

LÖSUNG ZU 73:

$$\text{Kugel: } V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$\text{a) } [0; 2]: f(0) = 0 \quad f(2) = \sim 33,51 = \frac{32\pi}{3}$$

$$\frac{33,51 - 0}{2} = \sim 16,76$$

Das Volumen der Kugel erhöht sich im Intervall $[0; 2]$ im Mittel um $\sim 16,76 \text{ m}^3/\text{m}$.

$$[2; 4]: f(2) = \frac{32\pi}{3} \quad f(4) = \frac{256\pi}{3}$$

$$\frac{\frac{256\pi}{3} - \frac{32\pi}{3}}{2} = \frac{112\pi}{3}$$

Das Volumen der Kugel erhöht sich im Intervall $[2; 4]$ im Mittel um $\frac{112\pi}{3} \text{ m}^3/\text{m}$.

$$[4; 6]: f(4) = \frac{256\pi}{3} \quad f(6) = 288\pi$$

$$\frac{288\pi - \frac{256\pi}{3}}{2} = \frac{304\pi}{3}$$

Das Volumen der Kugel erhöht sich im Intervall $[4; 6]$ im Mittel um $\frac{304\pi}{3} \text{ m}^3/\text{m}$.

$$\text{b) } \frac{f(v) - f(u)}{v - u}$$

$$\text{Kugel: } V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$f(v) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot v^3 \quad f(u) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot u^3$$

$$\frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot v^3 - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot u^3}{v - u} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (v^3 - u^3)}{v - u} = \text{/Anwendung der Horner'schen Regel}$$

$$\frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (v - u)(v^2 + uv + u^2)}{v - u} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (v^2 + uv + u^2)$$

Formel für die Berechnung des Differenzenquotienten von V in $[u; v]: \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (v^2 + uv + u^2)$

$$\text{c) } [3; 4]: f(3) = 36\pi \quad f(4) = 256\pi$$

$$\frac{256\pi - 36\pi}{1} = \frac{148\pi}{3} = \sim 49\pi$$

$$[3; 3,5]: f(3) = 36\pi \quad f(3,5) = \frac{343\pi}{6}$$

$$\frac{\frac{343\pi}{6} - 36\pi}{0,5} = \frac{127\pi}{3} = \sim 42,3\pi$$

$$[3; 3,0001]: f(3) = 36\pi \quad f(3,0001) = \frac{27002700090001\pi}{750000000000} = \sim 113,109$$

$$\frac{113,109 - 36\pi}{0,0001} = \sim 113,1011 = \sim 36,001\pi$$

$$[3; 3,000001]: f(3) = 36\pi \quad f(3,000001) = \sim 113,097\pi$$

$$\frac{113,097 - 36\pi}{0,000001} = \sim 113,097 = \sim 36\pi$$

Die Differenzenquotienten in den gegebenen Intervallen nähern sich immer mehr den Wert 36π , je näher sich die rechte Intervallgrenze an 3 annähert.