

3 QUADRATISCHE GLEICHUNGEN

- W 3.01** Was versteht man unter einer quadratischen Gleichung?
- W 3.02** Was versteht man unter einer normierten quadratischen Gleichung?
- W 3.03** Wie lauten die Lösungsformeln für quadratische Gleichungen? Unter welchen Voraussetzungen darf man die „kleine Lösungsformel“ anwenden?
- W 3.04** Welche Sonderfälle quadratischer Gleichungen können ohne Lösungsformeln und ohne Technologieeinsatz gelöst werden? Erläutere dies an selbstgewählten Beispielen!
- W 3.05** Wie nennt man die Zahl $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ der quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$ bzw. die Zahl $D = b^2 - 4ac$ der quadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$?
- W 3.06** Welche Lösungsfälle können bei quadratischen Gleichungen auftreten? Wie hängen diese mit der Diskriminante zusammen?
- W 3.07** Wie lautet der Satz von Vieta?
- W 3.08** Wie kann man einen quadratischen Term in Linearfaktoren zerlegen?
- W 3.09** Wie kann man eine quadratische Gleichung mit vorgegebenen Lösungen x_1 und x_2 aufstellen?



3 QUADRATISCHE GLEICHUNGEN Lösungen

- W 3.01 Eine quadratische Gleichung ist eine Gleichung, die auf die Form $ax^2 + bx + c = 0$ (mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$) zurückgeführt werden kann.
- W 3.02 Ist bei $ax^2 + bx + c = 0$ (mit $b, c \in \mathbb{R}$) $a = 1$, so ist diese Gleichung eine normierte quadratische Gleichung.
- W 3.03 „Kleine Lösungsformel“: $x^2 + px + q = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ „Große Lösungsformel“: $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Die „kleine Lösungsformel“ darf nur auf normierte quadratische Gleichungen angewendet werden, dh. auf quadratische Gleichungen, bei denen der Koeffizient von x^2 gleich 1 ist.
- W 3.04 1. Sonderfall: Gleichungen der Form $a \cdot x^2 = 0$ ($a \neq 0, b = 0, c = 0$); zB: $5x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$
2. Sonderfall: Gleichungen der Form $a \cdot x^2 + b \cdot x = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0, c = 0$); zB: $2x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (2x - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2,5$
3. Sonderfall: Gleichungen der Form $a \cdot x^2 + c = 0$ ($a \neq 0, b = 0, c \neq 0$); zB: $4x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$
- W 3.05 Man nennt D die Diskriminante.
- W 3.06 Eine quadratische Gleichung hat genau zwei reelle Zahlen als Lösungen, wenn die Diskriminante $D > 0$, genau eine reelle Zahl als Lösung, wenn $D = 0$, und keine reelle Zahl als Lösung, wenn $D < 0$.
- W 3.07 Hat eine quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$ die Lösungen x_1 und x_2 , dann gilt:
(1) $x^2 + px + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$, (2) $p = -(x_1 + x_2)$, (3) $q = x_1 \cdot x_2$
- W 3.08 Hat eine quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$ die Lösungen x_1 und x_2 , dann gilt $x^2 + px + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$. Der Term $x^2 + px + q$ wird in das Produkt der Linearfaktoren $(x - x_1)$ und $(x - x_2)$ zerlegt.
- W 3.09 Eine quadratische Gleichung mit den Lösungen x_1 und x_2 ist $(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$.

