

Lösung Beispiel 886.) a)

Bei einer Raute sind alle vier Seiten gleich lang. Um zu zeigen, dass eine Raute vorliegt, würde diese Kontrolle reichen. Es könnte allerdings auch ein Quadrat sein (jedes Quadrat ist auch eine Raute). Um sicher zu gehen, dass das Viereck nicht sogar ein Quadrat ist, muss überprüft werden, dass die beiden Diagonalen nicht gleich lang sind:

$$\overline{AB} = B - A = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad |\overline{AB}| = \left| \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{4^2 + (-1)^2} = \sqrt{17}$$

$$\overline{BC} = C - B = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad |\overline{BC}| = \left| \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$$

$$\overline{CD} = D - C = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad |\overline{CD}| = \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-4)^2 + 1^2} = \sqrt{17}$$

$$\overline{AD} = D - A = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad |\overline{AD}| = \left| \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$$

$$\overline{AC} = C - A = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad |\overline{AC}| = \left| \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{8^2 + 0^2} = 8$$

$$\overline{BD} = D - B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad |\overline{BD}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2$$

Durch obige Rechnungen erkennt man, dass die vier Seiten gleich lang, die beiden Diagonalen aber unterschiedlich lang sind. Dadurch ist gezeigt, dass eine Raute und kein Quadrat vorliegt.

Den Umfang erhält man durch Addition der vier Seitenlängen:

$$U = 4 \cdot \sqrt{17} \approx 16,5$$

Den Flächeninhalt erhält man durch:

$$A = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{|\overline{AC}| \cdot |\overline{BD}|}{2} = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8$$

$$|\overline{AB}| = |\overline{BC}| = |\overline{CD}| = |\overline{AD}| = \sqrt{17} \quad |\overline{AC}| \neq |\overline{BD}| \quad U = 16,5 \quad A = 8$$

