

(3) Der Umkreismittelpunkt ist der Schnittpunkt der Streckensymmetralen.

Eine Streckensymmetrale steht normal auf ihre Seite und geht durch deren Mittelpunkt. Es werden die Streckensymmetralen auf die Seiten a bzw. c in Normalvektorform aufgestellt und anschließend miteinander geschnitten.

$$M_{BC} = \frac{1}{2} \cdot (B + C) = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = (-0,5 | -1,5)$$

$$M_{AB} = \frac{1}{2} \cdot (A + B) = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} \right) = (-2 | -2,5)$$

Da die beiden Vektoren \overrightarrow{BC} bzw. \overrightarrow{AB} normal auf ihre Streckensymmetralen stehen, können diese als Normalvektoren der Streckensymmetralen verwendet werden. Es gilt daher:

$$m_c: \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -2,5 \end{pmatrix} \quad \rightarrow 2x - 3y = 3,5 \quad 2x - 3y = 3,5$$

$$m_a: \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -0,5 \\ -1,5 \end{pmatrix} \quad \rightarrow x + 5y = -8 \quad | \cdot (-2) \quad \underline{-2x - 10y = 16}$$

$$-13y = 19,5$$

$$y = -1,5$$

Durch Einsetzen in z. B. die zweite Gleichung erhält man: $x + 5 \cdot (-1,5) = -8$

$$\rightarrow x = -0,5$$

Der Umkreismittelpunkt besitzt die Koordinaten $U = (-0,5 | -1,5)$.

