

## LÖSUNG ZU 712:

Hauptbedingung:

$$A(s, x) = \frac{(2s+2b)x}{2} = \frac{2(s+b)x}{2} = (s+b)x$$

Nebenbedingung: Satz des Pythagoras

$$x^2 + s^2 = b^2$$

$$x = \sqrt{b^2 - s^2}$$

Zielfunktion:

$$A(s) = (s+b)\sqrt{b^2 - s^2}$$

$$f(s) = (s+b)^2 \cdot (b^2 - s^2) = (s+b)^2(b-s)(b+s) = (s+b)^3(b-s) \quad \text{quadrierte Zielfunktion}$$

$$f'(s) = 3(s+b)^2(b-s) + (s+b)^3 \cdot (-1) = 3(s+b)^2(b-s) - (s+b)^3 = (s+b)^2 \cdot (3b - 3s - s - b)$$

$$f'(s) = (s+b)^2(2b - 4s)$$

$$f''(s) = 2(s+b)(2b - 4s) + (s+b)^2(-4) = -12s(s+b)$$

$$f'(s) = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} s + b &= 0 \\ s &= -b \quad (\text{nicht sinnvoll}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2b - 4s &= 0 \\ s &= \frac{b}{2} \\ f''\left(\frac{b}{2}\right) &< 0, \text{ d.h. Maximum} \end{aligned}$$

Bestimmen des Maßes für den Winkel  $\alpha$ :

$$\cos(\alpha) = \frac{s}{b} = \frac{\frac{b}{2}}{b} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = 60^\circ$$

Die Seitenwände der Rinne müssen unter  $60^\circ$  gegen die Grundfläche geneigt sein, damit die Querschnittsfläche maximal wird.

