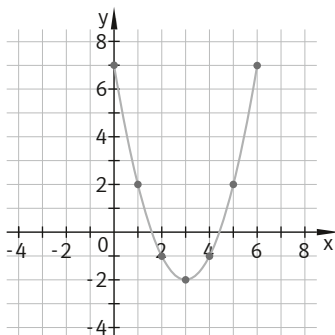
c.



d.

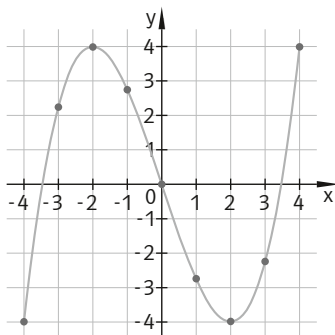


298 a.

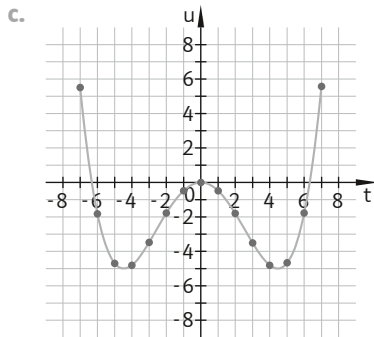


x	$x^2 - 6x + 7$
0	7
1	2
2	-1
3	-2
4	-1
5	2
6	7

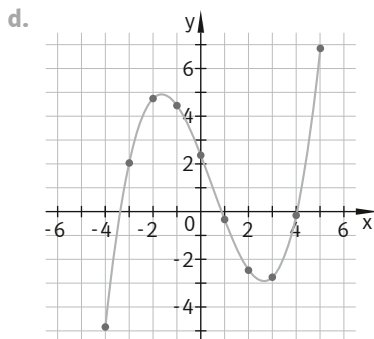
b.



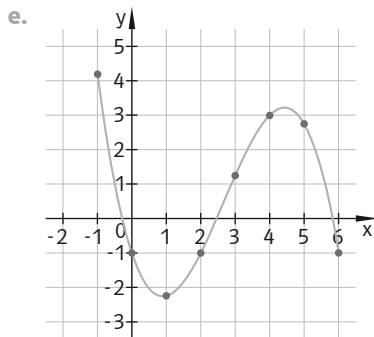
x	$\frac{x^3}{4} - 3x$
-4	-4
-3	2,25
-2	4
-1	2,75
0	0
1	-2,75
2	-4
3	-2,25
4	4



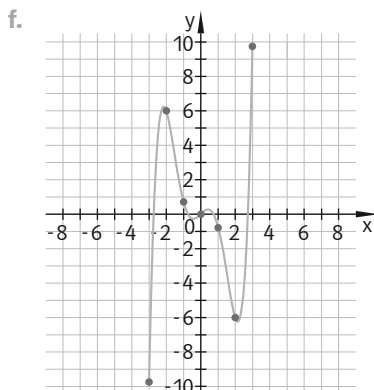
t	$\frac{t^4}{80} - \frac{t^2}{2}$
-7	5,51
-6	-1,80
-5	-4,69
-4	-4,80
-3	-3,49
-2	-1,80
-1	-0,49
0	0
1	-0,49
2	-1,80
3	-3,49
4	-4,80
5	-4,69
6	-1,80
7	5,51



x	$0,2x^3 - 0,3x^2 - 2,6x + 2,35$
-4	-4,85
-3	2,05
-2	4,75
-1	4,45
0	2,35
1	-0,35
2	-2,45
3	-2,75
4	-0,05
5	6,85



w	$-\frac{w^3}{4} + 2w^2 - 3w - 1$
-1	4,25
0	-1
1	-2,25
2	-1
3	1,25
4	3
5	2,75
6	-1



x	$\frac{x^5}{4} - 2x^3 + x$
-3	-9,75
-2	6
-1	0,75
0	0
1	-0,75
2	-6
3	9,75

299 a. $((5x-3)x-2)x+4 = ((5x^2-3x-2)x+1)x+4 = (5x^3-3x^2-2x+1)x+4 = 5x^4-3x^3-2x^2+x+4$

b. $((2x+1)x-5)x+2)x-3 = ((2x^2+x-5)x+2)x-3 = (2x^3+x^2-5x+2)x-3 = 2x^4+x^3-5x^2+2x-3$

300 Die Berechnung von $((5x-3)x-2)x+4$ erfordert nur 4 Multiplikationen, nämlich $5 \cdot x$, $(5x-3) \cdot x$, $((5x-3)x-2) \cdot x$, und $((5x-3)x-2)x+4$. Die direkte Berechnung von $5x^4-3x^3-2x^2+x+4$ erfordert mindestens 6, nämlich $x \cdot x$, $x^2 \cdot x$, $x^3 \cdot x$, $5 \cdot x^4$, $3 \cdot x^3$ und $2 \cdot x^2$.



301 a./b. Siehe Mathematik anwenden HUM-Online.

c. Verändert man a, so werden die zweiten Koordinaten aller Punkte des Graphen von f mit derselben Zahl multipliziert. Die Nullstellen bleiben dabei unverändert.

d. Die Schnittpunkte des Graphen von f mit der x-Achse sind $(r|0)$, $(s|0)$ und $(t|0)$ (r, s und t sind die Nullstellen von f). Die Zahl a hat keinen Einfluss auf diese Punkte.

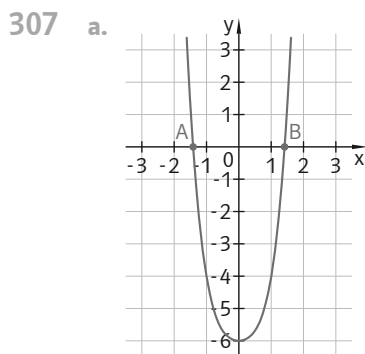
303 a. -5, -3, 4 b. $-4, -\sqrt{2}, \sqrt{2}$ c. -2, 0, 1 d. -4, -3, 4, 1

304 a. -3, -1, 2 b. $-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}, \frac{4}{3}, 0$ c. $-\frac{2}{3}, 7$ d. $\frac{3}{2}$

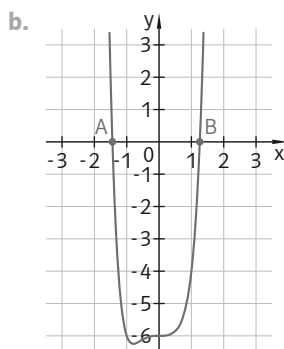
305 **B**, **E**

306 a. I. -2, 1, 3 II. -3, -1, 2, 3 III. -3, -2, 0, 2, 4
 b. I. mindestens Grad 3 II. mindestens Grad 4 III. mindestens Grad 5

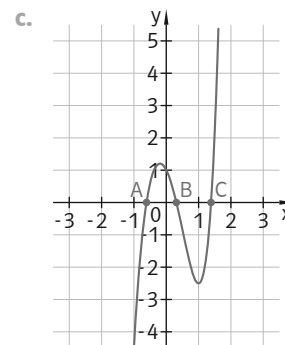
Der Graph einer Polynomfunktion vom Grad n hat höchstens n Nullstellen.



2 Nullstellen



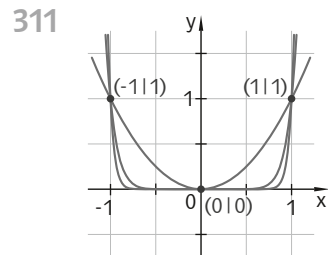
2 Nullstellen



3 Nullstellen

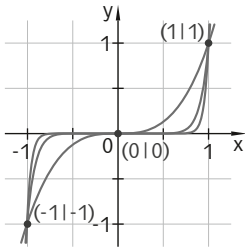
309 a. zum Beispiel: $x^3(x-1)(x-2) = x^5 - 3x^4 + 2x^3$ oder $(x-1)^3(x-2)(x-3) = x^5 - 8x^4 + 24x^3 - 34x^2 + 23x - 6$ oder $(x-2)^3(x+2) = x^5 - 4x^4 + 16x^2 - 16x$
 b. zum Beispiel: $x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24$ oder $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$ oder $x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x$
 c. zum Beispiel: $x^2 + 1$ oder $x^2 + 2$ oder $x^2 - 4x + 5$

310 —



Alle drei Potenzfunktionen sind auf \mathbb{R}^- monoton fallend und auf \mathbb{R}^+ monoton wachsend. Alle drei haben nur eine Nullstelle, nämlich 0, alle drei sind gerade. Die drei Graphen sind verschieden „steil“, für $-1 < x < 1$ ist $h(x) < g(x) < f(x)$, für $x > 1$ ist $f(x) < g(x) < h(x)$.

 ggb/tns 312
z5424x

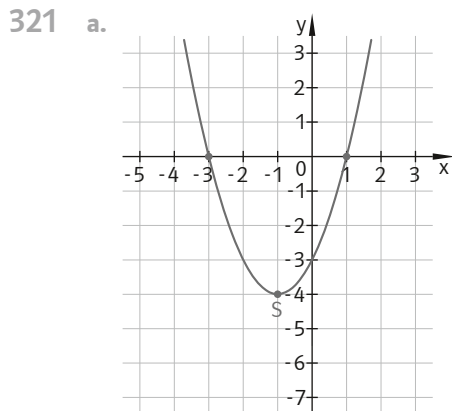


Alle drei Potenzfunktionen sind auf ganz \mathbb{R} monoton wachsend.
 Alle drei haben nur eine Nullstelle, nämlich 0, alle drei sind ungerade.
 Die drei Graphen sind verschieden „steil“, für $0 < x < 1$ ist
 $h(x) < g(x) < f(x)$, für $x > 1$ ist $f(x) < g(x) < h(x)$.

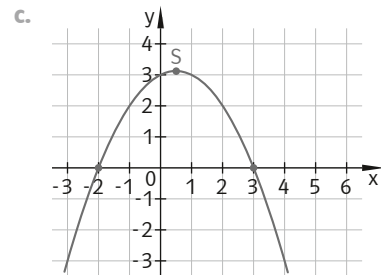
- 313 a. f hat den größeren Grad b. f hat den größeren Grad c. g hat den größeren Grad
- 314 a. ungerade b. gerade c. gerade d. ungerade
- 315 a. D b. C
- 316 Siehe Schulbuch Seite 183.
- 317 Siehe Schulbuch Seite 183.
- 318 Siehe Schulbuch Seite 183.
- 319 Siehe Schulbuch Seite 183.

Zusammenfassende Aufgaben

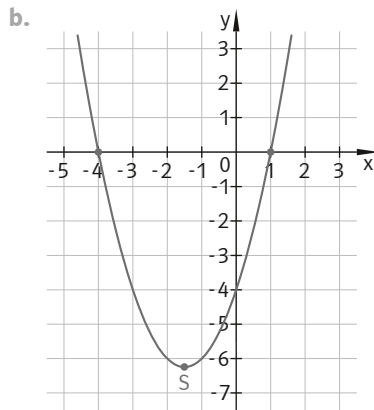
- 320 a. lineare Funktion f mit $f(x) = 2x - 5$
- b. konstante Funktion f mit $f(x) = -2$
- c. quadratische Funktion f mit $f(x) = 0,5x^2 + 1$
- d. quadratische Funktion f mit $f(x) = -(x - 1)^2 = -x^2 + 2x - 1$
- e. quadratische Funktion f mit $f(x) = -(x + 2)(x - 1) = -x^2 - x + 2$
- f. lineare Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$



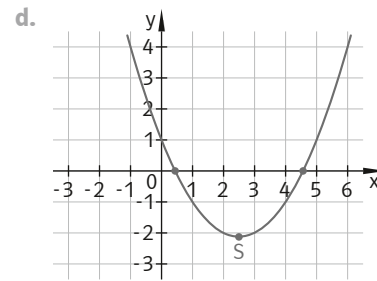
Scheitel: $(-1 | -4)$; Nullstellen: $-3, 1$



Scheitel: $(0,5 | 3,125)$; Nullstellen: $-2, 3$

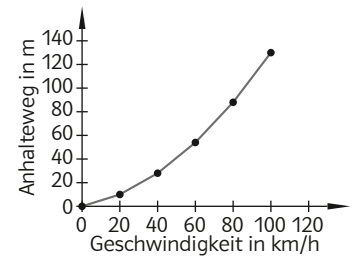


Scheitel: $(-1,5 | -6,25)$; Nullstellen: $-4, 1$



Scheitel: $(2,5 | -2,125)$; Nullstellen: $0,438, 4,562$

- 322 a. Für jede Geschwindigkeit gibt es einen zugehörigen Anhalteweg. Die Funktion ist wachsend, da eine Erhöhung der Geschwindigkeit stets auch eine Erhöhung des Anhalteweges bewirkt.
 b. ca. 18 m
 c. ca. 50 km/h



- 323 a. 120 ME
 b. 105 ME
 c. 60 ME
 d. Break-Even-Point: 40 ME; Gewinngrenze: 110 ME
 e. bei 75 ME, 122,5 GE

- 324 a. $\{-13, 7\}$ c. $\{5, 9\}$ e. $\{-8, -3\}$ g. $\{9,36, 320,64\}$
 b. $\{-12, 4\}$ d. $\{-13, 21\}$ f. $\{-9, 10\}$ h. $\{-9, 1\}$

325 A auf ganz \mathbb{R} , C auf \mathbb{R}^+ , E auf \mathbb{R}^-

326 C

327 B, E, H

328 a. 2,30 s b. 1,62 s und 0,68 s c. 0,17 s

329 a. K mit $K(x) = 0,02x^2 + 5,8x + 450$ b. 1134 GE

330 a. 6,25 b. 6 und -6

331 12 bzw. -17 ; Gleichung $x(x + 5) = 204$

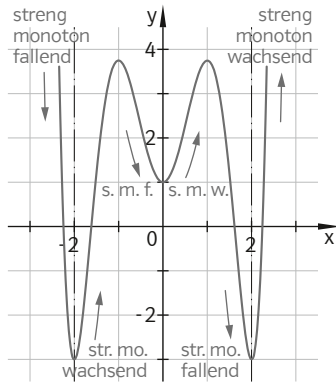
332 zum Beispiel: f mit $f(x) = (x + 5)^2(x - 2)$ oder g mit $g(x) = (x + 5)(x - 2)^2$ oder h mit $h(x) = 2(x + 5)^2(x - 2)$

333 22 Personen; 25 €



334 a. $(-\infty; -2], [-1; 0], [1; 2]$

b. $[-2; -1], [0; 1], [2; \infty)$



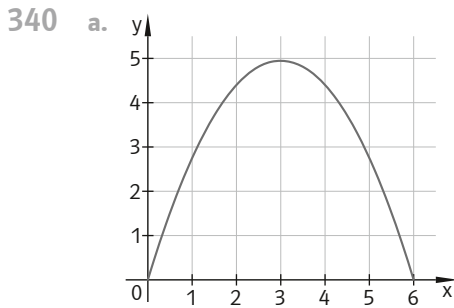
335 $p(2) = -p(-2)$ bedeutet, dass die $2^n = -(-2)^n = -(-1)^n 2^n$ sein muss, wobei n der Grad der Potenzfunktion ist. Daher ist $(-1)^n = -1$, also muss n ungerade sein.

336 **D, E, F**

337 f mit $f(x) = 0,5(x - 8)^2 - 5 = 0,5x^2 - 8x + 27$

338 $(0,75 | 2,75)$

339 a. 23 m b. 6,61 m



b. 6 m c. 4,64 m d. 4,95 m e. ja

341 a. Weil bei den ersten 100 ME der Kostenzuwachs nur 1000 GE beträgt und bei den zweiten 100 ME bereits 4400 GE.

b. K mit $K(x) = 0,02x^2 + 8x + 4500$

c. 150 ME

d. Bei 825 ME, der Gewinn beträgt dann 9112,5 GE.

342 I) $a + b + c = 2,4$

II) $16a + 4b + c = -6,6$

III) $25a + 5b + c = -8$

Was habe ich in diesem Semester gelernt? – 3. Semester

Die Lösungen zu den Aufgaben 343–366 sind im Schulbuch auf den Seiten 183–185 zu finden.

4 Logarithmen

4.1 Dekadischer und natürlicher Logarithmus

368 a. 0 b. -2 c. 2 d. $\frac{1}{3}$ e. 2 f. -3 g. 8 h. $\frac{2}{3}$

369 a. 0 b. -1 c. 2 d. $\frac{1}{3}$ e. 17 f. -2 g. 4 h. $-\frac{1}{2}$

370 a. 0 b. -3 c. 1 d. $\frac{1}{4}$ e. 17 f. -7 g. 11 h. $-\frac{1}{2}$



ggb/xls/tns
6y4gb8

371 a. 1,58 d. 1,49 g. -0,36 j. 1,34
b. 0,3 e. -0,52 h. 1,05 k. 3,72
c. 1,61 f. 2,89 i. 6,24 l. -0,22

372 I. a. C b. B II. a. C b. D

373 A, D

374 B

375 B, D

A ist falsch, weil $\lg(0,0001) = \lg(10^{-4}) = -4$ ist.

C ist falsch, weil $\log_4(64) = \log_4(4^3) = 3$ ist.

B ist richtig, weil $\ln(e^3) = 3$ ist.

D ist richtig, weil $\log_3\left(\frac{1}{81}\right) = \log_3(3^{-4}) = -4$ ist.

376 a. $\lg(0,00001) = \lg(10^{-5}) = -5$

c. $\log_5(125) = \log_5(5^3) = 3$

b. $\ln\left(\frac{1}{e^3}\right) = \ln(e^{-3}) = -3$

d. $\log_2\left(\frac{1}{32}\right) = \log_2(2^{-5}) = -5$

377 Weil $a^1 = a$ ist, muss auch $\log_a(a) = 1$ sein.

378 für alle Zahlen $b < 0$

379 für alle Zahlen $n > 0$

380 C, denn 235 liegt zwischen $10^2 = 100$ und $10^3 = 1000$.

381 C, denn 0,00235 liegt zwischen 10^{-3} und 10^{-2} .

382 a. $\log_{100}(t) = x \Leftrightarrow 100^x = t \Leftrightarrow 10^{2x} = t \Leftrightarrow 2x = \log_{10}(t) \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \log_{10}(t) \Rightarrow \log_{100}(t) = \frac{1}{2} \log_{10}(t)$

b. $\log_8(t) = x \Leftrightarrow 8^x = t \Leftrightarrow 2^{3x} = t \Leftrightarrow 3x = \log_2(t) \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \log_2(t) \Rightarrow \log_8(t) = \frac{1}{3} \log_2(t)$

383 Siehe Schulbuch Seite 185.

384 Siehe Schulbuch Seite 185.

4.2 Rechenregeln für Logarithmen

386 a. $\lg(7) + 3 \lg(x) + 5 \lg(y)$

e. $\frac{1}{2}(\lg(5) + 7 \lg(x) + 6 \lg(y) + 2 \lg(z))$

b. $\ln(5) + 2 \ln(x) + \ln(y)$

f. $\frac{1}{3}(\ln(9) + 5 \ln(x) + 3 \ln(y) + \ln(z))$

c. $\lg(14) + 3 \lg(a) + \lg(b) + 4 \lg(c)$

g. $\frac{1}{2}(\lg(2) + 3 \lg(a) + 2 \lg(b) - 4 \lg(c) - \lg(d))$

d. $\ln\left(\frac{1}{2}\right) + 4 \ln(a) + 2 \ln(b) + 3 \ln(c)$

h. $\frac{1}{4}(\ln(3) + 5 \ln(a) + \ln(b) - 7 \ln(c) - 2 \ln(d))$

- 387** a. $2\lg(x) + \lg(y) - 3\lg(z)$ e. $4\lg(x) + 3\lg(y) - 3\lg(z + w)$
 b. $3\lg(a) - 2\lg(b) - \lg(c)$ f. $7\lg(a) + 3\lg(b) - \frac{1}{2}\lg(c + d)$
 c. $\frac{1}{3}\log_2(4) + \log_2(8) - \log_2(16) = \frac{2}{3} + 3 - 4 = -\frac{1}{3}$ g. $\frac{2}{3}\lg(x) + \frac{1}{2}\lg(x) - \frac{1}{3}\lg(x) = \frac{5}{6}\lg(x)$
 d. $3\lg(a) + 2\lg(b) - 4\lg(c + d)$ h. $\frac{3}{2}\lg(a) + \frac{1}{4}\lg(a) - \frac{3}{4}\lg(a) = \lg(a)$

388 Erster Fehler im ersten Schritt: $\lg(\sqrt{3x^4y^3z^2}) = \frac{1}{2}\lg(3x^4y^3z^2)$
 Zweiter Fehler im zweiten Schritt: Die Klammer wurde vergessen.
 Richtig ist:

$$\lg(\sqrt{3x^4y^3z^2}) = \frac{1}{2}\lg(3x^4y^3z^2) = \frac{1}{2}(\lg(3) + \lg(x^4) + \lg(y^3) + \lg(z^2)) = \frac{1}{2}(\lg(3) + 4\lg(x) + 3\lg(y) + 2\lg(z))$$

- 390** a. $\lg\left(\frac{\sqrt[3]{x} \cdot z}{\sqrt[5]{y^2}}\right)$ c. $\lg\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{y^2} \cdot z}\right)$ e. $\lg\left(\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{\sqrt{a + b}}\right) = \lg(\sqrt{a - b})$
 b. $\lg\left(\frac{\sqrt[4]{a} \cdot b}{\sqrt[3]{c^2}}\right)$ d. $\lg\left(\frac{\sqrt[3]{x^2 - y^2}}{\sqrt[3]{x - y}}\right) = \lg\left(\frac{\sqrt[3]{(x - y)(x + y)}}{\sqrt[3]{x - y}}\right) = \lg(\sqrt[3]{x + y})$ f. $\lg\left(\frac{1}{a + b}\right)$

391 a. C b. B

392 a. $\lg(100\,000)$ b. $\lg(35)$

393 Siehe Schulbuch Seite 185.

394 Siehe Schulbuch Seite 185.

4.3 Exponentialgleichungen

- 396** a. 2,996 c. 1,167 e. 0,503 g. 2,747
 b. 1,956 d. 1,651 f. -2,554 h. 1,320
- 398** a. 6,0259, Probe: $250,0039 \approx 250$ c. 11,2067, Probe: $2,0000 \approx 2$
 b. 30,9989, Probe $499,9998 \approx 500$ d. 3,5599, Probe: $44,9999 \approx 45$
- 399** a. 0,792 c. 3,322 e. 5,334 g. 48,281
 b. 3,892 d. 6,644 f. -5,585 h. 64,685

400 a. Der Fehler wurde von der zweiten auf die dritte Zeile gemacht. Richtig ist:

$$\lg(1000 \cdot 0,4^{x-1}) = \lg(50)$$

$$\lg(1000) + (x - 1)\lg(0,4) = \lg(50)$$

b. Der Fehler wurde von der fünften auf die sechste Zeile gemacht. Richtig ist:

$$x = \frac{\lg(12)}{\lg(2)} \approx \frac{1,079}{0,301} \approx 3,585$$

402 ca. 10,51 Jahre, also ca. 10 Jahre und 6 Monate

403 ca. 13,72 Jahre, also ca. 13 Jahre und 8 Monate

404 ca. 28,07 Jahre, also ca. 28 Jahre und 1 Monat

405 ca. 21,67 Jahre, also ca. 21 Jahre und 8 Monate

406 Siehe Schulbuch Seite 185.







407 Siehe Schulbuch Seite 185.

Zusammenfassende Aufgaben

- 408 a. 5 b. -2 c. 0 d. -4
- 409 ca. 18 Jahre (17,96 Jahre)
- 410 a. $\lg(a) + \lg(b) + \lg(c)$ d. $\ln(6) + 3\ln(a) + 5\ln(b)$ g. $\frac{1}{2}\ln(2) + \frac{1}{2}\ln(x)$
 b. $2\lg(a)$ e. $2\lg(u) - \lg(v)$ h. $\frac{1}{3}\ln(a) - \frac{2}{3}\ln(b)$
 c. $4\ln(x) + 3\ln(y)$ f. $2\lg(a) + \lg(b) - 3\lg(c) - \lg(d)$
- 411 **D**, denn 100 liegt zwischen $2^6 = 64$ und $2^7 = 128$.
- 412 a. 3,881; Probe: $99,941 \approx 100$ c. 3,843; Probe: $24,001 \approx 24$
 b. 2,520; Probe: $250,030 \approx 250$ d. 3,102; Probe: $19,999 \approx 20$
- 413 a. D b. C
- 414 a. $\lg(112,5)$ b. $\lg(10)$
- 415 **E**
- 416 a. C b. B
- 417 a. Der Fehler wurde von der ersten auf die zweite Zeile gemacht. Richtig ist:
 $8 \cdot 0,5^{x+2} = 32$
 $0,5^{x+2} = 4$
- b. Der Fehler wurde von der fünften auf die sechste Zeile gemacht. Richtig ist:
 $2x - 1 = \frac{\lg(20)}{\lg(5)}$
 $x = \frac{1}{2} \left(\frac{\lg(20)}{\lg(5)} + 1 \right) \approx 1,431$

5 Matrizenrechnung

5.1 Rechnen mit Zeilen und Spalten

-  **ggb/xls/tns** 420 a. $\begin{pmatrix} 29 \\ 20 \\ 6 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -19 \\ -23 \\ 6 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -47 \\ 31 \\ 18 \\ 19 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 27 \\ 24 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$
b9rj82
-  **ggb/xls/tns** 421 a. (23, -7, 46, -21) b. (9, 16, 48, 34, 8) c. (-3, -6, -2, -8) d. $(-\frac{2}{3}, -\frac{7}{6}, \frac{13}{8}, -\frac{34}{15})$
2f333m
-  **ggb/xls/tns** 422 a. (1, -1, 3, -3) b. (4, -1, 2) c. (1, -5, 9, -6, 1) d. (-6, 6, 1)
2963pr
-  **ggb/xls/tns** 423 a. $\begin{pmatrix} -16 \\ 50 \\ 28 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 40,5 \\ 72 \\ 85,5 \\ -9 \\ 45 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 25,2 \\ -1,8 \\ 21,6 \\ 36 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} -\frac{4}{15} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{8}{15} \\ -\frac{2}{9} \end{pmatrix}$
9u296s
-  **ggb/xls/tns** 424 a. (-63, 108, -207) c. (18, 57, -24, -69) e. (132, -6, -6)
mw324a b. (-2,5, -2,5, -30, 22,5) d. $(\frac{3}{10}, -3, \frac{12}{7})$ f. (-28,6, 13, -3,9, 2,86)
- 426 a. $\begin{pmatrix} -86 \\ 91 \\ -4 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} \frac{5}{12} \\ \frac{109}{18} \\ \frac{8}{3} \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 48 \\ 0 \\ -45 \\ -41 \end{pmatrix}$
-  **ggb/xls/tns** 427 a. $\begin{pmatrix} -\frac{17}{70} \\ -\frac{46}{45} \\ 89 \\ 90 \\ -1 \end{pmatrix}$ b. $(0, \frac{1}{2}, \frac{4}{3})$ c. $\begin{pmatrix} -9 \\ 9999900 \\ 0,39999999 \end{pmatrix}$ d. (6,6, -10, 8,6, -0,8)
362v9x
- 428 a. $\begin{pmatrix} 119 \\ 123 \\ 112 \end{pmatrix}$
Jasmin hat 119 Punkte erreicht, Benny hat 123 Punkte erreicht und Fabian hat 112 Punkte erreicht.
- b. (42, 107, 79, 84, 42)
Der Lehrer hat im September 42 Punkte vergeben, im Oktober 107 usw.
- c. $\begin{pmatrix} 23,8 \\ 24,6 \\ 22,4 \end{pmatrix}$
Jasmin hat durchschnittlich pro Monat 23,8 Punkte erzielt, Benny 24,6 Punkte und Fabian 22,4 Punkte.

 ggb/xls 429
j6p28g

	a.	c.
Armin	206	41,2
Berta	193	38,6
Carolina	125	25,0
Dietmar	159	31,8
Emil	178	35,6
Franz	133	26,6
Gerda	168	33,6
Hannah	148	29,6
Igor	121	24,2
Jasmin	187	37,4
Konstantin	193	38,6
Lisa	209	41,8
Markus	98	19,6
Nora	163	32,6
Oliver	164	32,8
Philipp	214	42,8
Quentin	194	38,8
Ruth	150	30,0
Stefan	136	27,2
Thomas	135	27,0
Ulli	101	20,2
Vera	164	32,8
Werner	196	39,2
Xaver	153	30,6
Yilmaz	147	29,4
Zoe	183	36,6

b. September: 909 Punkte; Oktober: 723 Punkte; November: 796 Punkte; Dezember: 904 Punkte; Jänner: 886 Punkte

430 a. (75, 61, 78, 82, 60)

Am Montag wurden 75 Produkte verkauft, am Dienstag 61 usw.

b. $\begin{pmatrix} 99 \\ 154 \\ 103 \end{pmatrix}$

Von Produkt A wurden in dieser Woche 99 Stück verkauft, von Produkt B 154 Stück und von Produkt C 103 Stück.

c. (11425 9739 9572 11318 8240)

Am Montag wurden 11425€ eingenommen, am Dienstag 9739€ usw.

431 Siehe Schulbuch Seite 185.

432 Siehe Schulbuch Seite 185.

433 Siehe Schulbuch Seite 185.

434 Siehe Schulbuch Seite 185.

435 Siehe Schulbuch Seite 185.

5.2 Matrizen

- 437 a. 3×4 -Matrix
 b. $A_{13} = 6$; $A_{21} = 0$; $A_{32} = -5$; $A_{34} = 10$
 c. 8: 2. Zeile, 2. Spalte; 4: 2. Zeile, 4. Spalte; -7: 3. Zeile, 3. Spalte

438 a. $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

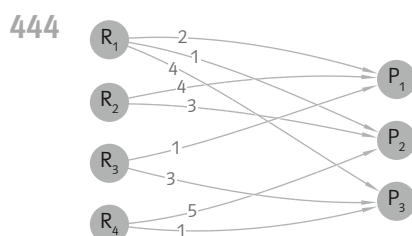
- 439 a. $T_{78} = 3$; Gorilla G7 trat mit G8 an diesem Tag 3-mal in sozialen Kontakt.
 b. Wenn Gorilla Gi mit Gorilla Gj Kontakt hat, dann hat natürlich gleichzeitig Gj mit Gi Kontakt.
 c. 24; G9 stand an diesem Tag insgesamt 24-mal mit anderen Tieren in Kontakt.
 d. G1 hatte mit 28 Kontakten die meisten und G13 mit 9 Kontakten die wenigsten Sozialkontakte.
- 440 a. In der Diagonalen von links oben nach rechts unten müsste die Entfernung jeder Stadt zu sich selbst stehen. Man könnte auch in jedes dieser Felder die Zahl 0 schreiben.
 b. $A_{35} = 572$ gibt die Entfernung Brenner–Drasenhofen an. Diese beträgt 572 km
 c. Eva hat recht, denn ein Ort A ist von einem Ort B gleich weit entfernt, wie der Ort B vom Ort A.
 d.

	Bregenz	Eisenstadt	Graz	Innsbruck	Klagenfurt	Linz	Salzburg	St. Pölten	Wien
Bregenz		697	594	200	537	486	352	592	674
Eisenstadt	697		168	481	289	219	339	102	50
Graz	594	168		394	153	202	245	191	192
Innsbruck	200	481	394		318	292	158	398	458
Klagenfurt	537	289	153	318		262	231	396	334
Linz	486	219	202	292	262		130	123	183
Salzburg	352	339	245	158	231	130		243	303
St. Pölten	592	102	191	398	396	123	243		66
Wien	674	50	192	458	334	183	303	66	



- 441 Die Entfernungsangaben der Routenplaner können sehr variieren:
<http://maps.google.at/> liefert für Achau–Bezau zu Fuß 574 km, mit dem Auto 664 km;
<http://www.luftlinie.org/> liefert für Achau–Bezau 491 km Luftlinie;
<http://www.viamichelin.de/web/Routenplaner> liefert als längste Route 668 km und als kürzeste Route 608 km.
 Natürlich gibt es noch viele andere Routenplaner, die wiederum andere Ergebnisse liefern könnten. Du solltest auf jeden Fall alle Entfernungen mit demselben Routenplaner und denselben Einstellungen berechnen lassen.

443 a. $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 7 \end{pmatrix}$



445 **A**

446 Siehe Schulbuch Seite 185.

447 Siehe Schulbuch Seite 185.

448 Siehe Schulbuch Seite 185.

449 Siehe Schulbuch Seite 185.

5.3 Rechnen mit Matrizen

451 a. $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 12 & 15 \\ 6 & 7 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -1 & 2 \\ -2 & -2 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 & 3 \\ 6 & -1 & 11 & -4 \\ -5 & 10 & 5 & 14 \end{pmatrix}$

d. Die Addition ist nicht möglich, da die Anzahl der Zeilen (und auch der Spalten) der beiden Matrizen nicht gleich ist.

e. Die Addition ist nicht möglich, da Anzahl der Spalten der beiden Matrizen nicht gleich ist.

f. $\begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{4} \\ 2 & -\frac{23}{6} \\ -\frac{1}{20} & -\frac{7}{12} \end{pmatrix}$



ggb/xls/tns
c7dd28

452 Siehe die Lösung zu Aufgabe 451 und Mathematik anwenden HUM-Online.

453 a. $\begin{pmatrix} 15 & -12 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -14 \\ 4 & -6 & 12 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$



ggb/xls/tns
r9q6ve

454 a. $\begin{pmatrix} 12 & 16 & 7 \\ 8 & 25 & 8 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 3,6 & 1,9 & 8,2 \\ -1,6 & -12,8 & 3,5 \\ -0,7 & 8 & -5,2 \end{pmatrix}$



ggb/xls/tns
7bs6vw

455 a. $\begin{pmatrix} 60 & -40 & 90 \\ 10 & 20 & -50 \\ -70 & 60 & 80 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 12,4 & 7,6 & 9,4 \\ -7 & 15,8 & 2,4 \\ 0,8 & 4,6 & 10,2 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 4 & \frac{4}{3} & 3 \\ -\frac{8}{3} & 2 & 7 \\ 9 & -\frac{3}{2} & -6 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{2}{9} \\ -\frac{3}{8} & 1 \end{pmatrix}$



ggb/xls/tns
g3zv6y

456 Siehe Mathematik anwenden HUM-Online.



ggb/xls/tns
2k6gh9

457 a. $\begin{pmatrix} 110 & 30 \\ 40 & 160 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -28 & 105 & 77 \\ 14 & 35 & -14 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 7 & 9 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 4 & \frac{21}{20} \\ \frac{13}{6} & \frac{7}{6} \end{pmatrix}$

458 a. 49 Stück

b. 271 Stück

c. 117: So viel Stück von Produkt 1 wurden im Jänner in der 3. Filiale verkauft.

d. 354: So viel Stück wurden im Jänner in Filiale 2 von allen 4 Produkten zusammen insgesamt verkauft.

e. 221 Stück wurden von Produkt 3 in allen Filialen zusammen verkauft.

f. $\begin{pmatrix} 206 & 263 & 336 \\ 313 & 479 & 458 \\ 202 & 163 & 279 \\ 70 & 133 & 250 \end{pmatrix}$ $(J + F + M)_{ij}$ gibt an, wie viel Stück vom i -ten Produkt in der j -ten Filiale im Zeitraum Jänner bis März insgesamt verkauft wurden.

460 a. 30 b. -12 c. 0 d. 0

461 477,70 €

462 1410 €

463 57,60 €

464 a. 1150 €

b. 1669 €

c. ca. 860 € (die Entfernung Wien–Neapel beträgt ca. 1320 km)

465 a. 39 €, 60 kg b. 19 €

466 a. 415 € b. 398,50 €

467 Das Produkt ist der Brennwert eines Lebensmittels aus 30 g Eiweiß, 60 g Fett und 10 g Kohlehydrate. Er beträgt 700 kcal.

468 a. 1341,75 kcal b. 207,8 kcal c. 163 kcal d. 144,64 kcal e. 74 kcal

470 a. $\begin{pmatrix} 29 \\ 33 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 5,1 \\ 7,9 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 22 \\ 19 \\ 70 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 41 \\ 27 \\ 50 \\ 22 \\ 3 \end{pmatrix}$

471 a. (43 37) b. (7 -2 9) c. (9 -2 7) d. (-2 7 9)

472 a. zum Beispiel: $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ oder $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ d. zum Beispiel: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b. zum Beispiel: $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e. zum Beispiel: $A = (0 \ 0 \ 1)$

c. zum Beispiel: $A = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ f. zum Beispiel: $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$



ggb/xls/tns
f96ie3

473 a. $\begin{pmatrix} 14 & 11 \\ 14 & 16 \end{pmatrix}$ d. nicht möglich

b. $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 3,2 & 0 \\ 8,8 & 1 \end{pmatrix}$ g. $\begin{pmatrix} 0 & 24 & -13 \\ 32 & 0 & 14 \\ 26 & 21 & 0 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ f. $\begin{pmatrix} 0 & 12 & -28 \\ 2 & 0 & 14 \\ 8 & 15 & 0 \end{pmatrix}$ h. $\begin{pmatrix} -5 & -6 & 34 & 7 \\ -3 & 14 & 16 & 13 \\ -1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

474 a. $A + B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$; $A \cdot B = \begin{pmatrix} 6 & 13 \\ 12 & -29 \end{pmatrix}$; $B \cdot A = \begin{pmatrix} -18 & 14 \\ 30 & -5 \end{pmatrix}$

b. $A + B = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 5 \\ -3 & -2 & 8 \\ 11 & 4 & -2 \end{pmatrix}$; $A \cdot B = \begin{pmatrix} -9 & 10 & 15 \\ 45 & 10 & -12 \\ 0 & 18 & 27 \end{pmatrix}$; $B \cdot A = \begin{pmatrix} 33 & 16 & 23 \\ -6 & -17 & -4 \\ 4 & 17 & 12 \end{pmatrix}$

c. $A + B$ nicht möglich, $A \cdot B = \begin{pmatrix} 23 & 14 \\ -40 & 33 \end{pmatrix}$; $B \cdot A = \begin{pmatrix} 21 & -3 & 8 \\ 36 & 8 & 4 \\ -12 & -41 & 27 \end{pmatrix}$

d. $A + B$ nicht möglich; $A \cdot B = \begin{pmatrix} -7 \\ 50 \\ 3 \end{pmatrix}$; $B \cdot A$ nicht möglich

475 a. $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 & 3 \\ -10 & 11 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 3 \\ 11 & 2 & 6 \\ 9 & 10 & 3 \end{pmatrix}$



476 a./b.

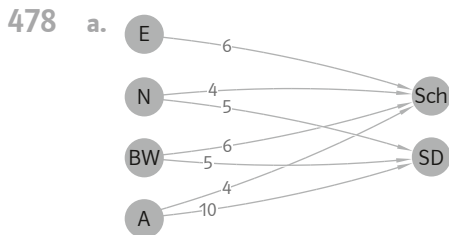
	Coupe Danmark	Früchtebecher	Nussbecher	Kinderbecher	Gesamtbedarf
Vanilleeis	3	1	1	1	85
Erdbeereis	0	1	0	0	12
Zitroneneis	0	1	0	0	12
Haselnusseis	0	0	1	0	8
Schokoladeeis	0	0	1	1	22
Schlagobers	1	1	1	0	37
Schokosauce	3	0	1	0	59
Waffeln	2	2	3	0	82
Fruchtsalat	0	1	0	0	12

c. 85 Kugeln Vanilleeis

477 a. $\begin{pmatrix} 8 & 4 & 5 & 3 \\ 0 & 4 & 5 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 2400 \\ 1400 \\ 1000 \\ 430 \\ 880 \end{pmatrix}$

Das bedeutet, man benötigt 2400 g „Schokolade 80%“, 1400 g „Schokolade 10%“ usw.



b. $B = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & 5 \\ 6 & 5 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}, B \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 600 \\ 1400 \\ 1600 \\ 2400 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 106 \\ 54 \\ 24 \\ 14 \\ 22 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 106 & 75 \\ 54 & 65 \\ 24 & 40 \\ 14 & 20 \\ 22 & 45 \end{pmatrix}$

Die erste Spalte gibt an, wie viel Gramm der einzelnen Zutaten „Schokolade 80%“, „Schokolade 10%“, „Nougat“, „Haselnuss“ und „Marzipan“ man zur Herstellung einer Packung „Schokogruß“ benötigt, die zweite Spalte enthält die entsprechenden Angaben für eine Packung „Süßer Dank“.

e. $\begin{pmatrix} 2560 \\ 1840 \\ 1040 \\ 540 \\ 1120 \end{pmatrix}$

Das bedeutet, man benötigt 2560 g „Schokolade 80%“, 1840 g „Schokolade 10%“ usw.

479 a. $\begin{pmatrix} 500 \\ 300 \\ 250 \\ 360 \\ 295 \\ 15 \\ 200 \end{pmatrix}$

Das Ergebnis ist eine Zutatenliste für die Tortencreation 2 (500 g Butter, 300 g Stärkemehl...)

	T1	T2	T3	T4
Butter	425	500	375	460
Stärkemehl	62,5	300	212,5	175
Mehl	462,5	250	287,5	350
Staubzucker	340	360	265	350
Kristallzucker	465	295	375,5	367,5
Eier	22	15	16	18,1
Kochschokolade	400	200	200	300

Die Einträge der Matrix geben die Gesamtmassen (in Gramm) je Zutat an, die für die Torten 1–4 gebraucht werden.

480 Die Auftragsspalte ist $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix}$.

- a. Die Anzahl der Einheiten der Grundmassen errechnet sich aus dem Produkt $T \cdot A$.
- b. Die Einträge des Produktes $(M \cdot T) \cdot A$ geben die Massen (in Gramm) jeder Zutat an, die für den Auftrag benötigt werden.

482 $N = \begin{pmatrix} 80 \\ 50 \\ 100 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 750 \\ 640 \end{pmatrix}$

Man benötigt 750 Einheiten vom ersten Rohstoff und 640 Einheiten vom zweiten Rohstoff.

483 a. 3 Rohstoffe und 4 Produkte

- b. Zur Herstellung von P_3 werden 4 Einheiten von R_3 benötigt.

c. $B \cdot N = \begin{pmatrix} 70 \\ 95 \\ 170 \end{pmatrix}$, man benötigt 70 Einheiten von R_1 , 95 Einheiten von R_2 und 170 Einheiten von R_3 .

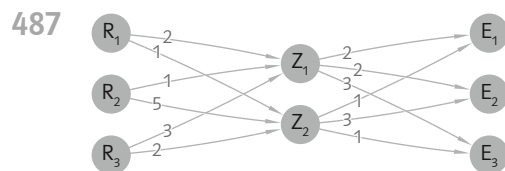
484 a. $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

b. $N = \begin{pmatrix} 200 \\ 150 \end{pmatrix}$

c. $B \cdot N = \begin{pmatrix} 1300 \\ 600 \\ 800 \end{pmatrix}$, man benötigt 1300 Einheiten von R_1 , 600 Einheiten von R_2 und 800 Einheiten von R_3 .

485 I. a. $B = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ b. $X = \begin{pmatrix} 1160 \\ 2020 \\ 1620 \end{pmatrix}$

II. a. $B = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ b. $X = \begin{pmatrix} 1480 \\ 1260 \\ 1600 \end{pmatrix}$



488 a. $RZ = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}, ZE = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}, RE = \begin{pmatrix} 12 & 14 & 24 \\ 30 & 41 & 14 \\ 6 & 14 & 20 \end{pmatrix}$

- b. 6200 Einheiten von R_1 und 11500 Einheiten von R_2

489 a. $\begin{pmatrix} 0,75 & 0,92 & 0,9 \\ 0 & 0,04 & 0 \\ 0,25 & 0,04 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 10 \\ 3 & 30 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 6,21 & 39,95 \\ 0,12 & 0,4 \\ 0,37 & 1,65 \\ 0,3 & 3 \end{pmatrix}$ Für ein Armband werden 39,95 g Gold benötigt.

d. 723,45 g Gold, 8,4 g Silber, 32,15 g Kupfer, 51 g Palladium

490 a. $\begin{pmatrix} 48 & 98 \\ 34 & 69 \end{pmatrix} = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ b. $\begin{pmatrix} 22 & 16 & 13 \\ 23 & 30 & 16 \\ 20 & 14 & 13 \end{pmatrix} = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

491 a. $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} = (A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$ b. $\begin{pmatrix} 9 & -2 & 7 \\ -1 & -2 & 5 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} = (A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$

492 a. $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 10 \end{pmatrix} = A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B + C)$ b. $\begin{pmatrix} -7 & 11 & 8 \\ 14 & -3 & 13 \\ 3 & 3 & 10 \end{pmatrix} = A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B + C)$

493 a. $\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 4 & 14 \end{pmatrix} = 2 \cdot A$ b. $\begin{pmatrix} 10 & 25 & 20 \\ 15 & 5 & 0 \\ 10 & 0 & 15 \end{pmatrix} = 5 \cdot A$

495 100800 €

496 a. **A** b. 27314,2 € gesamte Rohstoffkosten

497 8650 €

498 6360 €

499 a. $\begin{pmatrix} 31 & 33,5 \\ 32,5 & 28,5 \end{pmatrix}$

Die Rohstoffe für 1 Stück von P_1 kosten bei L_1 31 € und bei L_2 32,50 €. Die Rohstoffe für 1 Stück von P_2 kosten bei L_1 33,50 € und bei L_2 28,50 €.

b. $\begin{pmatrix} 4465 \\ 4350 \end{pmatrix}$

Die Rohstoffe für 90 Stück von P_1 und 50 Stück von P_2 kosten beim Lieferanten L_1 4465 € und beim Lieferanten L_2 4350 €.

c. Lieferant L_2 ist in diesem Fall billiger.

500 Siehe Schulbuch Seite 185.

501 Siehe Schulbuch Seite 186.

502 Siehe Schulbuch Seite 186.

503 Siehe Schulbuch Seite 186.

504 Siehe Schulbuch Seite 186.

5.4 Lineare Gleichungssysteme in Matrizenform

506 a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,5 & -2,5 \end{pmatrix}$ b. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,12 & 0,04 \\ 0,02 & -0,16 \end{pmatrix}$

507 a. $\begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$ i. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ f. nicht möglich, da $8 \cdot 0 - (-5) \cdot 0 = 0$ j. $\begin{pmatrix} -0,493 & -0,521 \\ -0,630 & -0,110 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ -\frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$ g. nicht möglich, da $3 \cdot (-4) - (-2) \cdot 6 = 0$ k. $\begin{pmatrix} \frac{4}{17} & \frac{3}{17} \\ -\frac{60}{17} & \frac{6}{17} \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} \frac{1}{32} & \frac{5}{32} \\ \frac{3}{16} & -\frac{1}{16} \end{pmatrix}$ h. $\begin{pmatrix} \frac{3}{13} & \frac{2}{13} \\ \frac{1}{13} & \frac{5}{13} \end{pmatrix}$ l. $\begin{pmatrix} \frac{240}{134} & \frac{216}{67} \\ \frac{67}{135} & -\frac{90}{67} \end{pmatrix}$



ggb/xls/tns 508
8i4m3t

a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{5}{43} & \frac{3}{43} \\ -\frac{1}{43} & \frac{8}{43} \end{pmatrix}$

c. $C^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$

e. $E^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{47}{561} & \frac{23}{187} & \frac{2}{33} & -\frac{74}{561} \\ -\frac{5}{1683} & -\frac{86}{561} & \frac{4}{99} & -\frac{16}{1683} \\ \frac{83}{1683} & \frac{31}{561} & \frac{7}{99} & \frac{71}{1683} \\ \frac{188}{1683} & \frac{92}{561} & \frac{8}{99} & \frac{265}{1683} \end{pmatrix}$

b. $B^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{25} & \frac{3}{25} & \frac{7}{25} \\ \frac{8}{75} & \frac{1}{75} & -\frac{31}{75} \\ -\frac{2}{25} & \frac{6}{25} & -\frac{11}{25} \end{pmatrix}$

d. $D^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ \frac{7}{39} & -\frac{10}{39} & \frac{5}{39} & \frac{4}{39} \\ -\frac{1}{26} & -\frac{19}{26} & \frac{3}{26} & \frac{5}{26} \\ -\frac{1}{13} & \frac{7}{13} & \frac{3}{13} & -\frac{8}{13} \end{pmatrix}$

f. $F^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{21} & \frac{50}{693} & -\frac{290}{693} & -\frac{56}{99} & -\frac{94}{231} \\ \frac{5}{21} & \frac{71}{2772} & \frac{694}{693} & \frac{463}{396} & \frac{809}{924} \\ \frac{2}{21} & -\frac{1}{2772} & \frac{244}{693} & \frac{211}{396} & \frac{353}{924} \\ -\frac{2}{21} & \frac{337}{2772} & \frac{239}{693} & \frac{173}{396} & \frac{235}{924} \\ \frac{1}{21} & -\frac{95}{2772} & \frac{311}{693} & \frac{245}{396} & \frac{271}{924} \end{pmatrix}$

510 a. $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 0,8 \\ -0,2 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} -0,5 \\ 0,25 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} -0,1 \\ 1,15 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} \frac{37}{11} \\ \frac{39}{11} \end{pmatrix}$ f. $\begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ \frac{13}{4} \end{pmatrix}$

511 a. $\begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 11,25 \\ -4,45 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 0,8 \\ -0,2 \end{pmatrix}$



ggb/xls/tns 512
w7z8ce

a. $\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -30,097 \\ 32,452 \\ 34,032 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 6 \\ -7 \end{pmatrix}$

514 a. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -10 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -14 \end{pmatrix}$
 $x=3, y=-2$ $x=1, y=-6$ $x=-2, y=2$

515 a. I. $x=1, y=6$ II. $x=-2, y=3$ III. $x=5, y=-7$
 b. I. $x=-\frac{118}{31}, y=\frac{5}{31}$ II. $x=1, y=11$ III. $x=-\frac{6}{31}, y=-\frac{36}{31}$



ggb/xls/tns 516
u3j9st

a. $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 2 \\ -8 \\ 7 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -1,179 \\ 2,390 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} -1,2 \\ 2,3 \\ 0 \\ -8,7 \end{pmatrix}$

 ggb/xls/tns
i4p55y

517

a. $\begin{pmatrix} 0,75 \\ 2,5 \\ -1,2 \end{pmatrix}$



b. $\begin{pmatrix} 7 \\ 1,5 \\ -0,5 \\ 6 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5,4 \\ -1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} -1,3 \\ 0,9 \\ -1,2 \\ 0,7 \\ -2,45 \end{pmatrix}$

518

- a. 36 Stück von P_1 , 28 Stück von P_2 , 11 Stück von P_3 und 15 Stück von P_4
 b. Die Matrix muss invertierbar sein. Dazu muss insbesondere die Anzahl der unterschiedlichen Produkte mit der Anzahl der unterschiedlichen Rohstoffe übereinstimmen (in unserem Fall jeweils 4).

 ggb/xls/tns
f2q8fu
 ggb/xls/tns
f2bv2m

520

166,70 ME von P_1 , 142,18 ME von P_2 und 127,56 ME von P_3

521

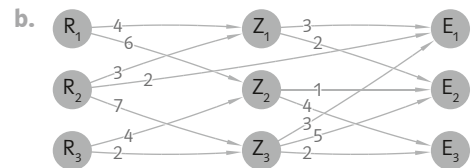
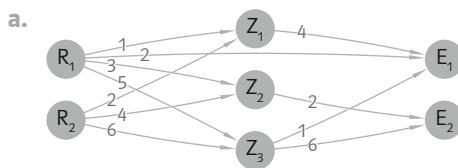
84,72 GE von L, 146,18 GE von I, 116,28 GE von D

523

a. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

524



 ggb/xls/tns
r4gc54

525

- a. Der Rohstoff R_2 fließt direkt in das Endprodukt E_2 . 180 ME von Zwischenprodukt Z_3 fließen direkt in den Verkauf.

b. $(E_8 - V)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 17 & 11 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 0 & 2 & 12 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 9 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c. $X = \begin{pmatrix} 3140 \\ 2610 \\ 1900 \\ 310 \\ 750 \\ 400 \\ 90 \\ 130 \end{pmatrix}$

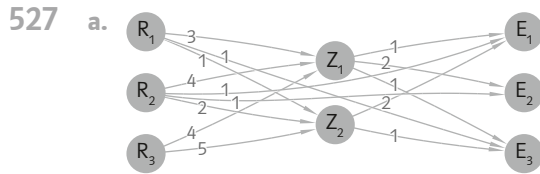
Man benötigt 3140 ME des Rohstoffs R_1 , 2610 ME von R_2 und 1900 ME von R_3 . Es fallen 310 ME des Zwischenprodukts Z_1 , 750 ME von Z_2 und 400 ME von Z_3 an. Es werden 90 ME des Endprodukts E_1 und 130 ME von E_2 produziert.

526

a. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$b. X = \begin{pmatrix} 5730 \\ 6040 \\ 900 \\ 650 \\ 1440 \\ 300 \\ 240 \end{pmatrix}$$

Um die Nachfrage zu erfüllen, werden 5730 ME von R_1 und 6040 ME von R_2 benötigt. Es werden 900 ME des Zwischenprodukts Z_1 , 650 ME von Z_2 und 1440 ME von Z_3 hergestellt. Vom Endprodukt E_1 werden 300 ME und von E_2 240 ME hergestellt.



$$b. X = \begin{pmatrix} 2020 \\ 3060 \\ 4550 \\ 450 \\ 550 \\ 90 \\ 70 \\ 120 \end{pmatrix}$$

Interpretation: Man benötigt 2020 ME von R_1 , 3060 ME von R_2 und 4550 ME von R_3 . Es werden 450 ME von Z_1 und 550 ME von Z_2 , sowie 90 ME von E_1 , 70 ME von E_2 und 120 ME von E_3 hergestellt.

528 —

529 Siehe Schulbuch Seite 186.

530 Siehe Schulbuch Seite 186.

531 Siehe Schulbuch Seite 186.



Zusammenfassende Aufgaben

- 532 a. $\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 \\ 29 \end{pmatrix}$; Lösung: $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
 b. $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 1,4 \end{pmatrix}$; Lösung: $\begin{pmatrix} 0,8 \\ -0,2 \end{pmatrix}$
 c. $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1,5 \end{pmatrix}$; Lösung: $\begin{pmatrix} 0,25 \\ -0,5 \end{pmatrix}$

533 a. $\begin{pmatrix} 30 & 20 & 25 \\ 90 & 50 & 50 \\ 90 & 75 & 110 \\ 0 & 75 & 100 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 50 & 200 \end{pmatrix}$ b. 150 Eier

534 a. R_2 geht direkt in E_2 ein.

$$b. V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$c. X = \begin{pmatrix} 10080 \\ 9000 \\ 10980 \\ 1020 \\ 1660 \\ 100 \\ 200 \\ 80 \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 500 \\ 0 \\ 100 \\ 200 \\ 80 \end{pmatrix}$$

Das bedeutet, dass 10 080 ME von R_1 , 9 000 ME von R_2 und 10 980 ME von R_3 benötigt werden. Es werden 1020 ME von Z_1 , 1660 ME von Z_2 sowie 100 ME von E_1 , 200 ME von E_2 und 80 ME von E_3 produziert.



535

a. $A \cdot B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -12 & 6 \end{pmatrix}; B \cdot A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -8 & 7 \end{pmatrix}$

c. $A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 & -1 & 18 \\ 1 & -12 & 2 & 4 & 13 \\ 12 & -2 & -4 & 24 & -4 \\ 3 & -6 & 6 & 2 & 19 \\ 10 & -10 & 0 & 20 & 10 \end{pmatrix}; B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 30 & 39 \\ 0 & 0 & 10 \\ 18 & 8 & 0 \end{pmatrix}$

b. $A \cdot B = \begin{pmatrix} -2 & 17 & -2 \\ 1 & 21 & -2 \\ 8 & -5 & 8 \end{pmatrix}; B \cdot A = \begin{pmatrix} 10 & -7 & 1 \\ -4 & 10 & -4 \\ 5 & -27 & 7 \end{pmatrix}$

d. $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

536

- a. 200 Stück
- b. 1450 Stück
- c. 400 Stück von Produkt 3 wurden am Standort 2 produziert.
- d. 2510 Stück; Das ist die gesamte Anzahl an Produkten, die im Mai am Standort 3 produziert wurden.

e. $\begin{pmatrix} 1550 & 970 & 2420 \\ 970 & 900 & 2320 \\ 1280 & 1100 & 970 \\ 560 & 750 & 1500 \end{pmatrix}$

Es ist abzulesen, wie viel von jedem Produkt pro Standort in den Monaten April, Mai und Juni produziert wurde.

537

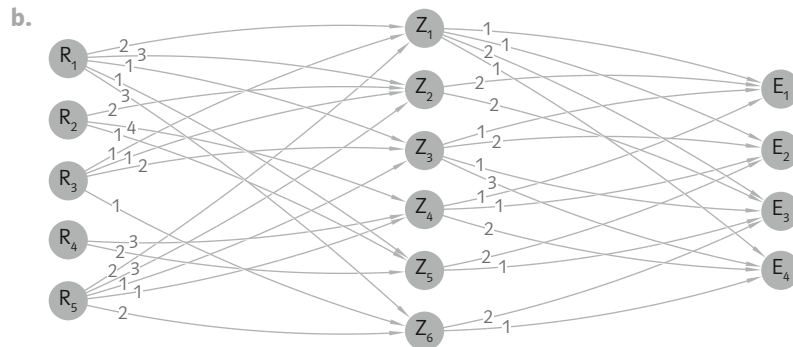
a. $\begin{pmatrix} 514,80 & 357,60 & 703,80 \\ 524,70 & 417,20 & 676,20 \\ 643,50 & 536,40 & 1000,50 \\ 712,80 & 655,60 & 952,20 \\ 851,40 & 804,60 & 876,30 \\ 742,50 & 327,80 & 738,30 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 1576,20 \\ 1618,10 \\ 2180,40 \\ 2320,60 \\ 2532,30 \\ 1808,60 \end{pmatrix}$

c. 12 036,20 €

538

- a. $RZ_{35} = 0$, das heißt, für die Produktion von Z_5 werden 0 Einheiten von R_3 benötigt. $ZE_{34} = 3$, das heißt für die Produktion von E_4 werden 3 Einheiten von Z_3 benötigt.



c. $RZ \cdot ZE = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 18 & 8 \\ 8 & 6 & 5 & 8 \\ 5 & 5 & 8 & 8 \\ 3 & 7 & 2 & 6 \\ 10 & 5 & 15 & 9 \end{pmatrix}$

Die 1. Zeile sagt aus, wie viele Einheiten des Rohstoffs R_1 für die Produktion jeweils einer Einheit von E_1 bis E_4 benötigt werden. Die 2. Spalte sagt aus, wie viele Einheiten der Rohstoffe R_1 bis R_5 zur Produktion einer Einheit von E_2 benötigt werden.

d. $\begin{pmatrix} 675 \\ 530 \\ 495 \\ 385 \\ 670 \end{pmatrix}$

539 a. $RZ = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

b. $ZE = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

c. $RZ \cdot ZE = \begin{pmatrix} 13 & 14 \\ 14 & 16 \\ 9 & 2 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$

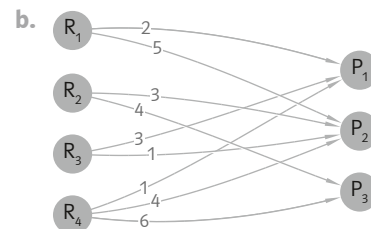
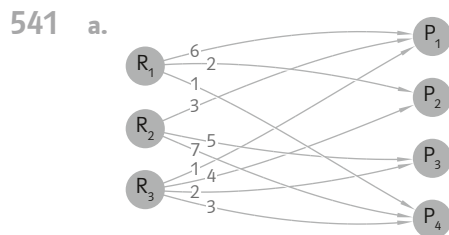
d. $(RZ \cdot ZE) \cdot b = \begin{pmatrix} 750 \\ 840 \\ 250 \\ 400 \end{pmatrix}$

540 a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$

b. $B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{10} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$

c. $C^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{82} & \frac{5}{82} \\ \frac{4}{41} & \frac{3}{41} \end{pmatrix}$

d. $D^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{63} & \frac{16}{63} \\ \frac{32}{63} & -\frac{4}{63} \end{pmatrix}$



ggb/xls/tns
p8t6jq

542 a. 112 000 €

b. 2 100 €

c. 16 800 €

d. der Bereich Fertigung

543 a. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 5 & 3 & 0 \\ 5 & 5 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 9 & 7 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}$

544 $\begin{pmatrix} 20 & 40 & 40 & 0 \\ 0 & 10 & 80 & 10 \\ 25 & 25 & 25 & 25 \end{pmatrix}$

545 a. $RE = \begin{pmatrix} 18 & 19 \\ 25 & 15 \end{pmatrix}$

b. $N = \begin{pmatrix} 800 \\ 750 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 28\ 650 \\ 31\ 250 \end{pmatrix}$ das bedeutet, dass 28 650 Einheiten von R_1 und 31 250 Einheiten von R_2 benötigt werden.

c. $(5\ 7) \cdot \begin{pmatrix} 18 & 19 \\ 25 & 15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 800 \\ 750 \end{pmatrix}$

546 $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -7 \\ 10 & -4 & -7 \\ 6 & -1 & 7 \end{pmatrix}$

547 a. zum Beispiel: $(7\ 3) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ oder: $(4\ 5) \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ b. zum Beispiel: $(6\ 2\ 3\ -5) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$ oder: $(4\ 5\ 7\ 6) \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

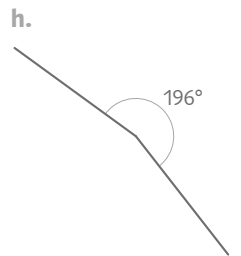
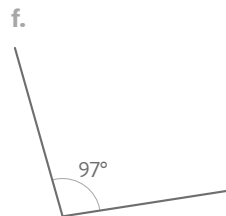
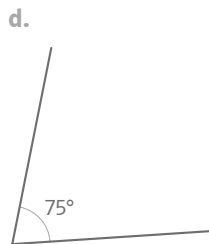
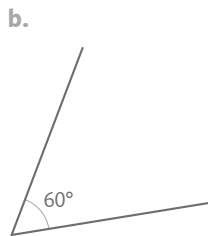
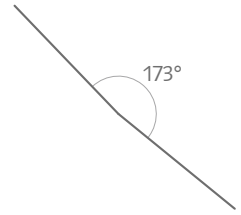
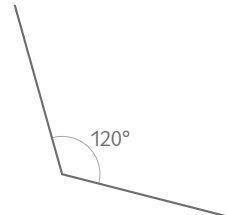
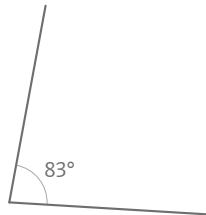
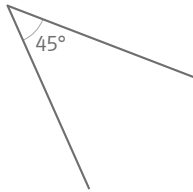
6 Winkelfunktionen

6.1 Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

- 549 a. $25,50^\circ$ c. $151,9028^\circ$ e. $179,3942^\circ$ g. $8,9397^\circ$
 b. $63,25^\circ$ d. $70,1344^\circ$ f. $88,945^\circ$ h. $12,635^\circ$
- 551 a. $75^\circ 30'$ c. $11^\circ 7' 12''$ e. $96^\circ 53' 24''$ g. $8^\circ 9' 25''$
 b. $45^\circ 12' 0''$ d. $47^\circ 13' 48''$ f. $115^\circ 20' 24''$ h. $98^\circ 40' 31''$



- 552 a. c. e. g.



- 553 a. 45° ; spitzer Winkel b. 34° ; spitzer Winkel c. 120° ; stumpfer Winkel
- 555 a. $\frac{1}{2}\pi$ c. $\frac{1}{4}\pi$ e. $0,0544\pi$ g. $0,2755\pi$
 b. π d. $\frac{1}{3}\pi$ f. $0,8787\pi$ h. $0,3711\pi$
- 557 a. $90^\circ 0' 0''$ c. $135^\circ 0' 0''$ e. $32^\circ 19' 14''$ g. $86^\circ 3' 50''$
 b. $30^\circ 0' 0''$ d. 180° f. $51^\circ 17' 28''$ h. $157^\circ 5' 57''$
- 559 a. $98^\circ 43' 18''$ b. $1^\circ 40' 58''$ c. $44,24^\circ$ d. $29,26^\circ$ e. $0,02\text{rad}$ f. $0,39\text{rad}$

560 Die Winkelsumme im Dreieck ist 180° . Wenn zwei Winkel größer als 90° sind, dann ist ihre Summe bereits größer als 180° und das ist für ein Dreieck nicht möglich. Daher kann höchstens ein Winkel größer als 90° sein.

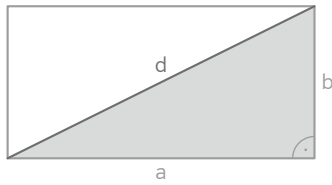
561 $\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ \quad | - 90^\circ$
 $\alpha + \beta = 90^\circ$

- 562 a. $a \approx 5,5\text{cm}, \beta \approx 38^\circ, \gamma \approx 84^\circ$ c. $a \approx 5,6\text{cm}, b \approx 3,6\text{cm}, \gamma = 78^\circ$
 b. $b \approx 7,6\text{cm}, \alpha \approx 55^\circ, \gamma \approx 45^\circ$ d. $b \approx 5,7\text{cm}, c \approx 5,9\text{cm}, \alpha = 49^\circ$

- 563 a. $h_c \approx 5,4\text{cm}, A \approx 13,5\text{cm}^2$ c. $h_c \approx 5,4\text{cm}, A \approx 11,34\text{cm}^2$
 b. $h_c \approx 2,7\text{cm}, A \approx 8,64\text{cm}^2$ d. $h_c \approx 2,9\text{cm}, A \approx 8,99\text{cm}^2$

- 565 a. 4m b. 5m c. 3m d. $10\sqrt{5}\text{m}$ e. $2,50\text{m}$ f. $16,221\text{m}$

566 Die Länge der Diagonale ist $\sqrt{a^2 + b^2}$.



567 **A**, **B**, **C** Das folgt aus dem Satz von Pythagoras, weil bei **A**, **B** und **C** jeweils $a^2 + b^2 = c^2$ ist.

568 7,7m

569 a. 7 Sekunden b. ca. 27 Sekunden

570 13 Meilen

571 a. Ca. 10 000 km, weil die Erde annähernd die Form einer Kugel hat (siehe auch **b.**).
 b. Die Erde ist (annähernd) eine Kugel mit einem Umfang von ca. 40 000 km. Der Endpunkt des angegebenen Weges ist der Südpol. Dieser ist von jedem Punkt des Äquators annähernd 10 000 km entfernt. Auf einem Globus kann man das einfach nachvollziehen. Bei Berechnungen mit relativ kleinen Entfernungen wie in Aufgabe 570 (und wenn das Segelboot weit von Nord- und Südpol entfernt ist) kann man annehmen, dass man sich auf einer Ebene befindet.

572 Die beiden abgebildeten „großen“ Quadrate haben denselben Flächeninhalt (und zwar $(a + b)^2$). Die blauen Flächen haben in beiden Quadraten offensichtlich den gleichen Flächeninhalt (und zwar 4-mal $\frac{a \cdot b}{2}$), daher müssen auch die grünen Flächen den gleichen Inhalt haben, also muss $a^2 + b^2 = c^2$ sein.

574 a. $b = 13,5 \text{ cm}$, $c = 22,5 \text{ cm}$ c. $a \approx 152,70 \text{ cm}$, $c \approx 196,33 \text{ cm}$
 b. $a \approx 11,52 \text{ dm}$, $b \approx 9,60 \text{ dm}$ d. $a \approx 2,68 \text{ m}$, $b \approx 14,76 \text{ m}$

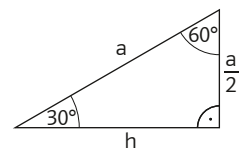
575 $a = 21 \text{ cm}$, $b = 28 \text{ cm}$, $c = 35 \text{ cm}$

576 $a \approx 91,29 \text{ cm}$, $b \approx 219,09 \text{ cm}$, $c \approx 237,35 \text{ cm}$

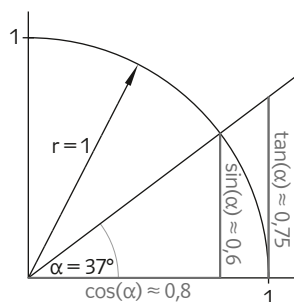
577 $2468,1 \text{ cm}^2$

578 a. Breite: $42,67 \text{ cm}$, Höhe: $32,00 \text{ cm}$, Flächeninhalt: $1365,4 \text{ cm}^2$
 b. Breite: $46,5 \text{ cm}$, Höhe: $26,4 \text{ cm}$, Flächeninhalt: $1227,6 \text{ cm}^2$

580 a. $\sin(30^\circ) = \frac{a}{a} = \frac{1}{2}$ c. $\cos(30^\circ) = \frac{h}{a} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$
 b. $\cos(60^\circ) = \frac{a}{a} = \frac{1}{2}$ d. $\tan(60^\circ) = \frac{h}{\frac{a}{2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3}$



581 a. $\sin(37^\circ) \approx 0,60$; $\cos(37^\circ) \approx 0,80$; $\tan(37^\circ) \approx 0,75$



b. $\sin(55^\circ) \approx 0,82$; $\cos(55^\circ) \approx 0,57$; $\tan(55^\circ) \approx 1,43$
 c. $\sin(28^\circ) \approx 0,47$; $\cos(28^\circ) \approx 0,88$; $\tan(28^\circ) = 0,53$

- f. $\sin(\alpha) = 0,350$; $\cos(\alpha) = 0,937$; $\tan(\alpha) = 0,374$
- g. $\sin(\alpha) = 0,653$; $\cos(\alpha) = 0,757$; $\tan(\alpha) = 0,862$
- h. $\sin(\alpha) = 0,944$; $\cos(\alpha) = 0,331$; $\tan(\alpha) = 2,849$

 ggb/xls/tns 593
a64f4y

	sin	tan
a.	0,001999998	0,002000002
b.	0,053973759	0,054052549
c.	0,12269009	0,123624065
d.	0,98544973	5,797883715
e.	0,998710144	19,66952782
f.	0,999999682	1255,765591

Für sehr kleine Zahlen x ist $\sin(x) \approx \tan(x) \approx x$ (siehe a. – c.), für größere Zahlen x ist das nicht der Fall (siehe d. – f.).

595

	a.	b.	c.	d.	e.
a	10,18 cm	9 cm	63,03 mm	16,75 dm	605 mm
b	6,36 cm	6,07 cm	156 mm	5,51 dm	507,66 mm
c	12 cm	10,86 cm	168,25 mm	17,63 dm	789,77 mm
α	58°	56°	22°	71°48'	0,89 rad
β	32°	34°	68°	18°12'	0,70 rad

597 Längen in cm; Flächeninhalt in cm^2

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
a	14,00	11,00	5,00	7,77	11,00	4,00
b	12,00	15,00	12,00	14,54	6,00	3,00
c	18,44	18,60	13,00	16,49	12,53	5,00
α	49,40	36,25	22,62	28,12	61,39	53,13
β	40,60	53,75	67,38	61,88	28,61	36,87
Flächeninhalt	84,00	82,50	30,00	56,49	33,00	6,00

- 598 a. $c = 91,92 \text{ cm}$; $\alpha = \beta = 45^\circ$
- b. $c = 87,66 \text{ cm}$; $\alpha = 27,15^\circ$; $\beta = 62,85^\circ$
- c. $c = 85,59 \text{ cm}$; $\alpha = 83,29^\circ$; $\beta = 6,71^\circ$
- d. $c = 92,11 \text{ cm}$; $\alpha = 20,99^\circ$; $\beta = 69,01^\circ$
- e. $c = 91,08 \text{ cm}$; $\alpha = 81,16^\circ$; $\beta = 8,84^\circ$
- f. $c = 764,51 \text{ cm}$; $\alpha = 19,05^\circ$; $\beta = 70,95^\circ$
- g. $c = 293,07 \text{ cm}$; $\alpha = 17,43^\circ$; $\beta = 72,57^\circ$
- h. $c = 705,71 \text{ cm}$; $\alpha = 87,67^\circ$; $\beta = 2,33^\circ$
- i. $c = 942 \text{ cm}$; $\alpha = 73,83^\circ$; $\beta = 16,17^\circ$
- j. $c = 1192,93 \text{ cm}$; $\alpha = 41,06^\circ$; $\beta = 48,94^\circ$

Wären die Längen in Zoll oder in Meter gegeben, würden sich zwar die Einheiten ändern, nicht jedoch die Zahlen.

 ggb/xls 599
qh799g

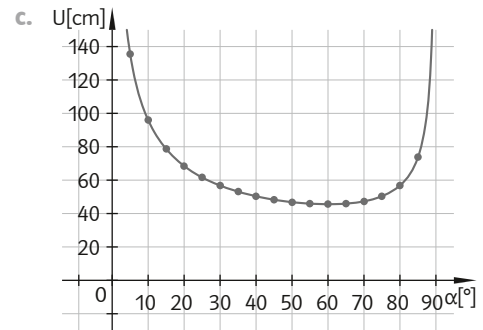
Siehe Mathematik anwenden HUM-Online.

601

	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.	h.
a (in cm)	13,00	7,00	11,00	11,37	8,18	16,76	12,42	10,39
c (in cm)	15,00	13,00	18,00	4,62	10,75	10,41	11,44	12,18
α (in Grad)	54,77	21,79	35,10	78,28	48,92	71,91	62,58	54,12
γ (in Grad)	70,47	136,42	109,80	23,44	82,16	36,19	54,84	71,77
Höhe h (in cm)	10,62	2,60	6,32	11,13	6,17	15,93	11,02	8,42
Höhe h_a (in cm)	12,25	4,82	10,35	4,52	8,10	9,90	10,15	9,87
Flächeninhalt (in cm^2)	79,64	16,89	56,92	25,72	33,16	82,92	63,06	51,27

 ggb/xls
wr6373 602

Winkel α in $^\circ$	a.		b.
	c in cm	h in cm	Umfang in cm
5	67,62	2,96	135,49
10	47,63	4,20	95,99
15	38,64	5,18	78,64
20	33,15	6,03	68,43
25	29,29	6,83	61,60
30	26,32	7,60	56,71
35	23,90	8,37	53,08
40	21,83	9,16	50,34
45	20,00	10,00	48,28
50	18,32	10,92	46,82
55	16,74	11,95	45,91
60	15,20	13,16	45,59
65	13,66	14,64	45,97
70	12,07	16,58	47,34
75	10,35	19,32	50,35
80	8,40	23,81	56,76
85	5,92	33,81	73,79



- d. für das gleichseitige Dreieck mit Seitenlänge 15,20
- e. nein, es ändert sich nichts bezüglich α

603 a. 7,5 cm

b. $59,85^\circ$

604 49355 m

605 $4,48^\circ$

607 a. $36,87^\circ$

b. 45°

c. $59,53^\circ$

608 a. 5,7%

b. 7,9%

c. 6,3%

d. 14,7%

609 45° . Eine Steigung von 100% liegt vor, wenn die Änderungsrate 1 ist. Die beiden Katheten des Steigungsdreiecks müssen dann gleich lang sein. Die beiden spitzen Winkel eines gleichschenkeligen rechtwinkligen Dreiecks sind stets 45° .

610 $6,8^\circ$

611 $8,0^\circ$

612 Steigung: 20,48%, Steigungswinkel: $11,58^\circ$

613 $40,36^\circ$

- 614 6m
- 615 48,3cm
- 616 a. 457,62m
b. Die Aussage stimmt nicht. Je größer der Steigungswinkel ist, desto kleiner ist die Mindestlänge.
- 617 a. 11,38m b. 33,7%
- 618 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 619 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 620 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 621 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 622 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 623 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 624 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 625 Siehe Schulbuch Seite 186.

6.2 Die Sinus-, Cosinus- und Tangensfunktion

- 627 a. 0,5 c. -0,82 e. -0,5 g. -0,84
b. 0,97 d. 0,71 f. 0,99 h. 0,47
- 628 a. I. und II. Quadrant e. II. und III. Quadrant
b. III. und IV. Quadrant f. I. und III. Quadrant
c. I. und IV. Quadrant g. I. und III. Quadrant
d. II. und III. Quadrant h. II. und IV. Quadrant
- 629 a. 17,5°; 162,5° d. 239,3°; 300,7° g. 131,3°; 228,7° j. 50,9°; 230,9°
b. 46,9°; 133,1° e. 54,5°; 305,5° h. 156,9°; 203,1° k. 160,7°; 340,7°
c. 208,7°; 331,3° f. 80,2°; 279,8° i. 26,6°; 206,6° l. 131,3°; 311,3°

630

	α	β mit $\sin(\beta) = \sin(\alpha)$	γ mit $\cos(\gamma) = \cos(\alpha)$	δ mit $\tan(\delta) = \tan(\alpha)$
a.	70°	110°	290°	250°
b.	117°	63°	243°	297°
c.	234°	306°	126°	54°
d.	341°	199°	19°	161°

- 631 a. $\cos(45^\circ) = \sin(45^\circ)$ d. $\sin(220^\circ) < \tan(220^\circ)$ g. $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) > \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)$
b. $\sin(60^\circ) > \cos(60^\circ)$ e. $\sin(\pi) > \cos(\pi)$ h. $\tan(2\pi) > \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$
c. $\tan(35^\circ) > \sin(35^\circ)$ f. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ i. $\cos(100^\circ) = \sin(190^\circ)$
- 632 a. 5,74° und 174,26° e. 66,42° und 293,58° i. 38,66° und 218,66°
b. 342,54° und 197,46° f. 107,46° und 252,54° j. 283,39° und 103,39°
c. 64,16° und 115,84° g. 154,16° und 205,84° k. 54,56° und 234,46°
d. 270° h. 60° und 300° l. 315° und 135°

633 **B, C**

A ist nicht richtig, weil zum Beispiel $\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$ ist.

B ist richtig, weil für alle Winkel α gilt: $-1 \leq \sin(\alpha) \leq 1$

C ist richtig, weil für alle α gilt: $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$

D ist nicht richtig, weil zum Beispiel $\cos(0) = 1$ und $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ ist.

E ist nicht richtig, weil zum Beispiel $\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\pi) = -1$ ist.

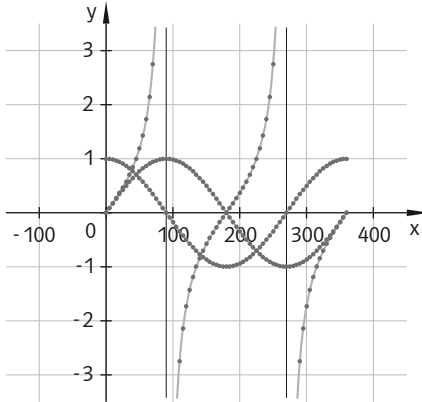
634 a. Tangens

b. Cosinus

c. Sinus



635



636 Siehe Mathematik anwenden HUM-Online.

637 —

638 Siehe Schulbuch Seite 186.

639 Siehe Schulbuch Seite 186.

640 Siehe Schulbuch Seite 186.

6.3 Dreiecke und Vermessungsaufgaben

642 a. Sinussatz: $\frac{\sin(\delta)}{y} = \frac{\sin(\gamma)}{z} = \frac{\sin(\epsilon)}{x}$; Cosinussatz: $x^2 + y^2 - 2xy \cos(\gamma) = z^2$

b. Sinussatz: $\frac{\sin(\delta)}{a} = \frac{\sin(\mu)}{b} = \frac{\sin(\epsilon)}{c}$; Cosinussatz: $a^2 + b^2 - 2ab \cos(\epsilon) = c^2$

c. Sinussatz: $\frac{\sin(\alpha)}{l} = \frac{\sin(\beta)}{m} = \frac{\sin(\gamma)}{k}$; Cosinussatz: $k^2 + l^2 - 2kl \cos(\beta) = m^2$

643 **C, D, G**



644 Für jedes Dreieck sind die drei Quotienten gleich.

645 —

646 Mit γ bezeichnen wir den rechten Winkel. Dann besagt der Cosinussatz $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$. Da $\cos(\gamma) = 0$ ist, wenn $\gamma = 90^\circ$ ist, gilt somit $c^2 = a^2 + b^2$. Das ist der Satz von Pythagoras.

647 Die Behauptung ist falsch. Für die Herleitung des Sinussatzes haben wir keine speziellen Bedingungen an die Winkel gestellt. Für rechtwinkelige Dreiecke kann man den Sinussatz sogar besonders einfach herleiten: Bezeichnen wir mit γ den rechten Winkel, dann ist $\sin(\gamma) = 1$.

Nach Definition ist $\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$ und $\sin(\beta) = \frac{b}{c}$, also ist $\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{1}{c} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$.

652 a. Cosinussatz

c. Sinussatz

e. Sinussatz

b. Cosinussatz

d. Cosinussatz

f. Sinussatz

- 681** 22% (entspricht der Steigung der steilsten Straße in Deutschland, der Herrenstraße in St. Andreasberg)
- 682**
- | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--|
| a. $\sin(30^\circ) < \sin(60^\circ)$ | e. $\sin(60^\circ) = \cos(30^\circ)$ | i. $\cos(5^\circ) > \sin(80^\circ)$ |
| b. $\cos(20^\circ) > \cos(70^\circ)$ | f. $\tan(45^\circ) = \sin(90^\circ)$ | j. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) < \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ |
| c. $\tan(10^\circ) < \tan(50^\circ)$ | g. $\tan(60^\circ) > \sin(60^\circ)$ | k. $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) > \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ |
| d. $\cos(30^\circ) > \sin(30^\circ)$ | h. $\cos(10^\circ) < \tan(50^\circ)$ | l. $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) > \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$ |



683

vertikale Höhe in cm	horizontaler Platzbedarf in cm	vertikale Höhe in cm	horizontaler Platzbedarf in cm
5	83,33	105	1750,00
10	166,67	110	1833,33
15	250,00	115	1916,67
20	333,33	120	2000,00
25	416,67	125	2083,33
30	500,00	130	2166,67
35	583,33	135	2250,00
40	666,67	140	2333,33
45	750,00	145	2416,67
50	833,33	150	2500,00
55	916,67	155	2583,33
60	1000,00	160	2666,67
65	1083,33	165	2750,00
70	1166,67	170	2833,33
75	1250,00	175	2916,67
80	1333,33	180	3000,00
85	1416,67	185	3083,33
90	1500,00	190	3166,67
95	1583,33	195	3250,00
100	1666,67	200	3333,33

- 684** $\omega = 37,34^\circ$, $\sigma = 55,15^\circ$, $\tau = 87,51^\circ$, $h_n = 13,95$ cm
- 685** Böschungswinkel: $0,43^\circ$; Entfernung: 800,02 km
- 686** Länge der Verbindungsstraße: 265,50 m; Winkel mit Grenzgasse: $61,66^\circ$; Winkel mit Wienerweg: $54,34^\circ$
- 687** Ja, die maximale Höhe beim Kippen ist die Kastendiagonale. Diese ist gerundet 2,49 m. Also geht sich das Aufkippen bei einer Raumhöhe von 2,50 m knapp aus.
- 688** 262,32 m
- 689** 187,06 m
- 690** B, D
- A ist nicht richtig, denn für die Anwendung des Sinussatzes muss mindestens ein Winkel bekannt sein.
- B ist richtig, denn für die Anwendung des Cosinussatzes müssen zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel bekannt sein.
- C ist nicht richtig, denn nur wenn der von den beiden Seiten eingeschlossene Winkel bekannt ist, kann man die fehlende Seite mit dem Cosinussatz bestimmen.
- D ist richtig, weil mit zwei Winkeln α und β auch der dritte Winkel $180^\circ - \alpha - \beta$ gegeben ist und man daher den der gegebenen Seite gegenüberliegenden Winkel kennt.

E ist nicht richtig, denn mit dem Sinussatz kann dann nur eine weitere Seite berechnet werden.

F ist nicht richtig, denn durch die drei Winkel sind die Seitenlängen nicht eindeutig bestimmt.

691 a. 26 677 km b. 33 227 km c. 20 414 km

692 12 cm

693 1,32°

694 28,12°

695 1722,11 m

696 257,3 m

Was habe ich in diesem Semester gelernt? – 4. Semester

Die Lösungen zu den Aufgaben 697–712 sind im Schulbuch auf den Seiten 187–188 zu finden.

Mathematik anwenden
HUM LÖS 2

Schulbuchnummer 175804

ISBN 978-3-209-08093-6

www.oebv.at

ISBN 978-3-209-08093-6



9 783209 080936