Ich kann Exponentialfunktionen als Modelle für Zu- und Abnahmeprozesse interpretieren und damit Berechnungen durchführen.

A, B **1** Ein Breitband-Internetanbieter hat derzeit 5400 Kundinnen und Kunden. Aufgrund von Marktanalysen geht das Unternehmen davon aus, dass der Kundenstamm in den kommenden Jahren um durchschnittlich 5% pro Jahr vergrößern werden kann.

a. Entscheide und kreuze an, welche der folgenden Funktionen K die Anzahl K(t) an Kundinnen und Kunden in t Jahren beschreibt.

A $K(t) = 5400 \cdot 0{,}05^t$ C $K(t) = 5400 \cdot 5^t$ E $K(t) = 5400 \cdot 1{,}05 \cdot t$

B $K(t) = 5400 + 1{,}05 \cdot t$ D $K(t) = 5400 \cdot 1{,}05^t$

b. Berechne, wie viele Menschen die Dienste des Unternehmens in 10 Jahren in Anspruch nehmen werden, wenn man vom Modell aus Aufgabe **a.** ausgeht.

c. Ermittle, in wie vielen Jahren das Unternehmen seinen Kundenstamm unter diesen Annahmen verdoppeln kann.

A, B **2** Eine österreichische Bank wirbt für eine Sparform mit „attraktiven 0,4% Zinsen p.a.[1]". Frau Gebhardt legt ein Kapital von 7800€ in dieser Sparform an.

a. Gib jene Exponentialfunktion K an, die das vorhandene Kapital K(t) nach t Jahren beschreibt.

b. Berechne, über welches Kapital Frau Gebhardt 15 Jahre nach Eröffnung des Sparbuchs verfügen kann, wenn man davon ausgeht, dass der Zinssatz über den gesamten Zeitraum unverändert bleibt.

c. Ermittle, wie lange es dauert, bis Frau Gebhardt über 10000€ verfügen kann.

A, B, D **3** An einem Montag um 8:00 Uhr früh wird in einer Schule ein Gerücht in die Welt gesetzt. Zu Beginn wissen 3 Personen davon. Man kann davon ausgehen, dass sich die Anzahl der Personen, die das Gerücht gehört haben, pro Stunde verdoppelt.

a. N(t) sei die Anzahl an Personen, die das Gerücht zum Zeitpunkt t kennen. Gib die Exponentialfunktion an, die jedem Zeitpunkt t die Personenanzahl N(t) zuordnet.

b. Die Schule wird von 564 Schülerinnen und Schülern besucht. Berechne, nach wie vielen Stunden alle Schülerinnen und Schüler das Gerücht gehört haben.

c. Argumentiere, ob es in der Realität tatsächlich sinnvoll ist, die obige Situation mit einer Exponentialfunktion zu modellieren.

A, B **4** Der Zerfallsprozess des radioaktiven Elements Radon 222 kann mit einer Exponentialfunktion beschrieben werden, die jedem Zeitpunkt t die vorhandene Menge N(t) an strahlendem (das heißt: nicht zerfallenem) Material zuordnet. Pro Stunde nimmt die strahlende Menge um etwa 0,76% ab. Die zu Beginn vorhandene Menge an radioaktivem Material wird mit N_0 bezeichnet.

a. Entscheide und kreuze an, welche der folgenden Funktionen N den Zerfallsprozess von Radon 222 beschreibt (t… Zeit in Stunden).

A $N(t) = N_0 \cdot 1{,}76^t$ B $N(t) = N_0 \cdot 0{,}9924^t$ C $N(t) = N_0 \cdot 0{,}76^t$

D $N(t) = N_0 \cdot 1{,}0076^t$ E $N(t) = N_0 \cdot 0{,}24^t$

b. Berechne, wie lange es dauert, bis der Anteil an strahlendem Material unter 10% der Anfangsmenge gesunken ist.

c. Berechne, welcher Anteil der Anfangsmenge nach 4 Tagen bereits zerfallen ist.

---

[1] p.a. = per anno = pro Jahr

Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann Exponentialfunktionen als Modelle für Zu- und Abnahmeprozesse interpretieren und damit Berechnungen durchführen.

1 a. $\boxed{D}$

b. etwa 8800 Personen (8796,…)

c. im 15. Jahr ($t = 14{,}206\ldots$ Jahre)

2 a. $K(t) = 7800 \cdot 1{,}004^t$ oder $K(t) = 7800 \cdot e^{0{,}003992 \cdot t}$ (t…Zeit in Jahren)

b. $K(15) \approx 8281{,}33€$

c. etwa 62,24 Jahre

3 a. $N(t) = 3 \cdot 2^t$ oder $N(t) = 3 \cdot e^{0{,}693147 \cdot t}$ (t… Zeit in Stunden)

b. nach 8 Stunden ($t = 7{,}55\ldots$)

c. Das Modell der Exponentialfunktion eignet sich hier nur für einen kurzen Zeitraum. Mit zunehmender Zeit haben immer mehr Menschen das Gerücht bereits gehört, während die Anzahl der Personen, die das Gerücht noch nicht gehört haben, immer geringer wird. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Gerüchts wird sich daher verlangsamen. Die beschriebene Situation könnte realistischer mit dem Modell eines beschränkten Wachstums beschrieben werden.

4 a. $\boxed{B}$

b. 12 Tage 14 Stunden ($t = 301{,}8$ Stunden)

c. ca. 52 % [4 Tage = 96 Stunden; $N(96) = 0{,}4808 \cdot N_0$, das heißt, nach 4 Tagen sind nur noch ca. 48% der Anfangsmenge vorhanden und daher 52% bereits zerfallen]

Autorin: Bettina Ponleitner