

<b>Thema:</b> Arithmetische Reihe		<b>Grundkompetenz:</b>
<b>Name:</b>	<b>Schwierigkeitsgrad:</b> mittel	<b>Klasse:</b>

1. Jemand zersägt einen 6 m langen Holzstab so in 15 Teile, dass jeder Teil um 4 cm länger ist als der zuvor abgesägte. Es bleibt kein Reststück übrig. Bestimme die Länge des kürzesten Stücks.

2. Ein Marathonläufer bereitet sich auf einen Wettkampf vor. Er beschließt, am ersten Trainingstag 5 km zu laufen und an jedem weiteren Tag seine Leistung um 500 m zu steigern. Bestimme die Anzahl der Tage, nach denen er insgesamt eine Strecke von 115,5 km gelaufen ist.

3. Berechne, wie viele aufeinanderfolgende natürliche gerade Zahlen (beginnend mit 2) eine Summe von 462 ergeben.

4. Es soll ein 30 m tiefer Brunnen gebohrt werden. Die Kosten für den ersten Bohrmeter betragen 90€. Pro weiterem Bohrmeter steigen die Kosten um jeweils 11€ an. Bestimme die Gesamtkosten für die Brunnenbohrung.



<b>Thema:</b> Arithmetische Reihe - Lösungen		<b>Grundkompetenz:</b>
<b>Name:</b>	<b>Schwierigkeitsgrad:</b> mittel	<b>Klasse:</b>

1. Jemand zersägt einen 6 m langen Holzstab so in 15 Teile, dass jeder Teil um 4 cm länger ist als der zuvor abgesägte. Es bleibt kein Reststück übrig. Bestimme die Länge des kürzesten Stücks.

$$s_{15} = 6 \text{ m} = 600 \text{ cm} \quad n = 15 \quad d = 4 \text{ cm}$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (2a_1 + (n-1)d)$$

$$s_{15} = \frac{15}{2} \cdot (2a_1 + (15-1) \cdot 4) = 600 \quad \rightarrow \quad a_1 = 12 \text{ cm}$$

Das kürzeste Stück ist 12 cm lang.

2. Ein Marathonläufer bereitet sich auf einen Wettkampf vor. Er beschließt, am ersten Trainingstag 5 km zu laufen und an jedem weiteren Tag seine Leistung um 500 m zu steigern. Bestimme die Anzahl der Tage, nach denen er insgesamt eine Strecke von 115,5 km gelaufen ist.

$$s_n = 115,5 \text{ km} = 115\,500 \text{ m} \quad d = 500 \text{ m} \quad a_1 = 5 \text{ km} = 5\,000 \text{ m}$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (2a_1 + (n-1)d) \quad \rightarrow \quad 115\,500 = \frac{n}{2} \cdot (2 \cdot 5\,000 + (n-1) \cdot 500)$$

$$115\,500 = 5\,000n + (n-1) \cdot 250n$$

$$0 = 250n^2 + 4\,750n - 115\,500 \quad \rightarrow \quad n_1 = 14 \quad n_2 = -33 \text{ (nicht sinnvoll)}$$

Nach 14 Tagen hat der Läufer insgesamt eine Laufstrecke von 115,5 km zurückgelegt.

3. Berechne, wie viele aufeinanderfolgende natürliche gerade Zahlen (beginnend mit 2) eine Summe von 462 ergeben.

$$a_1 = 2 \quad d = 2 \quad s_n = 462$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (2a_1 + (n-1)d) \quad \rightarrow \quad 462 = \frac{n}{2} \cdot (2 \cdot 2 + (n-1) \cdot 2)$$

$$462 = 2n + (n-1) \cdot n$$

$$0 = n^2 + n - 462 \quad \rightarrow \quad n_1 = 21 \quad n_2 = -22 \text{ (nicht sinnvoll)}$$

Die Summe der ersten 21 natürlichen geraden Zahlen ab 2 ist 462.

4. Es soll ein 30 m tiefer Brunnen gebohrt werden. Die Kosten für den ersten Bohrmeter betragen 90€. Pro weiterem Bohrmeter steigen die Kosten um jeweils 11€ an. Bestimme die Gesamtkosten für die Brunnenbohrung.

$$a_1 = 90 \text{ €} \quad n = 30 \quad d = 11 \text{ €}$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (2a_1 + (n-1)d)$$

$$s_{30} = \frac{30}{2} \cdot (2 \cdot 90 + (30-1) \cdot 11) = 7\,485 \text{ €} \quad \text{Die Gesamtkosten für die Brunnenbohrung betragen 7 485 €.}$$

