7 Newton mal drei

Vertiefung und Kompetenzüberprüfung

Martin Apolin (Stand Februar 2011)

Trägheitssatz

A1 Es hat etwa 2000 Jahre gedauert, bis man das Phänomen des Trägheitssatzes (1. Newton'sches Grundgesetz) aus den Beobachtungen des Alltags abstrahieren konnte. Warum dauerte das so lange?

A2 Der Trägheitssatz lautet in der Übersetzung des Originaltextes (Abb. 1) von NEWTON so: Jeder Körper beharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.


[12]

AXIOMATA
SIVE
LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

PRojectilia perseverant in motibus suis nisi quatenus a resistentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorsum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt sese a motibus rectilineis, non cessat rotari nisi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus suos & progressivos & circulares in spatiis minus resistentibus factos conservant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit, sive simul & semel, sive gradatim & successive impressa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur, si corpus antea movebatur, motui ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo secundum utriusq; determinationem componitur.

Lex. III.

Abb. 1: Die ersten zwei Newton'schen Grundgesetze in der Originalausgabe der **Principia Mathematica** von 1687.

Welche der folgenden Formulierungen sind von der Aussage her gleichwertig mit dem Originalzitat?

a Wenn auf einen Gegenstand keine Kraft wirkt, dann ändert er seine Geschwindigkeit nicht.

b Wenn auf einen Gegenstand keine Kraft wirkt, dann ist er unbeschleunigt.

c Die gleichförmige Bewegung ist der "Normalzustand" eines Körpers, für den es keines resultierenden Kraftaufwands bedarf.

d Der Impuls eines Körpers ändert sich nicht, solange kein Impuls in ihn hinein oder aus ihm heraus fließt.

Bewegungsgleichung

A3 Was ist, ganz allgemein gesagt, die Ursache jeder Geschwindigkeitsänderung?

A4 Ein Fußball rollt von links nach rechts an dir vorbei. Du trittst auf den Ball, wobei die Kraft quer zur Bewegungsrichtung wirkt (Abb. 2). Zeichne den Geschwindigkeitsvektor des Balls nach dem Stoß ein.

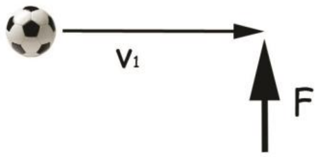

Abb. 2 zu A4

A5 a Ein Fußball fliegt von links nach rechts. Ein Stürmer springt in die Höhe und köpfelt den Ball ins Tor. In welche Richtung muss die Kraft beim Stoß zeigen, wenn er das so wie in Abb. 3 eingezeichnet schaffen möchte? $\boldsymbol{v}_1$ und $\boldsymbol{v}_2$ sollen die gleiche Länge haben.

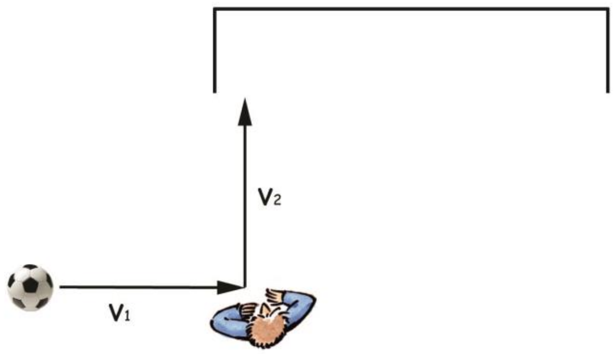

Abb. 3 zu A5

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

b Welche Kraft wirkt auf den Ball (und somit auch auf den Kopf), wenn $v_1 = v_2 = 20$ m/s (72 km/h), die Kontaktzeit 6 ms beträgt und der Ball eine Masse von 450 g besitzt?

Wechselwirkungsprinzip

A6 In welchen Fällen wird das Wechselwirkungsprinzip richtig beschrieben?

a Wenn die Rakete startet (siehe Abb. 7.14, S. 60), fliegen hinten heiße Gase raus. Auf Grund des Wechselwirkungsprinzips fliegt die Rakete in die Gegenrichtung.

b Du haust mit der Hand auf den Tisch und übst eine Kraft auf diesen aus. Auf Grund des Wechselwirkungsprinzips übt aber auch der Tisch auf deine Hand eine Kraft aus. Diese Kraft ist jene, die dir die Schmerzen verursacht.

c Die Gravitation drückt dich auf den Boden. Gleichzeitig drückt der Boden mit derselben Kraft auf dich. Das führt zu einem Kräftegleichgewicht. Deswegen wirst du nicht zum Erdmittelpunkt gezogen, sondern kannst ruhig am Boden stehen.

A7 Du drückst eine Taste. Nach dem Wechselwirkungsprinzip übt die Taste aber eine genau gleich große Kraft auf deinen Finger aus. Dann müsste doch ein Kräftegleichgewicht herrschen! Wieso kannst du dann die Taste trotzdem drücken?

Reibung

A8 a Ein Auto muss eine gesetzlich vorgeschriebene Mindestbremsverzögerung von $4{,}5\,m/s^2$ aufweisen (siehe S. 41, Kap. 5.4.2). Schätze ab, wie groß μ zwischen Gummi und Teer für diese Bremsverzögerung mindestens sein muss und vergleiche mit Tabelle 1.

b Welche Maximalverzögerung ist bei einem Reibungskoeffizienten von 0,65 möglich?

c Im Motorsport werden Gummimischungen verwendet, die im Extremfall eine Haftreibungszahl von 1,1 aufweisen. Welche Bremsverzögerung ist damit möglich? Wie verträgt sich dieser Wert mit den 45 m/s^2 bei Formel 1-Boliden, die in Kapitel 5.4.2 auf S. 43 angegeben sind?

Stoffpaare	Haftreibungszahl	Gleitreibungszahl
Holz auf Stein	0,7	0,3
Gummi auf Beton (trocken)	0,65	0,5
Gummi auf Beton (nass)	0,4	0,35
Gummi auf Eis (trocken)	0,2	0,15
Gummi auf Eis (nass)	0,1	0,08
Stahl auf Teflon	0,04	0,04
Schlittschuh auf Eis	0,03	0,01

Tab. 1: Reibungszahlen für verschiedene Materialien (siehe Tabelle 7.1, S. 63).

A9 Wie schnell kann man maximal von 0 auf 100 km/h beschleunigen, wenn die Haftreibungszahl maximal 1,1 betragen kann?

A10 a Welche Leistung muss ein Skilangläufer aufwenden, um die Reibung zu überwinden? Nimm eine Masse von 80 kg an und einen Reibungskoeffizienten von 0,03. Das ist die minimale Gleitreibungszahl für Ski auf Schnee.

b Wie groß ist der Leistungsverlust des Skilangläufers durch die Luftreibung? Siehe dazu S. 45, Kap. 5.5. Schätze die fehlenden Werte vernünftig ab.

A11 Du schiebst eine Kiste. Zeichne Skizzen, in denen du die an der Kiste auftretenden Kräfte einzeichnest für folgende Fälle: **a)** Du drückst, aber die Kiste bewegt sich noch nicht; **b)** Grenzfall: Die Kiste beginnt sich gerade noch nicht in Bewegung zu setzen; **c)** Die Kiste beginnt sich in Bewegung zu setzen.
Überlege dir, wo die Kräfte angreifen und wo du sie am besten einzeichnest. Überlege dir weiters, ob es möglich ist, dass die „Schiebekraft“, mit der du die Kiste schiebst, kleiner ist als die auftretende Reibungskraft.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

A12 Geschwindigkeitsskifahren (Speedski) ist eine Extremsportart, bei der Sportler mit speziellen Anzügen versuchen, eine möglichst hohe Geschwindigkeit zu erzielen. Die Weltrekorde (Stand Februar 2011) liegen bei 251,400 km/h für Männer und 242,590 km/h für Frauen.

Abb. 4: Der Österreicher Harry Egger in seiner extrem windschlüpfrigen Speedski-Ausrüstung (Foto: Bernhard Spröttel, © Harry Egger).

a Zerlege die auf den Skifahrer wirkende Gravitationskraft in Hangabtriebskraft und Normalkraft und beschreibe diese mathematisch mit Hilfe der Winkelfunktionen sin und cos. Wie man einen Vektor mit Hilfe von Winkelfunktionen in seine beiden Komponenten zerlegt, siehst du z.B. in Abb. 6.13 (S. 53).

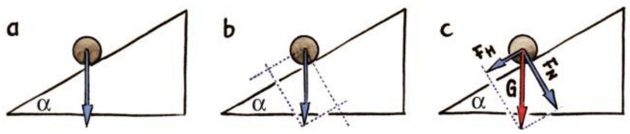

Abb. 5: Zerlegung des Gewichtsvektors in die Hangabtriebskraft $\boldsymbol{F}_H$ und in die Normalkraft $\boldsymbol{F}_N$
(Grafik: Janosch Slama; siehe Abb. 3.16, Kap. 3.3).

b Wie groß ist die „Heizleistung" der Ski, wenn der Speedskifahrer 250 km/h hat? Die Masse von Fahrer und Anzug in Abb. 5 beträgt satte 135 kg. Nimm einen Reibungskoeffizienten von 0,03 an. Das ist die minimale Gleitreibungszahl für Ski auf Schnee (siehe auch A10 a). Das Gefälle nimm mit 28° an. Weiters brauchst du die Formel für die Arbeit (S. 69, Kap. 8.1) und für die Leistung (S. 74, Kap. 8.5).

Federkraft/Verformungskraft

A13 a Überlege dir mit Hilfe der allgemeinen Formel $W = F \cdot s$ (S. 69, Kap. 8.1) und dem Hook'schen Gesetz (S. 81) eine Formel für die Dehnungsarbeit an einer Feder.

A13 b Im Film „Golden Eye" springt James Bond mit einem Bungee-Seil von einer 220 m hohen Staumauer (Abb. 6). Als er am tiefsten Punkt, etwa 10 m über dem Boden, angelangt ist, schießt er eine Art Harpune an einem Stahlseil aus einer Pistole, die sich am Betonboden verhakt. Mit einer elektrischen Seilwinde, die sich in der Pistole befindet, zieht er sich die letzten Meter zu Boden. Wie realistisch ist diese Szene? Versuche eine Abschätzung. Nimm an, dass sich James Bond bei der Hälfte des Sprungs im freien Fall befindet (dass also die Ruhelänge des Seils 105 m ist), und dass für das Seil das Hook'sche Gesetz gilt. Verwende die gefundene Gleichung aus A13 a.

Abb. 6: Die 220 m hohe Staumauer des Verzasca Staudamms im Tessin (Südschweiz), an der die beschriebene Bond-Szene gedreht wurde.

A14 In Abb. 7 siehst du drei Federwaagen mit einem Maximalbereich von 1 N, 5 N und 10 N (von oben nach unten). Schätze mit Hilfe des Maßstabes die Federkonstante *k* ab. Vergleiche die abgeschätzten Werte mit dem *k* des Bungee-Seils von James Bond (A13b).

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

Abb. 7: Drei Federwaagen und ein Maßstab. Wie groß ist ihre Federkonstante k?

Gemischte Aufgaben

A15 Am 7.11.2010 konnte man im Kurier im Artikel „Im geheimen Labor von CSI-Wieser“ folgenden Satz lesen: „Denn Wieser konnte nachweisen, dass die FN-Pistole in einem technisch einwandfreien Zustand war, und dass der Zeigefinger des Täters einen Druck von 2,5 kg Gewicht auf den Abzug ausüben musste.“ Was ist zu diesem Satz zu sagen? Versuche ihn so umzuformulieren, dass er physikalisch richtig wird.

A16 Ein Auto prallt gegen ein Hindernis und wird dadurch scharf abgebremst. Welches Newton’sche Grundgesetz beschreibt diesen Vorgang?

A17 Man sagt, dass man beim Aufprall eines Autos nach vorne geschleudert wird. Stimmt das eigentlich?

Abb. 8: Der Amerikaner John Flanagan beim Hammerwurf bei den Olympischen Spielen 1908 in London.

A18 Der Hammerwurf ist eine Disziplin der Leichtathletik (Abb. 8). Dabei versuchen meist ziemlich stattliche Männer und Frauen den Hammer, eine Metallkugel an einem Draht, so weit wie möglich zu werfen. Dazu drehen sie sich vor dem Abwurf drei oder vier Mal um ihre eigene Achse. In Abb. 9 siehst du die Bahn des Hammerkopfs bei Beschleunigungsphase und Abwurf von oben. Der Pfeil gibt die Stelle an, an der der Hammer losgelassen wird. Welche der beiden Bahnen kommt in der Realität vor und warum?

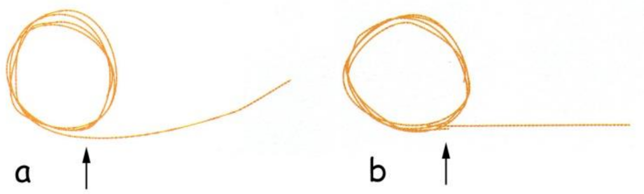

Abb. 9: Die Bahn des Hammerkopfs bei Beschleunigungsphase und Abwurf von oben.

A19 Manche Leute glauben, sie können sich, auch wenn sie nicht angeschnallt sind, bei einem Unfall mit den Armen am Lenkrad abstützen.

a Überlege dir mit Hausverstand, welche Stützkraft die Arme aufbringen können. Rechne in *g*, also in Erdbeschleunigungen.

b Welche Kraft müsst du abfangen, wenn du mit 50 km/h gegen ein starres Hindernis fährst und die Knautschzone 0,5 m beträgt? Du brauchst dazu eine Gleichung, die 5.4.2 auf S. 41 findest.

c Bei welcher Geschwindigkeit könnte man sich durch Armkraft gerade noch abfangen? Nimm an, dass die Knautschzone dabei immer 0,5 m beträgt. Ist das realistisch?

A20 Man sagt, dass bei einem Auto der Motor „die Kraft auf die Straße bringt“ und so das Auto antreibt. Streng genommen ist das ist aber eigentlich nicht richtig. Was treibt das Auto wirklich an?

A21 Zwei Personen heben eine Kiste (Abb. 10). Die Kiste befindet sich in Ruhe. Zeichne die auftretenden Kräfte möglichst exakt ein.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

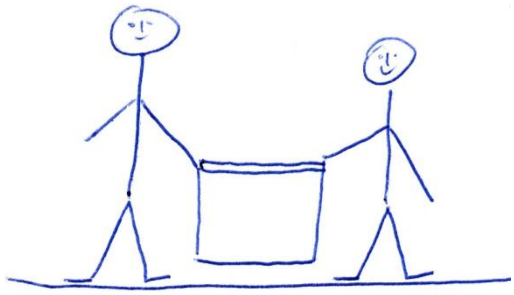

Abb. 10 zu A27

A22 Das Heben einer Kiste scheint nicht spektakulär zu sein. Versuche dir aber einmal genau zu überlegen, welche Kräfte wirksam sind, wenn du eine Kiste vom Boden aufhebst und dann hältst.

A23 Ein Muskel kann pro cm^2 Querschnittsfläche eine Kraft von etwa 70 N erzeugen. In welchem Verhältnis müssen Durchmesser von Muskel und dazugehörigen Sehnen stehen, damit der Muskel die Sehne nicht abreißen kann? Die dazu benötigten Daten findest du in Tabelle 2. Überprüfe an Wadenmuskel und Achillessehne, ob deine Berechnung stimmen kann.

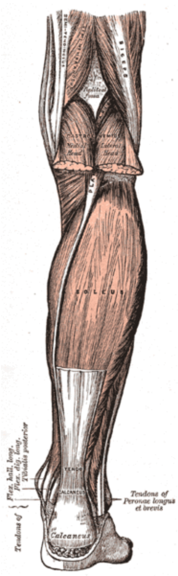

Abb. 11: Wadenmuskel und Achillessehne (Quelle: Gray's Anatomy)

Material	max. Dehnung (%)	max. Spannung (10^6 N/m²)	gespeicherte Energie (10^6 J/m²)
Federstahl	0,3	700	1,0
Eibenholz	0,9	120	0,5
Sehne	8,0	70	2,8
Kautschuk	300	7	10,0

Tab. 2

Hilfe zu A1: Im Alltag tritt immer Reibung auf. Daher ist der Trägheitssatz im Alltag nicht oder kaum zu beobachten.

Hilfe zu A2: Alle vier Formulierungen sind gleichwertig! Man kann das 2. Newton'sche Grundgesetz auch so anschreiben: $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = m\cdot(\Delta\boldsymbol{v}/\Delta t) = \Delta\mathbf{p}/\Delta t$. Die Einwirkung einer Kraft bedeutet daher auch immer das Fließen eines Impulses.

Hilfe zu A3: Eine auftretende (äußere) Kraft!

Hilfe zu A4: Die Kraft wirkt in y-Richtung und kann daher die Geschwindigkeit in x-Richtung nicht beeinflussen. Man könnte in diesem Fall auch so schreiben:
$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}_y = m\cdot(\Delta\boldsymbol{v}_y/\Delta t)$. Die Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung bleibt erhalten. Es kommt aber ein $\Delta\boldsymbol{v}$ in y-Richtung dazu. Der Geschwindigkeitsvektor wird daher gedreht und länger (siehe Abb. 12).

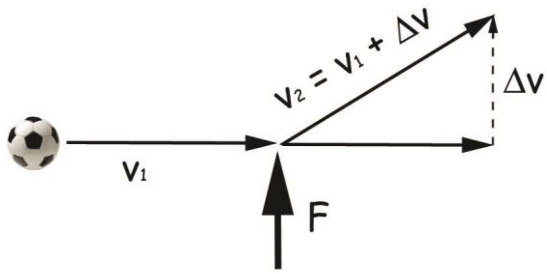

Abb. 12

Hilfe zu A5 a: Man könnte vorschnell meinen, dass der Stoß genau in Richtung Tor erfolgen muss. Dann würde aber die Bahn des Balles nur etwas abgelenkt, ähnlich wie in Abb. 12. In welche Richtung muss aber die Kraft zeigen? Überlegen wir zuerst, wie groß die Geschwindigkeitsänderung $\Delta\boldsymbol{v}$ ist. Weil $\boldsymbol{v}_1$ und $\boldsymbol{v}_2$ gleich groß sind, entspricht $\Delta\boldsymbol{v}$ der Diagonalen des Quadrats, das diese beiden Vektoren aufspannen (Abb. 13).

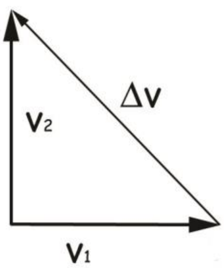

Abb. 13

öbv
© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

Die Vektor der Geschwindigkeitsänderung zeigt also unter 45° nach links. Die Kraft muss daher in dieselbe Richtung zeigen (Abb. 14). Warum? Das zweite Grundgesetz besagt $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$. $\boldsymbol{a}$ ist wiederum $\Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$. Daher ist $\boldsymbol{F} = m\Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$ und $\boldsymbol{F} \sim \Delta\boldsymbol{v}$. Die Kraft zeigt also immer in dieselbe Richtung wie die Geschwindigkeitsänderung (siehe dazu auch Abb. 12).

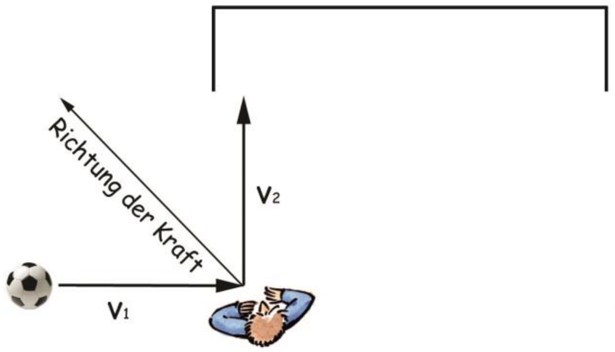

Abb. 14

Hilfe zu A5 b: $\Delta\boldsymbol{v}$ ist $\boldsymbol{v}_1\cdot\sqrt{2}$ = 28,28 m/s. Die Geschwindigkeitsänderung ist also größer als die Geschwindigkeit selbst. Die Beschleunigung $\boldsymbol{a} = \Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$ = 4713 m/s^2. Aus $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ folgen für die Kraft 2121 N. Das ist also damit zu vergleichen, dass für 6 ms die Gewichtskraft einer Masse von rund 212 kg auf dem Kopf lastet. Nicht schlecht!

Hilfe zu A6: a, b und d sind richtig. Bei c ist das Wechselwirkungsprinzip falsch angewandt. Die beiden nach diesem Prinzip auftretenden Kräfte wirken nämlich immer *auf zwei verschiedene Körper*. Richtig angewandt wäre das Prinzip so: Du drückst mit einer Kraft auf den Boden, der Boden drückt mit derselben Kraft auf dich.

Hilfe zu A7: Kraft und Gegenkraft aus dem 3. Newton'schen Grundgesetz greifen immer an *unterschiedlichen Körpern* an. Für die Bewegung ist aber nur die Kraft wichtig, die am Gegenstand angreift. Die Kraft Taste-Finger ist zwar genauso groß wie die Kraft Finger-Taste, aber letztere hat mit der Bewegung der Taste nichts zu tun.

Hilfe zu A8 a: Die Bewegungsgleichung lautet $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ (S. 74). Die Reibungskraft wird durch $\boldsymbol{F}_R = \mu\boldsymbol{F}_N$ (S. 79) beschrieben, wobei die Normalkraft $\boldsymbol{F}_N$ dem Gewicht entspricht. Man kann daher auch schreiben $\boldsymbol{F}_R = \mu m\boldsymbol{g}$. Diese Reibungskraft ist jene Kraft, die das Auto abbremst. Man kann sie daher mit der Bewegungsgleichung gleichsetzen: $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = \mu m\boldsymbol{g}$. Daraus folgt $\mu = a/g$ = 0,46. Das ist der minimale Wert, der für diese Bremsverzögerung unbedingt notwendig ist. Der tatsächliche Wert liegt bei etwa 0,65.

Hilfe zu A8 b: Aus der Gleichsetzung von Bewegungsgleichung und Reibungskraft (siehe oben) erhält man auch $\boldsymbol{a} = \mu\boldsymbol{g}$ = 6,4 m/s^2. Um größere Bremsverzögerungen zu erzielen (etwa bei Sportwagen), braucht man haftbarere Gummimischungen.

Hilfe zu A8 c: Aus $\boldsymbol{a} = \mu\boldsymbol{g}$ erhält man für μ = 1,1 maximal 10,8 m/s^2. Wie kann man dann 45 m/s^2 erreichen? Durch den Abtrieb, den die Aerodynamik erzeugt. (Front- und Heckflügel sind ja umgekehrte Tragflächen und erzeugen einen "Auftrieb nach unten"). Dadurch wird das Auto auf den Boden gedrückt, wodurch $\boldsymbol{F}_N$ und somit auch $\boldsymbol{F}_R$ größer werden. Solche gigantischen Bremsverzögerungen sind daher nur bei großen Geschwindigkeiten möglich, also wenn man zB von 300 km/h auf 200 km/h abbremst, aber natürlich nicht von 100 km/h auf null.

Hilfe zu A9: Die Kraft, die das Auto beschleunigt, kann niemals größer werden als die Haftreibungskraft. Es gilt also $m\boldsymbol{a} \leq \mu m\boldsymbol{g} \Rightarrow \boldsymbol{a} \leq \mu\boldsymbol{g}$. Die Beschleunigung hängt also nicht von der Masse ab. Für μ = 1,1 ergibt sich eine maximale Beschleunigung von 10,8 m/s^2. Weiters gilt $\boldsymbol{a} = \Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$ und somit $\Delta t = \Delta v/a$ = 2,6 s. Schneller geht es von 0 auf 100 km/h nur mehr, wenn man durch die Aerodynamik einen Abtrieb erzeugt.

Hilfe zu A10 a: Die Reibungskraft zwischen Ski und Schnee kann man mit $\boldsymbol{F}_R = \mu\boldsymbol{F}_N$ abschätzen. Wodurch die Reibung zwischen Ski und Schnee entsteht, ist noch nicht exakt geklärt. Auf jeden Fall spielen die Unebenheiten der Kontaktflächen eine große Rolle. Ein Ski gleitet auf Schnee etwa im Vergleich mit Sand deshalb so gut, weil der Schnee unter ihm schmilzt und einen Wasserfilm bildet. Und das ist ziemlich paradox, denn einerseits sollte die Reibung gering sein, andererseits braucht man aber die Reibungswärme zur Bildung des Wasserfilms.
Ein Skiläufer mit einer Masse von 80 kg hat ein Gewicht von 785 N. Bei einem μ von 0,03 entsteht dadurch eine

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

Reibungskraft von knapp 24 N. Leistung ist Arbeit pro Zeit. Arbeit ist aber wiederum Kraft mal Weg:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv$$

Bei einem Tempo von 20 km/h (5,6 m/s) muss der Läufer daher 134 W leisten, nur um den Reibungswiderstand zwischen Ski und Schnee zu überwinden.

Hilfe zu A10 b: Wie viel Schnee kann man mit 134 W pro Sekunde schmelzen? Zuerst muss der Schnee um 10 ° erwärmt werden (also von -10 °C auf 0 °C). Eis hat eine spezifische Wärmekapazität von etwa 2,1 kJ/(kg·K) – das entspricht der Hälfte von flüssigem Wasser (siehe Tabelle 3). Bei 10° macht das also 21 kJ/kg. Um das Eis zu schmelzen, braucht man 334 kJ/kg. Man sieht daran, dass das Erwärmen des Schnees eine nicht besonders große Rolle spielt. In Summe ergibt das 355 kJ/kg. Die 134 W, die der Langläufer leistet, entsprechen 0,134 kJ/s. Welche Menge Schnee kann damit schmelzen? 0,134 kJ/354 kJ/kg= $3{,}8 \cdot 10^{-4}$ kg oder 0,4 g.

Stoff	Schmelzwärme bzw. Erstarrungswärme kJ/kg	Verdampfungswärme bzw. Kondensationswärme kJ/kg	spez. Wärmekapazität kJ/kg · K
Eis	334	–	2,1
Wasser	–	2256	4,2
Wasserdampf	–	–	1,9
Eisen	268	6364	0,47
Zinn	59	2450	0,22
Blei	23,2	921	0,13

Tab. 3: Spezifische Wärmekapazität und Wärmemenge für Phasenübergänge (siehe Tab. 13.2, S. 129).

Hilfe zu A10 c: Wie groß ist der Leistungsverlust durch Luftreibung? Der Mensch hat im Stehen einen c_w-Wert von etwa 1. Die Schattenfläche schätzen wir über die Hautoberfläche ab. Die Hautoberfläche eines Mannes liegt bei etwa 1,8 m². Nehmen wir an, dass davon 75 % (1,35 m²) auf die Vorder- und Rückseite entfallen (der Rest auf die „Seitenflächen"). Die Schattenfläche beträgt dann etwa 0,7 m². Die Dichte der Luft liegt bei 1,2 kg/m³. Bei 20 km/h ergibt sich daher folgende Kraft:

$$\boldsymbol{F}_\mathrm{w} = \frac{1}{2} c_\mathrm{W} \rho A v^2 \approx 19\ \mathrm{N}$$

Die Luftwiderstandskraft liegt also bei 20 km/h in derselben Größenordnung wie die Reibungskraft. In Summe sind es 43 N, was eine Leistung von knapp 241 W ergibt.

Hilfe zu A11: Die Reibungskraft greift an allen Berührungspunkten zwischen Kiste und Boden an. Man kann diese Kräfte aber zur Vereinfachung durch eine einzige Kraft darstellen.

Fall a: Die „Schiebekraft" $\boldsymbol{F}_s$ reicht nicht aus, um die Kiste zu schieben. Die dabei entstehende Reibungskraft ist genauso groß wie $\boldsymbol{F}_s$.

Fall b: Die „Schiebekraft" $\boldsymbol{F}_s$ reicht immer noch nicht aus, um die Kiste zu schieben. Die dabei entstehende Reibungskraft $\boldsymbol{F}_R$ ist die größtmögliche Reibungskraft.

Fall c: Die „Schiebekraft" $\boldsymbol{F}_s$ ist nun größer als die Reibungskraft, weil diese ihren Maximalwert erreich hat. Die Kiste beginnt sich in Bewegung zu setzen.

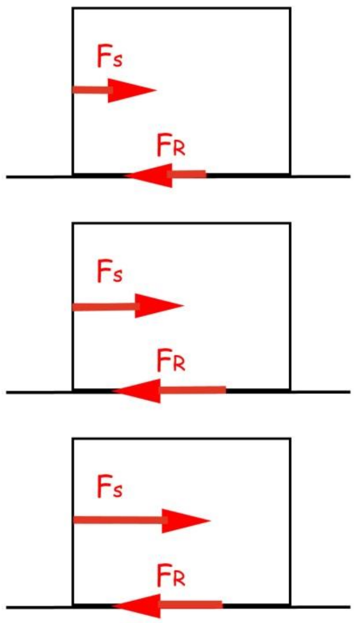

Abb. 15

Die gerade auftretende Reibungskraft ist vom Betrag her immer genauso groß wie die „Schiebekraft", sie wächst also mit dieser mit (siehe Fall a und b). Aber nur bis zu einer gewissen Grenze. Wird diese überschritten, dann ist die „Schiebekraft" größer als die Reibungskraft (Fall c), und die Kiste beginnt zu rutschen. Daraus ergibt sich $|\boldsymbol{F}_s| \geq |\boldsymbol{F}_R|$. Die *momentan auftretende* Reibungskraft kann also niemals größer sein als die Schiebekraft ($|\boldsymbol{F}_s| < |\boldsymbol{F}_R|$), denn dann würde ja zu Verblüffung aller die Kiste auf einmal *gegen* die Schieberichtung beschleunigen. Die *maximal mögliche* Reibungskraft kann natürlich schon größer sein als die „Schiebekraft", etwa im Fall a.

Hilfe zu A12 a: Die Gewichtskraft ist $\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}$. In Abb. 16 ist die Gewichtskraft in die Komponenten $\boldsymbol{F}_H$ (ist für die Beschleunigung hangabwärts zuständig) und $\boldsymbol{F}_N$ (bewirkt die Reibung) zerlegt.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

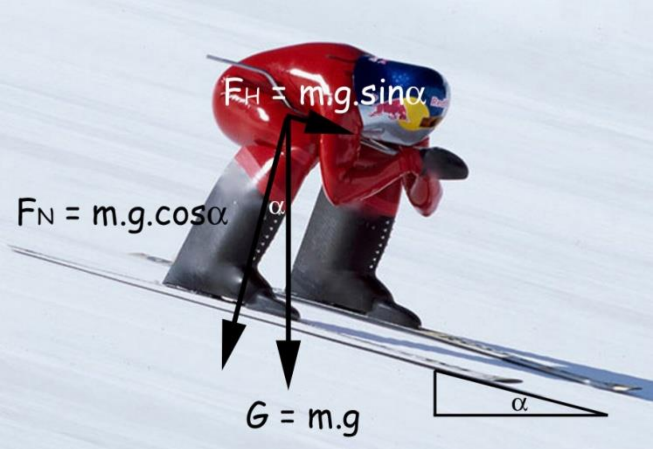

Abb. 16: Die Komponenten der Gewichtskraft (Foto: Bernhard Spröttel, © Harry Egger; Nachbearbeitung: Martin Apolin).

Hilfe zu A12 b: Die Reibungskraft lautet $\boldsymbol{F}_R = \mu \cdot \boldsymbol{F}_N$ (siehe S. 79). Die Normalkraft ist in diesem Fall aber nicht die Gewichtskraft, sondern $\boldsymbol{F}_N = m \cdot \boldsymbol{g} \cdot \cos \alpha$ und die Reibungskraft daher $\boldsymbol{F}_R = \mu \cdot m \cdot \boldsymbol{g} \cdot \cos \alpha$. Weiters gilt
Leistung ist Arbeit pro Zeit. Arbeit ist aber wiederum Kraft mal Weg:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv$$

Die „Heizleistung" der Ski ist daher $P = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot v$. Wenn man die bekannten Daten einsetzt erhält man 2436 W. Das ist etwa die doppelte Leistung eines Haarföns.

Hilfe zu A13 a: In Abb. 17 siehst du noch einmal den Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung bei einer Feder. Die allgemeine Gleichung für die Arbeit (W) lautet $W = F \cdot s$. Allgemein kann man sagen, dass die Arbeit die Fläche unter der Spannungs-Dehnungs-Kurve ist. Die Spannung bei der Auslenkung Δx ist nach dem Hook'schen Gesetz $F = k\Delta x$. Die Fläche unter der Kurve und somit die Arbeit, die für die Dehnung der Feder nötig ist, beträgt daher $W = \frac{k\Delta x^2}{2}$.

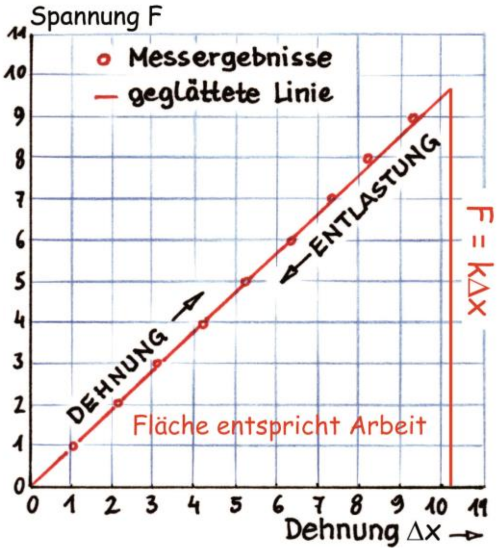

Abb. 17

Hilfe zu A13 b: Wenn Bond (mit Ausrüstung geschätzte 85 kg) von der Staumauer springt, dann wandelt sich seine potenzielle Energie nach und nach um und ist am tiefsten Punkt, wenn er zum Stillstand kommt, in die Verformungsenergie des Seils übergegangen. Wenn er sagen wir in Summe 210 m fällt, bis er zum Stillstand kommt, dann ist im Seil die Energie $E_p = mgh = 1{,}75 \cdot 10^5$ J gespeichert. Die Dehnungsarbeit an einer Feder lautet $W = \frac{k\Delta x^2}{2}$. Daraus können wir die Federkonstante des Seils berechnen: $k = \frac{2W}{\Delta x^2} = 31{,}8\ \mathrm{N/m}$. Wenn die Strecke des freien Falls 105 m beträgt, dann wird das Seil 105 m aus der Ruhelage gedehnt. Die Kraft, die an der tiefsten Stelle wirkt, ist daher 3335 N. Das entspricht der Gewichtskraft einer Masse von immerhin 340 kg.
Wenn sich Bond nun noch 10 m weiterziehen lässt, muss Spannungsenergie aufgebracht werden:

$$W = \frac{k(\Delta x + 10\mathrm{m})^2}{2} - \frac{k\Delta x^2}{2} = 34942\ \mathrm{J}$$

Einen Teil davon bringt die Lageenergie auf (15843 J). Der Rest muss von der Seilwinde erbracht werden (19099 J). Wenn sich Bond mit einer Geschwindigkeit von 1 m/s ziehen lässt, bedeutet das eine Leistung der Seilwinde von 19099 J/10 s = 1910 W. Das entspricht der Heizleistung eines E-Backrohrs und ist extrem unrealistisch.

Hilfe zu A14: Die Skala aller drei Federwaagen ist etwa 10 cm lang. Für die Federkonstanten ergeben sich daher 1 N/0,1 m = 10 N/m, 50 N/m und 100 N/m. Das Bungee-

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

Seil von James Bond (A13b) hat ein k von rund 32 N/m. Wie ist das zu verstehen? Die Federkonstante gibt an, wie viele Newton nötig sind, um ein elastisches Objekt um 1 m zu dehnen. Sie gibt aber nicht an, wie groß die Maximalbelastung ist. Bereits die mittlere Feder ist „härter“ als das Bungee-Seil. Allerdings würde sie bei einer Belastung mit 85 kg (also rund 850 N) zu einem Stückchen Draht mutieren.

Hilfe zu A15: Hier werden drei Größen und Einheiten in einem Satz vermischt: die Masse (kg), das Gewicht (N) und der Druck (N/m^2). Ein richtige Formulierungsmöglichkeit wäre: „…, dass die FN-Pistole in einem technisch einwandfreien Zustand war, und dass der Zeigefinger des Täters eine Kraft von etwa 25 N auf den Abzug ausüben musste. Das entspricht der Gewichtskraft einer Masse von 2,5 kg. “

Hilfe zu A16: Das Abbremsen eines Gegenstandes hat nicht mit dem Trägheitssatz zu tun, sondern mit $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$, also dem 2. Grundgesetz.

Hilfe zu A17: Es stimmt aus der Sicht des Bezugssystems Auto! Aus der Sicht eines Beobachters auf der Straße bewegt sich der Fahrer auf Grund der Trägheit gleichförmig weiter (zumindest so lange, bis er im Gurt hängt oder mit dem Kopf aufprallt).

Hilfe zu A18: Möglichkeit b ist richtig. Sobald der Hammer ausgelassen wird, befindet er sich im freien Fall und muss sich von oben gesehen daher gerade weiterbewegen.

Hilfe zu A19 a: Wenn man im Handstand stehen kann, dann halten die Arme 1 g aus. Im Handstand zu stehen und noch eine Person dabei zu tragen, geht sich wahrscheinlich aber nicht mehr aus. Schätzen wir die Obergrenze der Streckkraft der Arme daher mit 2 g ab.

Hilfe zu A19 b: Den Zusammenhang zwischen Beschleunigung, Bremsweg und Geschwindigkeit drückt die Gleichung $a = v^2/(2s)$ aus. Wenn man 50 km/h (13,9 m/s) einsetzt und für den Bremsweg die Knautschzone 0,5 m, erhält man eine Bremsverzögerung von 193 m/s^2 oder rund 19 g. Unmöglich!

Hilfe zu A19 c: Wenn man die Gleichung oben nach v auflöst, bekommt man $v = \sqrt{2as}$. Für s = 0,5 m und $a = 2g$ = 20 m/s^2 (Stützkraft, die man gerade noch aufbringen kann) erhält man eine Geschwindigkeit von 4,5 m/s oder 16 km/h. Das ist lächerlich wenig. In Wirklichkeit ist die Maximalgeschwindigkeit sogar noch wesentlich geringer, weil bei einem so kleinen Tempo die Knautschzone viel geringer ist.

Hilfe zu A20: Die Kraft $\boldsymbol{F}_{\text{Auto}\Rightarrow\text{Straße}}$ wirkt auf die Straße und nicht auf das Auto und kann daher das Auto auch nicht antreiben. Sie ist nach hinten gerichtet. Die Wirkung dieser Kraft kann man sehr gut erkennen, wenn ein Auto am Schotter anfährt – die Steine spritzen nach hinten. Was aber treibt das Auto an? Die Gegenkraft $\boldsymbol{F}_{\text{Straße}\Rightarrow\text{Auto}}$. Das Auto wird also von einer Kraft beschleunigt, die die Straße ausübt! Das ist schon etwas verblüffend.

Hilfe zu A21: Wenn die Kiste in Ruhe ist, dann müssen alle Kräfte einander die Waage halten (Abb. 18). Die Gewichtskraft $\boldsymbol{F}_G$ muss daher von den „Armkräften“ $\boldsymbol{F}_1$ und $\boldsymbol{F}_2$ quasi kompensiert werden. Diese zeigen natürlich in Längsrichtung der Arme und können durch ein Kräfteparallelogramm konstruiert werden. Achtung: Die Kräfte haben unterschiedliche Winkel zur Horizontalen!

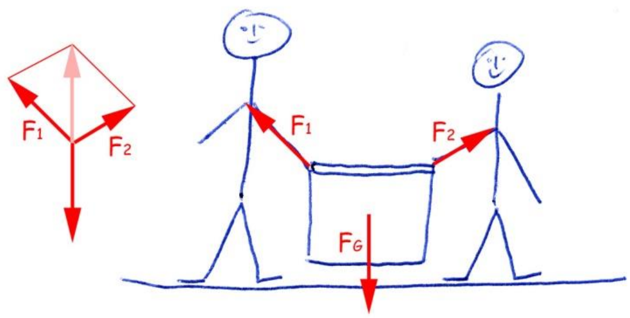

Abb. 18: Diese Kräfte treten auf, wenn zwei Personen eine Kiste ruhig halten. Links sind die Kräfte extra herausgezeichnet.

Hilfe zu A22: a) Solange die Kraft auf die Kiste kleiner ist als ihr Gewicht, steht sie noch am Boden.
b) Irgendwann wird die Kraft größer als das Gewicht, und die Kiste wird nach oben beschleunigt.
c) Wenn die Kiste die erwünschte Geschwindigkeit hat, wird die von den Armen aufzubringende Kraft auf die Ge-

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

wichtskraft reduziert. Nun bewegt sich die Kiste mit gleichförmiger Geschwindigkeit.
d) Damit die Kiste am höchsten Punkt zum Stillstand kommt, muss man die „Armkraft“ unter die Gewichtskraft verringern -> die Geschwindigkeit sinkt ab.
e) Wenn man die Kiste hält, muss die „Armkraft“ wiederum genau dem Gewicht der Kiste entsprechen.

Hilfe zu A23: Die maximale Spannung einer Sehne ist in Tabelle 2 mit $70 \cdot 10^6$ N/m^2 angegeben. Die Zugkraft von 70 N/cm^2 des Muskels entsprechen $70 \cdot 10^4$ N/m^2. Die Sehne hält also pro Fläche 100-mal mehr Spannung aus als der Muskel erzeugen kann. Die Querschnittsfläche der Sehne muss daher nur etwa 1/100 der Fläche des Muskels betragen. Wenn für die Flächen das Verhältnis 100:1 gilt, so gilt für den Durchmesser das Verhältnis 10:1. Dass dieses Mindest-Verhältnis größenordnungsmäßig stimmt, kannst du leicht bei Achillessehne und Wadenmuskel nachprüfen.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.