

LÖSUNG ZU 664):

a) P_M liegt in der xy -Ebene, die z -Koordinate ist daher Null: $P_M = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

S_M ist genauso weit von P_M entfernt wie M . Anhand der Skizze, kann man so leicht nachvollziehen, dass $S_M = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ ist.

b) Die Punkte A, B, C und D bilden ein Quadrat. Das bedeutet, dass die Seitenlängen gleich lang sind und die Seitenvektoren immer paarweise normal aufeinander stehen.

$$\text{z.B. } \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = 5$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \left| \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = 5$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = 0$$

Die anderen Berechnungen erfolgen analog.

Projektion des Quadrats auf der xy -Ebene:

$$A_M = (2 \mid 1 \mid 0) \quad B_M = (2 \mid -4 \mid 0) \quad C_M = (5 \mid -4 \mid 0) \quad D_M = (5 \mid 1 \mid 0)$$

$$\text{z.B. } \overrightarrow{A_M B_M} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = 5$$

$$\overrightarrow{B_M C_M} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left| \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = 3$$

$$\overrightarrow{A_M B_M} \cdot \overrightarrow{B_M C_M} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

→ unterschiedliche Längen, aber rechte Winkel → Rechteck

Die anderen Berechnungen erfolgen analog.

c) $|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{14}$

$$\sqrt{14} \cdot 100000 \approx 374165,74 \quad 374165,74 : 300000 \approx 1,247$$

Die Zeit beträgt ungefähr 1,25 Sekunden.

