

<b>Thema:</b> Stammfunktionen		<b>Grundkompetenz:</b> ----
<b>Name:</b>	<b>Schwierigkeitsgrad:</b> mittel	<b>Klasse:</b>

## Stammfunktionen

Im Kapitel 3 von Lösungswege 7 wurde gezeigt, wie man zum Graph einer Ableitungsfunktion den Graphen einer möglichen Funktion erstellt. Dabei hat es sich gezeigt, dass die Lösung nicht eindeutig ist. Zu jedem Graphen einer Ableitungsfunktion gibt es nämlich unendlich viele mögliche Funktionengraphen. Warum ist dies so? Dies wird in Lösungswege 8 genauer erläutert, ein kleiner Vorgeschmack erfolgt aber hier.

Zuerst muss allerdings ein neuer Begriff definiert werden:

Definition: Sind  $f$  und  $F$  zwei reelle Funktionen mit derselben Definitionsmenge und ist  $f$  die Ableitungsfunktion von  $F$  (also  $F'(x) = f(x)$ ), dann nennt man  $F$  eine Stammfunktion von  $f$ .

Außerdem gilt: Ist eine Funktion  $F_0$  eine Stammfunktion von  $f$ , dann ist auch jede Funktion  $F$  mit  $F(x) = F_0(x) + c$  ( $c \in \mathbb{R}$ ) eine Stammfunktion von  $f$  ( $F'(x) = F_0'(x) = f(x)$ ).

Dies kann man an einem einfachen Beispiel gut zeigen.

Gegeben sind die Stammfunktionen  $F_0, F_1, F_2, F_3$  und  $F_4$ . Leite die Funktionen nach  $x$  ab.

$$F_0(x) = x^2 + x + 6 \quad \underline{\hspace{10em}}$$

$$F_1(x) = x^2 + x \quad \underline{\hspace{10em}}$$

$$F_2(x) = x^2 + x + 1073500 \quad \underline{\hspace{10em}}$$

$$F_3(x) = x^2 + x - 0,000009 \quad \underline{\hspace{10em}}$$

$$F_4(x) = x^2 + x + 4 \quad \underline{\hspace{10em}}$$

Wenn man die Ergebnisse vergleicht, erkennt man, dass alle Ableitungsfunktionen dieselbe Funktion  $f$  mit  $f(x) = 2x + 1$  beschreiben. Stellt man nun die Funktionen graphisch dar (aus Platzgründen wurde auf die Stammfunktionen  $F_2$  und  $F_3$  verzichtet), so erkennt man, dass die Graphen der Stammfunktionen sich nur durch ihre Lage bezüglich der  $y$ -Achse unterscheiden, aber an jeder Stelle  $x$  die gleiche Steigung besitzt. Aus diesem Grund stimmen auch ihre Ableitungen an jeder Stelle  $x$  miteinander überein.

Mehrere Funktionen können also dieselbe Ableitungsfunktion besitzen. Es ist also nicht möglich ohne weitere Angaben aufgrund einer Ableitungsfunktion auf eine bestimmte Funktion zu schließen.

