Seite 249, Aufgabe 1014 – stetige Fortsetzung

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

Eine Funktion kann auch aufgrund ihrer Definition „Definitionslücken“ enthalten. Diese zu ermitteln ist im Vorfeld von Funktionsbetrachtungen sehr wichtig, da die Funktion an diesen Stellen i.d.R. nicht definiert ist.

Prinzipiell können sowohl g(x) als auch h(x) den Wert Null annehmen. Man hat dann folgende drei Situationen:

- eine Nullstelle, wenn g(x) = 0 und h(x) ≠ 0 gilt,
- eine Polstelle oder auch Unendlichkeitsstelle, wenn g(x) ≠ 0 und v(x) = 0 gilt,
- eine Lücke, auch als unbestimmter Ausdruck bezeichnet, wenn u(x) = v(x) = 0 gilt.

Eine Definitionslücke kann, je nach dem Verhalten der Zähler- und Nennerfunktion, eine Polstelle oder aber eine stetig ergänzbare Lücke sein (Polstellen können hingegen nicht stetig ergänzt werden). Die Ausdrücke stetig behebbar, stetig ergänzbar und stetig fortsetzbar werden gleichbedeutend verwendet. Auch der Ausdruck hebbare Definitionslücke ist geläufig.

Zu beachten ist, dass für *f* an den Stellen, bei denen der Nenner gleich 0 ist, zunächst eine Lücke im Definitionsbereich angenommen werden muss. Zur Untersuchung der stetigen Fortsetzbarkeit ist daher eine genauere Betrachtung der Umgebung notwendig!

Dies kann durch getrennte Betrachtung des Zählers und/oder Nenners (wie im Beispiel) erfolgen:

```
f(x):=(x^2+x-2)/(x-1);
```

$$\mathrm{f}(x):=\frac{x^2+x-2}{x-1}$$

```
limit(f(x),x,1);
```

3

```
g1:factor(num(f(x)));
```

$(x-1)(x+2)$

```
g2:denom(f(x));
```

$x-1$

```
f1(x):=g1/g2;
```

$$\mathrm{f1}(x):=\frac{g1}{g2}$$

```
f1(x);
```

$x+2$

```
factor(f(x));
```

$x+2$