



Mathematik anwenden

HUM

IV

7. und 8. Semester



Lösungen

30 ME

Mathematik anwenden HUM 4, Lösungen

Schulbuchnummer: **180821**

Die Aufnahme in den Anhang zu den Schulbuchlisten für den IV. Jahrgang an Höheren Lehranstalten für wirtschaftliche Berufe (Lehrplan 2016), an Höheren Lehranstalten für Mode (Lehrplan 2016) und an Höheren Lehranstalten für Tourismus (Lehrplan 2016) im Unterrichtsgegenstand Angewandte Mathematik wurde vom Bundesministerium für Bildung mit GZ BMBF-5.018/0046-IT/3/2016 vom 18. Juli 2016 empfohlen.

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

Sie bekommen dieses Schulbuch von der Republik Österreich für Ihre Ausbildung.

Bücher helfen nicht nur beim Lernen, sondern sind auch Freunde fürs Leben.

Kopierverbot

Wir weisen darauf hin, dass das Kopieren zum Schulgebrauch aus diesem Buch verboten ist – § 42 Abs. 6 Urheberrechtsgesetz: „Die Befugnis zur Vervielfältigung zum eigenen Schulgebrauch gilt nicht für Werke, die ihrer Beschaffenheit und Bezeichnung nach zum Schul- oder Unterrichtsgebrauch bestimmt sind.“

Umschlagbild: contrastwerkstatt / Fotolia

Technische Zeichnungen: Paulo Tosold, Wien; Reinhard Wolfmayr, Wien

1. Auflage (Druck 0002)

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2017

www.oebv.at

Alle Rechte vorbehalten.

Jede Art der Vervielfältigung, auch auszugsweise, gesetzlich verboten.

Redaktion: Carolina Hüttinger, Wien

Lektorat: Natalie Herold, Deutschkreuz; Martin Schrödl, Neutal

Herstellung: Raphael Hamann, Wien

Umschlaggestaltung: Petra Michel, Essen

Layout: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig

Satz: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig

Druck: paco Medienwerkstatt, Wien

ISBN 978-3-209-08095-0 (Mathematik anwenden HUM LÖS 4)



Mathematik anwenden

HUM

IV

Lösungen

Franz Pauer
Martina Scheirer-Weindorfer
Andreas Simon

Mit einer Online-Ergänzung auf www.oebv.at

Inhaltsverzeichnis

1	Differentialrechnung	5
1.1	Stetige Funktionen und Grenzwerte von Funktionen	5
1.2	Differenzenquotient und Differentialquotient	6
1.3	Ableitungsregeln	11
1.4	Monotonie, Extremstellen und lineare Näherung	13
1.5	Die zweite Ableitung	17
1.6	Anwendungen der Differentialrechnung	18
	Zusammenfassende Aufgaben	23
2	Regressionsrechnung	25
2.1	Lineare Regression	25
2.2	Weitere Regressionsmodelle	27
	Zusammenfassende Aufgaben	29
3	Kosten- und Preistheorie	31
3.1	Kostentheorie	31
3.2	Preistheorie	36
	Zusammenfassende Aufgaben	40
4	Integralrechnung	43
4.1	Das unbestimmte Integral	43
4.2	Das bestimmte Integral	45
4.3	Wirtschaftliche Anwendungen der Integralrechnung	51
	Zusammenfassende Aufgaben	54
5	Wahrscheinlichkeitsrechnung*	57
5.1	Was ist Stochastik?	57
5.2	Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	57
5.3	Vierfeldertafel und Baumdiagramm	60
	Zusammenfassende Aufgaben	63

* Nur für HLT

Hinweise zum Gebrauch des Lösungshefts:

- Das Lösungsheft ist zur Kontrolle und nicht zum Abschreiben gedacht. Arbeite deshalb ehrlich, löse jede Aufgabe selbstständig und kontrolliere erst dann die Ergebnisse.
- Zu den Aufgaben, die im Schulbuch mit dem Technologiesymbol gekennzeichnet sind, stehen Dateien auf Mathematik anwenden HUM-Online zur Verfügung, die zeigen, wie eine mögliche Lösung aussehen kann. Online-Codes im Lösungsheft führen direkt zu diesen Dateien.



ggb GeoGebra



xls Excel



tns TI Nspire

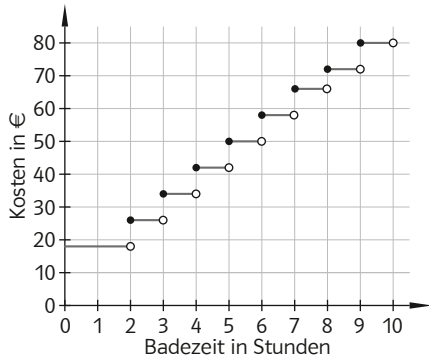
- Die Figuren im Lösungsheft sind meist verkleinert dargestellt, sodass aus ihnen keine Längen entnommen werden können.
- Das Lösungsheft wurde mit großer Sorgfalt erstellt. Sollten trotzdem Fehler passiert sein, so bitten wir, dies dem Verlag (Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, E-Mail: bbs@oebv.at) mitzuteilen. Wünsche und Anregungen werden ebenfalls gerne entgegengenommen.

1 Differentialrechnung

1.1 Stetige Funktionen und Grenzwerte von Funktionen

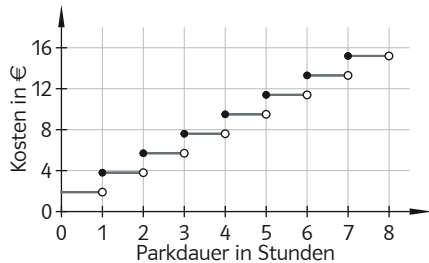
1 an der Stelle 0

2 a.



b. Unstetigkeitsstellen: 2, 3, 4...

3 a.



b. Unstetigkeitsstellen: 1, 2, 3, ...

4 Mögliche Antwort: Die Temperaturkurve kann in einem Zug gezeichnet werden.

5 a. zum Beispiel: $s = 0,16$

c. zum Beispiel: $s = 0,0016$

b. zum Beispiel: $s = 0,016$

d. zum Beispiel: $s = 0,00016$

6 -

7 -

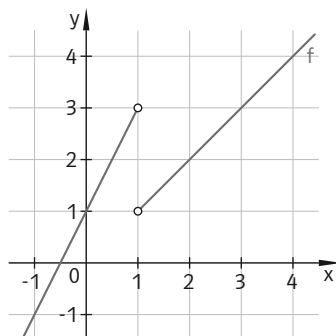
8 a. kein Grenzwert

b. Grenzwert

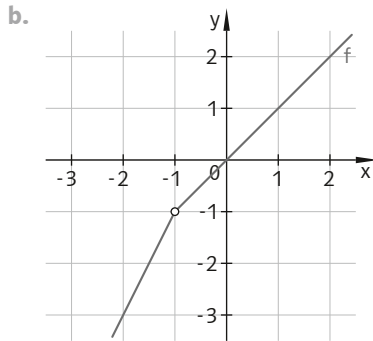
c. kein Grenzwert

d. kein Grenzwert

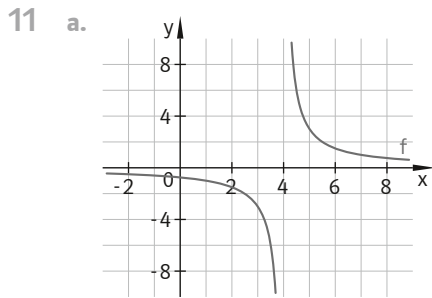
9 a.



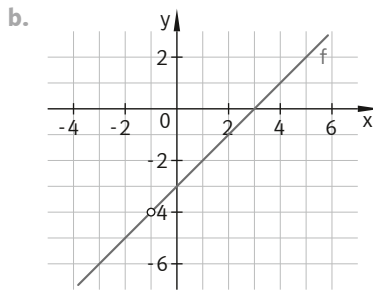
Nähert sich die Zahl x von links der Zahl 1, dann kommt $f(x) = 2x + 1$ beliebig nahe an die Zahl 3 heran. Nähert sich x hingegen von rechts der Zahl 1, dann kommt $f(x) = x$ der Zahl 1 beliebig nahe. Wegen $1 \neq 3$ hat die Funktion f an der Stelle 1 keinen Grenzwert.



Nähert sich die Zahl x von links der Zahl -1 , dann kommt $f(x) = 2x + 1$ beliebig nahe an die Zahl -1 heran. Nähert sich x von rechts der Zahl -1 , dann kommt $f(x) = 2x + 1$ ebenfalls der Zahl -1 beliebig nahe. Daher hat f an der Stelle -1 den Grenzwert -1 .



Nähert sich die Zahl x der Zahl 4 dann wird der Betrag von $f(x)$ beliebig groß und kommt daher keiner reellen Zahl beliebig nahe. Daher ist f an der Stelle 4 nicht nur nicht definiert, sondern hat dort auch keinen Grenzwert.



Nähert sich die Zahl x der Zahl -1 dann kommt $f(x)$ der Zahl -4 beliebig nahe. Die Funktion f hat daher an der Stelle -1 den Grenzwert -4 .

- 12 $f\left(\frac{1}{10}\right) = 1,051709\dots$
 $f\left(\frac{1}{100}\right) = 1,0050167\dots$
 $f\left(\frac{1}{1000}\right) = 1,000500167\dots$
 $f\left(\frac{1}{2000}\right) = 1,00025004\dots$

Vermutung: Grenzwert 1

- 13 Siehe Schulbuch Seite 201.
 14 Siehe Schulbuch Seite 201.

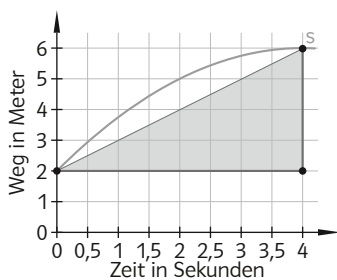
1.2 Differenzenquotient und Differentialquotient

- 15 a. $\frac{1}{2}$ b. -1 c. $\frac{1}{4}$ d. 0
 16 a. $63,4^\circ$ b. $26,6^\circ$ c. $33,7^\circ$ d. 45°
 17 a. $\frac{1}{4}; 14,0^\circ$ b. $1,4; 54,5^\circ$ c. $-1; -45^\circ$
 18 a. $6,92 \text{ m/s}; 11,43 \text{ m/s}; 11,98 \text{ m/s}; 12,42 \text{ m/s}; 12,05 \text{ m/s}$
 b. $24,91 \text{ km/h}; 41,14 \text{ km/h}; 43,11 \text{ km/h}; 44,72 \text{ km/h}; 43,37 \text{ km/h}$
 c. schnellster Abschnitt: $60 \text{ m bis } 80 \text{ m}$; langsamster Abschnitt: $0 \text{ m bis } 20 \text{ m}$

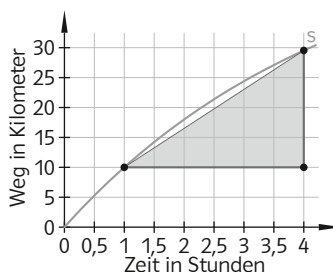
- 19 a. 6,55 km/h; 5,82 km/h; 5,12 km/h; 6,34 km/h
 b. Beim Lagenschwimmen werden die vier Abschnitte in unterschiedlichen Schwimmstilen geschwommen (Schmetterling, Rücken, Brust, Kraul).
- 20 a. 19,67 km/h; 18,87 km/h; 18,81 km/h; 18,29 km/h; 17,14 km/h
 b. Der Läufer wurde immer langsamer. Am schnellsten hat er die ersten 5 km zurückgelegt, am langsamsten den letzten Kilometer.
- 22 a. 10,8 km/h b. 54 km/h c. Das Fahrzeug ist schneller geworden.
- 23 a. 129,6 km/h b. 86,4 km/h c. Das Fahrzeug ist langsamer geworden.
- 24 a. 1. Stunde: 17,5 km/h; 2. Stunde: 13,125 km/h; 3. Stunde: 9,844 km/h
 b. 3,185 h \approx 3 h 11 min nach dem Start
- 25 a. 1. Stunde: 18 km/h; 2. Stunde: 14,4 km/h; 3. Stunde: 11,52 km/h
 b. 3,63 h (3 h 38 min) nach dem Start
 c. Der Radfahrer ist langsamer geworden.



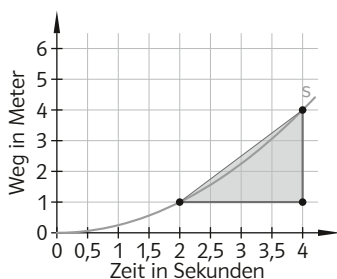
- 27 a. 1 m/s



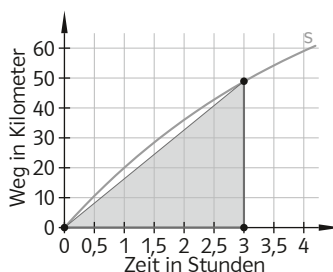
- c. 6,3 km/h



- b. 1,5 m/s



- d. 16,3 km/h



- 29 a. 5. April–15. Mai: -3,50 €/Tag; 15. Mai–14. Juni: 1,40 €/Tag
 b. Der Quadratmeterpreis ist vom 5. April bis zum 15. Mai durchschnittlich pro Tag um 3,50 € gesunken und im Zeitraum vom 15. Mai bis zum 14. Juni durchschnittlich pro Tag um 1,40 € gestiegen.
- 30 a. 2002–2010: 0,19 €/Jahr; 2010–2016: 0,23 €/Jahr
 b. Der Preis ist von 2010 bis 2016 stärker gestiegen als von 2002 bis 2010.
- 31 a. 1. bis 7. Jänner: 2,50 cm/Tag; 7. bis 17. Jänner: -0,60 cm/Tag; 17. bis 21. Jänner: 3,25 cm/Tag
 b. Vom 1. bis zum 7. und vom 17. bis 21. Jänner hat die Schneehöhe zugenommen, im Zeitraum vom 7. bis 17. Jänner hat sie abgenommen.

32

Jahr	Zuwachs in FLOPS/Jahr
1946–1960	32 143
1960–1972	15 593 750
1976–1990	1 639 285 714
1990–2002	2 986 400 000 000
2002–2012	17 554 140 000 000 000
2012–2016	18 852 500 000 000 000

33 a. 9,1cm/Jahr

b.

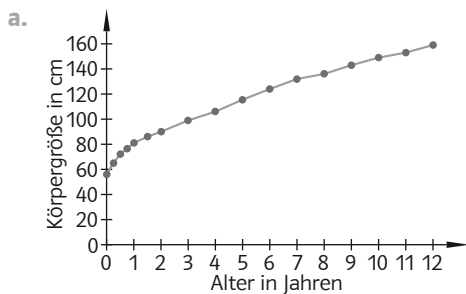
Alter in Jahren	Körpergröße in cm	Wachstumsrate in cm/Jahr
0	56	–
0,25	69	52
0,5	73	16
0,75	78	20
1	81	12
1,5	89	16
2	94,5	11
3	100	5,5
4	110	10
5	117	7
6	128	11
7	136	8
8	144	8
9	155	11
10	160	5
11	165	5
12	170	5
13	177	7
14	184	7

c. im Zeitraum vom 10. bis zum 12. Lebensjahr

d. im 1., 2., 4., 6. und 9. Lebensjahr



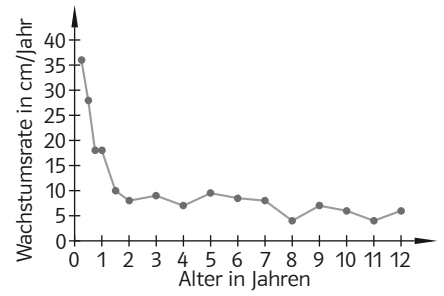
34



b. 8,6cm/Jahr

c.

Alter in Jahren	Körpergröße in cm	Wachstumsrate in cm/Jahr
0	56	–
0,25	65	36
0,5	72	28
0,75	76,5	18
1	81	18
1,5	86	10
2	90	8
3	99	9
4	106	7
5	115,5	9,5
6	124	8,5
7	132	8
8	136	4
9	143	7
10	149	6
11	153	4
12	159	6



- d. im 8. und im 11. Lebensjahr
- e. bis zum Alter von 1,5 Jahren und im 3. und 5. Lebensjahr



35

- a. Bergfahrt: 13,18 km/h; 13,70 km/h; 12,15 km/h; 8,52 km/h; 13,06 km/h
Talfahrt: 13,06 km/h; 17,04 km/h; 9,45 km/h; 13,7 km/h; 4,39 km/h
- b. Je steiler der Streckenabschnitt ist, desto kleiner ist die Geschwindigkeit bei der Bergfahrt und desto größer ist die Geschwindigkeit bei der Talfahrt. Der steilste Abschnitt ist der Abschnitt Ternitzerhütte – Baumgartner, der flachste Abschnitt ist zwischen Hengsttal und Hengsthütte. Abfahrt: Die steilste Strecke ist schnell; beim flachsten Abschnitt ist die Seilbahn sehr langsam.
- c. Höhen der Schneebergbahn:
Puchberg: 577 m.ü.A.
Hengsttal: 613 m.ü.A.
Hengsthütte: 1012 m.ü.A.
Ternitzerhütte: 1231 m.ü.A.
Baumgartner: 1398 m.ü.A.
Hochschneeberg: 1792 m.ü.A.
mittlere Steigungen:
Puchberg – Hengsttal: 0,56 %
Hengsttal – Hengsthütte: 0,30 %
Hengsthütte – Ternitzerhütte: 0,87 %
Ternitzerhütte – Baumgartner: 0,98 %
Baumgartner – Hochschneeberg: 0,69 %

36

In der zweiten Woche nach dem Auspflanzen ist die Pflanze durchschnittlich um 1,19 cm pro Tag gewachsen.

37

Zwischen 6:00 Uhr und 12:00 Uhr ist der Pegelstand des Baches pro Stunde durchschnittlich um 10 cm gestiegen.

38

- a. 470,11 Punkte/Monat
- b. –177,15 Punkte/Monat
- c. Von Februar 2016 bis März 2016 ist der DAX durchschnittlich um 470,11 Punkte gestiegen. Von Dezember 2015 bis Juni 2016 ist der DAX durchschnittlich pro Monat um 177,15 Punkte gefallen.

39 um $2,8^\circ\text{C}/\text{Minute}$

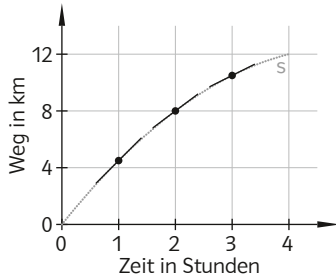
40 um $0,1\text{mbar}/\text{Höhenmeter}$

42 Momentangeschwindigkeit: $35\text{ m/s} = 126\text{ km/h}$
 Durchschnittsgeschwindigkeit: $35,0035\text{ m/s} \approx 126,01\text{ km/h}$

43 a. zurückgelegter Weg: 12 km ; Durchschnittsgeschwindigkeit: 3 km/h

b. 4 km/h ; 3 km/h ; 2 km/h

c.



45 v mit $v(t) = 6t + 10$
 (t in Sekunden; v(t) in m/s)

46 a. v mit $v(t) = 100t + 100$ b. 400 m/s

48 $f'(a) = 4a^3$; $f'(1) = 4$

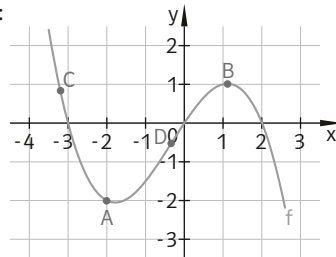
49 $f'(a) = 4a$; $f'(1) = 4$

50 $f'(a) = a$; $f'(-3) = -3$

51 $f'(a) = -2a + 3$; $f'(2) = -1$

53 **A, C, D, F**

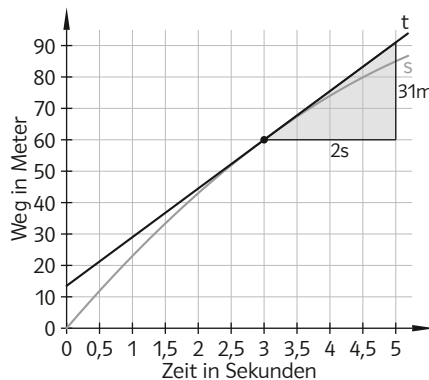
54 zum Beispiel:



55 –

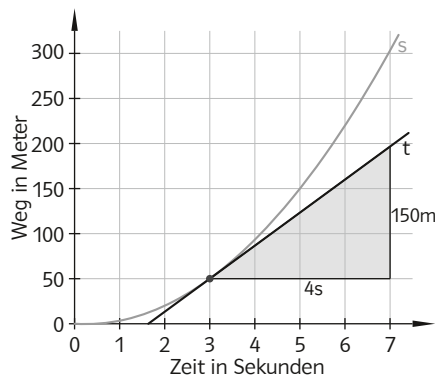
56 a. Der Autobus bremst ab, da die Steigung der Tangente im Zeit-Weg-Diagramm immer kleiner wird.

b. $15,5$



c. Nach 3 Sekunden beträgt die Geschwindigkeit des Busses $15,5 \text{ m/s} = 55,8 \text{ km/h}$.

- 57 a. 180 km/h
 b. ca. $37,5 \text{ m/s}$



c. Nach 3 s erreicht das Rennauto eine Momentangeschwindigkeit von $37,5 \text{ km/h} = 135 \text{ km/h}$.

- 58 –
 59 Siehe Schulbuch Seite 201.
 60 Siehe Schulbuch Seite 201.
 61 Siehe Schulbuch Seite 201.
 62 Siehe Schulbuch Seite 201.
 63 Siehe Schulbuch Seite 201.

1.3 Ableitungsregeln

- 65 a. f' mit $f'(x) = 6x + 7$ c. f' mit $f'(x) = 6x^2 - 8x + 2$
 b. f' mit $f'(x) = -2x + 5$ d. f' mit $f'(x) = -3x^2 + 6x - 5$
- 66 a. p' mit $p'(x) = 9x^2 + 4x + 1$ b. p' mit $p'(x) = 8x^3 + 3x$ c. p' mit $p'(x) = 5x^7 + 6x$
- 67 a. C b. A
- 69 a. f' mit $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ b. f' mit $f'(x) = -\frac{5}{x^6}$ c. f' mit $f'(x) = -\frac{12}{x^4}$ d. f' mit $f'(x) = -\frac{2}{x^7}$
- 70 a. f' mit $f'(x) = -\frac{6}{x^3}$ b. f' mit $f'(x) = \frac{6}{x^4}$ c. f' mit $f'(x) = -\frac{2}{x^5}$ d. f' mit $f'(x) = \frac{5}{3x^6}$
- 71 a. B b. D
- 73 a. f' mit $f'(z) = \frac{1}{2\sqrt{z}}$ d. f' mit $f'(x) = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{3}$ g. f' mit $f'(u) = -\frac{1}{10 \cdot \sqrt[6]{u^7}}$
 b. f' mit $f'(x) = \frac{3}{4 \cdot \sqrt[4]{x}}$ e. f' mit $f'(t) = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{t^3}}$ h. f' mit $f'(r) = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt[4]{r^7}}$
 c. f' mit $f'(t) = \frac{9 \cdot \sqrt[5]{t^4}}{5}$ f. f' mit $f'(z) = -\frac{8}{3 \cdot \sqrt[3]{z^5}}$
- 75 a. h' mit $h'(x) = 6x^2 + 10x - 3$ c. h' mit $h'(x) = 80x^3 + 45x^2 - 16x - 6$
 b. h' mit $h'(x) = 8x^3 - 3x^2 + 18x - 4$
- 76 **D**
- 78 a. f' mit $f'(x) = (-7x^3 + 2) \cdot \frac{\sqrt{x}}{2x}$ b. f' mit $f'(x) = \frac{7}{3}x \sqrt[3]{x} + \frac{8}{3}\sqrt[3]{x}$ c. f' mit $f'(x) = \frac{8x^2 \sqrt[3]{x^2} - 15x \sqrt[3]{x^2} + 2 \sqrt[3]{x^2}}{3x}$

79 **E**

81 a. h' mit $h'(x) = \frac{7}{(x+4)^2}$ c. h' mit $h'(x) = \frac{2x^2-10x-6}{4x^2-20x+25}$

b. h' mit $h'(x) = \frac{x^2+12x-13}{x^2+12x+36}$ d. h' mit $h'(x) = \frac{2x^2-28x+19}{x^2-14x+49}$

82 a. f' mit $f'(x) = \frac{(x+1)-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$

b. f' mit $f'(x) = \frac{6x(x^2+1)-3x^2 \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{6x}{(x^2+1)^2}$

c. f' mit $f'(x) = \frac{(2x+6x^2)(x^3-x^2+1)-(x^2+2x^3)(3x^2-2x)}{(x^3-x^2+1)^2} = \frac{-3x^4+6x^2+2x}{(x^3-x^2+1)^2}$

d. f' mit $f'(x) = \frac{-4x^3(x^2-x)-(2x-1)(-x^4)}{(x^2-x)^2} = \frac{3x^4-2x^5}{(x^2-x)^2}$

83 a. D b. C

85 a. f' mit $f'(x) = 6(2x+4)^2$

c. f' mit $f'(x) = 12x^2(x^3+1)^3$

b. f' mit $f'(x) = 3(4x^2-2x+5)^2(8x-2)$

d. f' mit $f'(x) = 4(x^3-2x^2+1)^3(3x^2-4x)$

86 a. D b. C

88 a. f' mit $f'(t) = \frac{3}{2 \cdot \sqrt{3t-1}}$

b. f' mit $f'(t) = \frac{6t^2-6t}{2 \cdot \sqrt{2t^3-3t^2}}$

c. f' mit $f'(t) = \frac{2t+3}{3 \cdot \sqrt[3]{(t^2+3t)^2}}$

89 a. a' mit $a'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x+1}}$

c. c' mit $c'(x) = -\frac{10x}{3 \cdot \sqrt[3]{(8-5x^2)^2}}$

e. g' mit $g'(x) = \frac{15x^2+2}{2\sqrt{5x^3+2x}}$

b. b' mit $b'(x) = -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

d. d' mit $d'(x) = \frac{14x+4}{3 \cdot \sqrt[3]{(7x^2+4x-4)^2}}$

f. f' mit $f'(x) = \frac{54x^2-6}{3 \cdot \sqrt[3]{(18x^3-6x)^2}}$

90 Markierte Fehler: $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3x^2-2x+1} \cdot (3x-2)$

Richtig ist $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x^2-2x+1}} \cdot (6x-2)$.

92 a. f' mit $f'(x) = 3e^{3x}$

d. f' mit $f'(x) = (6x-2)e^{3x^2-2x+1}$

b. f' mit $f'(x) = 2x \cdot e^{x^2}$

e. f' mit $f'(x) = 2 \cdot e^{2x+1}$

c. f' mit $f'(x) = -x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$

f. f' mit $f'(x) = (8x+3) \cdot e^{4x^2+3x-8}$

93 a. f' mit $f'(x) = \frac{5}{5x+1}$

b. f' mit $f'(x) = \frac{4}{x}$

c. f' mit $f'(x) = \frac{6x-4}{3x^2-4x}$

94 a. f' mit $f'(x) = \ln(2) \cdot 2^x$

c. f' mit $f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(10)}$

b. f' mit $f'(x) = \frac{1}{2} \ln(3) \cdot 3^x$

d. f' mit $f'(x) = \frac{1}{4x \cdot \ln(3)}$

95 a. a' mit $a'(x) = \ln(x) + 1$

d. d' mit $d'(x) = (4-16x)\ln(x) + \frac{4x-8x^2}{x}$

b. b' mit $b'(x) = x \cdot \ln(x) + \frac{1}{2}x$

e. g' mit $g'(x) = e^x \cdot \ln(x) + \frac{e^x}{x}$

c. c' mit $c'(x) = (2x+7)\ln(x) + (x+7)$

f. f' mit $f'(x) = 2x \ln(4x) + x$

96 Siehe Schulbuch Seite 201.

97 Siehe Schulbuch Seite 201.

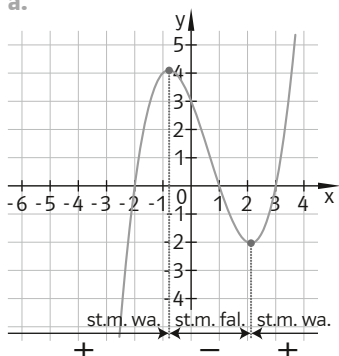
98 Siehe Schulbuch Seite 201.

99 Siehe Schulbuch Seite 201.

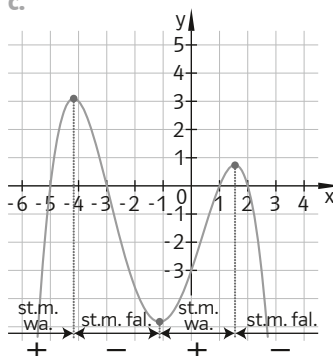
100 Siehe Schulbuch Seite 201.

1.4 Monotonie, Extremstellen und lineare Näherung

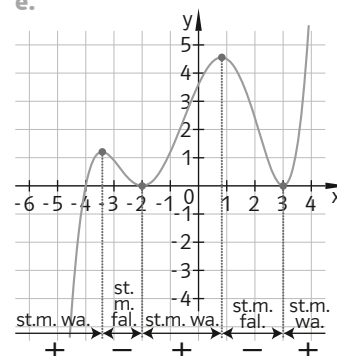
101 a.



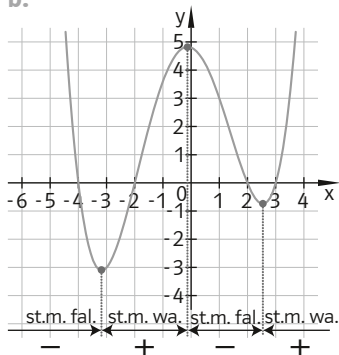
c.



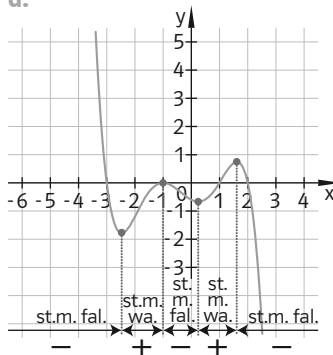
e.



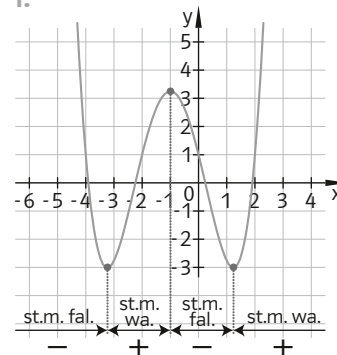
b.



d.



f.



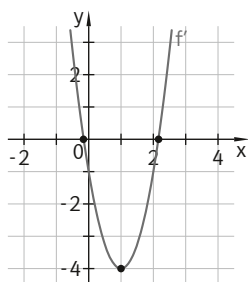
102 a. B

b. D

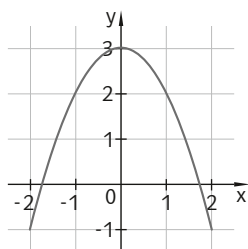
c. A

d. C

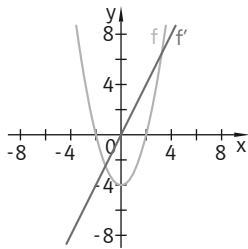
103



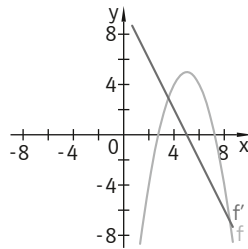
104 zum Beispiel:



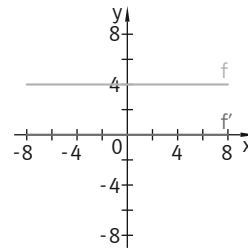
105 a.



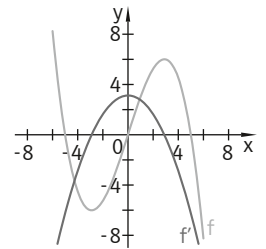
c.



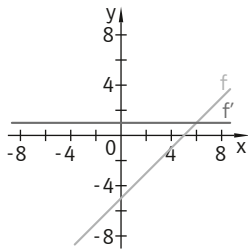
e.



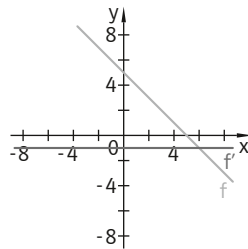
g.



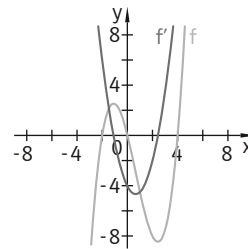
b.



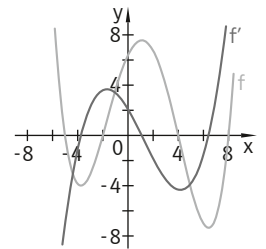
d.



f.



h.



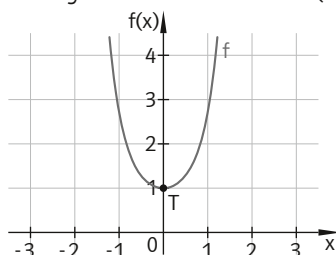
106 **B, D**

107 **C**

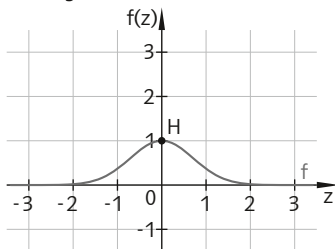
108 **B, C, E, F**

109 –

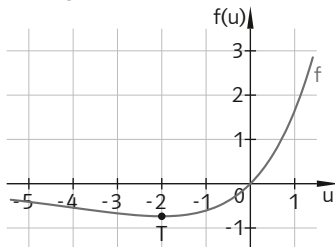
- 111 a. Extremstellen: $-1,79$ und $1,12$; Extrempunkte: $(-1,79 | 1,64)$ und $(1,12 | -0,81)$
 b. streng monoton fallend auf $(-\infty; 1,12)$; streng monoton wachsend auf $(-\infty; -1,79)$ und $(1,12; \infty)$
- 112 a. streng monoton fallend auf $(-\infty; 1)$ und streng monoton wachsend auf $(1; \infty)$
 Extremstelle: 1
 b. streng monoton wachsend auf $(-\infty; -1)$ und streng monoton fallend auf $(-1; \infty)$
 Extremstelle: -1
 c. streng monoton wachsend auf $(-\infty; -0,79)$ und streng monoton fallend auf $(-0,79; 2,12)$ sowie streng monoton wachsend auf $(2,12; \infty)$
 Extremstellen: $-0,79$ und $2,12$
 d. streng monoton wachsend auf $(-\infty; 0,21)$ und streng monoton fallend auf $(0,21; 3,12)$ sowie streng monoton wachsend auf $(3,12; \infty)$
 Extremstellen: $0,21$ und $3,12$
 e. streng monoton fallend auf $(-\infty; -0,08)$ und streng monoton wachsend auf $(-0,08; 4,08)$ sowie streng monoton fallend auf $(4,08; \infty)$
 Extremstellen: $-0,08$ und $4,08$
 f. streng monoton fallend auf $(-\infty; -6,27)$ und streng monoton wachsend auf $(-6,27; -1,06)$ sowie streng monoton fallend auf $(-1,06; \infty)$
 Extremstellen: $-6,27$ und $-1,06$
- 114 a. streng monoton fallend auf $(-\infty; 0)$; streng monoton wachsend auf $(0; \infty)$



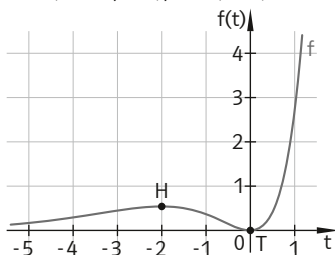
- b. streng monoton wachsend auf $(-\infty; 0)$; streng monoton fallend auf $(0; \infty)$; $H = (0|1)$



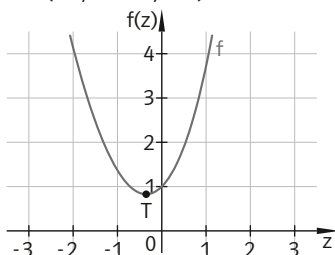
- c. streng monoton fallend auf $(-\infty; -2)$; streng monoton fallend auf $(-2; \infty)$; $T = (-2|-0,736)$



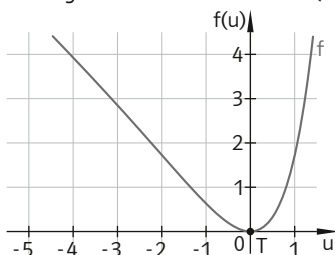
- d. streng monoton wachsend auf $(-\infty; -2)$ und $(0; \infty)$; streng monoton fallend auf $(-2; 0)$; $H = (-2|0,541)$, $T = (0|0)$



- e. streng monoton fallend auf $(-\infty; -0,352)$; streng monoton wachsend auf $(-0,352; \infty)$; $T = (-0,352|0,827)$



- f. streng monoton fallend auf $(-\infty; 0)$; streng monoton wachsend auf $(0; \infty)$; $T = (0|0)$

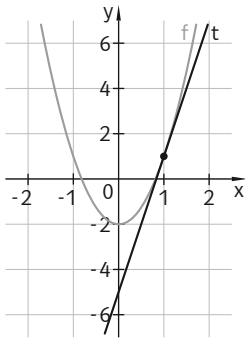


116 a. t mit $t(x) = -1 + 6(x - 1)$ b. $-1,6$ c. $0,049$

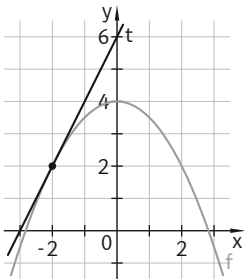
117 a. A b. D

118 C

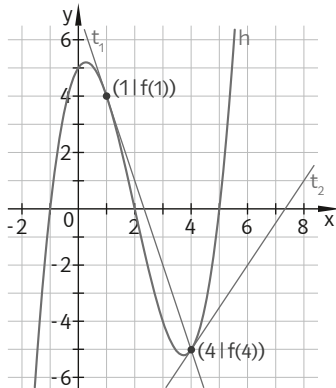
119 Gleichung der Tangente: $y = 6x - 5$



120 Gleichung der Tangente: $y = 2x + 6$



121 Gleichung der Tangente in $(1 | f(1))$: $y = -3x + 7$; Gleichung der Tangente in $(4 | f(4))$: $y = \frac{3}{2}x - 11$



- 122 a. um $-0,00308 \text{ m/s}^2$ pro km
 b. I. $9,691 \text{ m/s}^2$ II. $9,690 \text{ m/s}^2$
 c. -

123 Siehe Schulbuch Seite 201.

124 Siehe Schulbuch Seite 201.

125 Siehe Schulbuch Seite 201.

126 Siehe Schulbuch Seite 202.

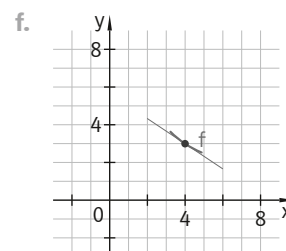
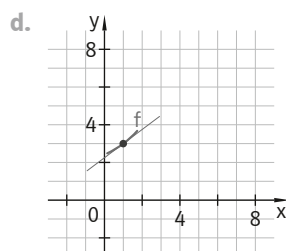
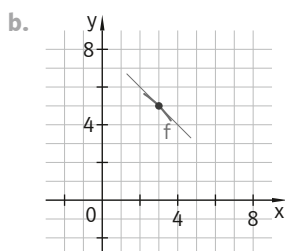
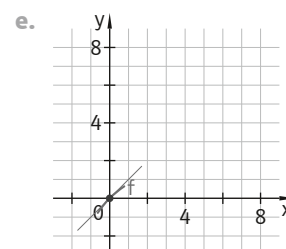
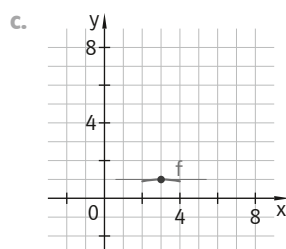
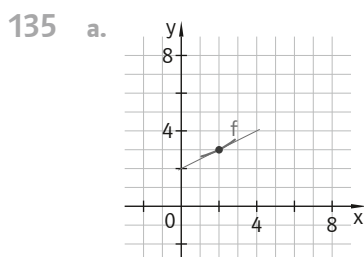
127 Siehe Schulbuch Seite 202.

128 Siehe Schulbuch Seite 202.

129 Siehe Schulbuch Seite 202.

1.5 Die zweite Ableitung

- 130 a. III, D b. II, B c. I, A d. IV, C
- 131 a. $f'(12) = 5; f''(12) = 0$ d. $f'(-2) = 13; f''(-2) = -10$
 b. $f'(-1) = 4; f''(-1) = -2$ e. $f'(-2) = -16; f''(-2) = 40$
 c. $f'(1) = 5; f''(1) = 10$ f. $f'(2) = 36; f''(2) = 40$
- 132 a. a' mit $a'(z) = e^z$; a'' mit $a''(z) = e^z$ d. d' mit $d'(z) = e^z + z \cdot e^z$; d'' mit $d''(z) = 2e^z + z \cdot e^z$
 b. b' mit $b'(z) = 3^z \cdot \ln(3)$; b'' mit $b''(z) = 3^z \cdot \ln(3)^2$ e. g' mit $g'(z) = \frac{1}{z}$; e'' mit $e''(z) = -\frac{1}{z^2}$
 c. c' mit $c'(z) = 2e^{2z}$; c'' mit $c''(z) = 4e^{2z}$ f. f' mit $f'(z) = \ln(z) + 1$; f'' mit $f''(z) = \frac{1}{z}$
- 134 a. $a = 3; f(3) = 2; f'(3) = \frac{1}{2}; f''(3) > 0$ c. $a = 3; f(3) = 3; f'(3) = 0; f''(3) < 0$
 b. $a = 4; f(4) = 2; f'(4) = \frac{3}{2}; f''(4) < 0$ d. $a = 4; f(4) = 4; f'(4) = -1; f''(4) < 0$




- 136 a. A b. B
- 138 a. Wendestelle: 4; Wendepunkt: (4 | -6) b. $y = -8x + 26$
- 139 a. Wendestellen: -1 und 2; Wendepunkte: (-1 | -2) und (2 | 2) b. $y = \frac{71}{33}x + \frac{5}{33}$ und $y = \frac{17}{33}x + \frac{32}{33}$
- 140 a. D b. B
- 141 linksgekrümmt auf $(-\infty; -1,05)$ und $(2,05; \infty)$, rechtgekrümmt auf $(-1,05; 2,05)$
 Wendestellen: -1,05 und 2,05
 Gleichungen der Wendetangenten: $y = 15,03x + 15,03$ und $y = -15,03x + 30,06$
- 142 Siehe Mathematik anwenden HUM-Online.
 Wendestellen in $0, -\sqrt{3}$ und $\sqrt{3}$
- 143 Eine Polynomfunktion vom Grad 3 muss einen Wendepunkt besitzen, weil die zweite Ableitung eine lineare Funktion ist, die nicht konstant ist, und daher eine Nullstelle hat.
- 145 $(-3 | 5,05); (2 | -1,2)$
- 146 a. Extremstelle: $\frac{5}{6}$; Extrempunkt: $(\frac{5}{6} | -1,08)$
 b. Extremstelle: 0,25; Extrempunkt: (0,25 | 0,53)

- c. Extremstellen: 0 und $\frac{4}{3}$; Extrempunkte: $(0|0)$, $(\frac{4}{3}|-1,19)$
 d. Extremstellen: $-0,5$ und $2,35$; Extrempunkte: $(-0,35|0,93)$, $(2,35|-18,93)$
 e. Extremstellen: -1 , 0 und 1 ; Extrempunkte: $(-1|0)$, $(0|1)$, $(1|0)$
 f. Extremstellen: $-1,58$, 0 und $1,58$; Extrempunkte: $(-1,58|-0,25)$, $(0|6)$, $(1,58|-0,25)$
- 147** a. $(3|-20,09)$ d. $(2,5|1,32)$
 b. Es gibt kein lokales Extremum, aber einen Sattelpunkt $S = (0|2)$. e. $(2|1,10)$
 c. $(0|1)$ f. $(-1|-2,5)$; $(1|2,5)$
- 148** a. Die Ableitungen der Funktionen f und g sind f' mit $f'(x) = 1,5x^2 - 6$ und g' mit $g'(x) = \frac{1}{2} \cdot (0,5x^3 - 6x + 9)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1,5x^2 - 6)$. Die lokalen Extremstellen sind die Nullstellen von f' und g' . Diese zwei Funktionen haben dieselben Nullstellen.
 b. Die Ableitungen der Funktionen f und g sind f' mit $f'(x) = 2x - 2$ und g' mit $g'(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 3} \cdot (2x - 2)$. Die Funktionen f' und g' haben dieselben Nullstellen.
 c. Die Ableitungen der Funktionen f und g sind f' mit $f'(x) = 3x^2 - 1$ und g' mit $g'(x) = e^{x^3 - x + 1} \cdot (3x^2 - 1)$. Die Funktionen f' und g' haben dieselben Nullstellen.
- 150** a. $2,33 \text{ m/s}^2$ b. $5,45 \text{ m/s}^2$ c. $7,72 \text{ m/s}^2$
- 151** a. $2,55 \text{ m/s}^2$ b. $10,9 \text{ s}$
- 153** a. v mit $v(t) = t^2 + 2t$; a mit $a(t) = 2t + 2$ b. 8 m/s c. 10 m/s^2
- 154** a. v mit $v(t) = 0,04t^3 - 1,5t^2 + 10t - \frac{1}{3}$; a mit $a(t) = 0,12t^2 - 3t + 10$
 b. nach $3,96 \text{ s}$; $18,23 \text{ m/s}$
 c. $-6,32 \text{ m/s}^2$; Da diese Beschleunigung negativ ist, bremst das Fahrzeug.
- 155** Siehe Schulbuch Seite 202.
156 Siehe Schulbuch Seite 202.
157 Siehe Schulbuch Seite 202.
158 Siehe Schulbuch Seite 202.
159 Siehe Schulbuch Seite 202.

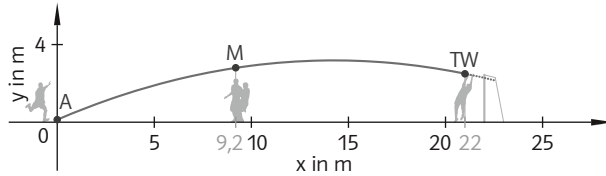
1.6 Anwendungen der Differentialrechnung

- 161** Für f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ ist $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = -4$. Also ist f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$.
- 162** Für f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ ist $a = 0,25$, $b = 1$, $c = -3$. Also ist f die Funktion mit $f(x) = 0,25x^2 + x - 3$.
- 164** a. Die Flugbahn ist der Graph der quadratischen Funktion f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ so, dass $f(0) = c = 1,7$, $f'(0) = b = 1$ und $f(27) = 27^2a + 27b + c = 2$ ist.
 b. $a = -0,037$; $b = 1$; $c = 1,7$
 c. in $13,51 \text{ m}$ Entfernung
- 165** a. I) $f(0) = 0$
 II) $f'(0) = \tan(33^\circ)$
 III) $f(16) = 0$
 bzw.
 I) $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0$
 II) $2a \cdot 0 + b = \tan(33^\circ) = 0,649$
 III) $a \cdot 16^2 + b \cdot 16 + c = 0$

- b. Nach I) ist $c = 0$, nach II) ist $b = 0,649$ und nach III) ist $256a + 16 \cdot 0,649 = 0$, also ist $a = -0,041$.
 c. 2,57m

 ggb
g7fq67

- 166 a. b mit $b(x) = -0,015x^2 + 0,428x + 0,13$



- b. ja (Höhe des Balles beim Tor: 2,28 m)
 c. Abstoßwinkel: $23,17^\circ$; Fangwinkel: $11,42^\circ$
 d. 3,18 m
 e. Die Funktion f ist quadratisch und hat daher nur eine Extremstelle.

- 168 Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist $a = -0,08$, $b = 0,12$, $c = 1,44$, $d = -1,24$.
 Also ist f die Funktion mit $f(x) = -0,08x^3 + 0,12x^2 + 1,44x - 1,24$.

- 169 a. Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist

- I) $f(2) = 0$
 II) $f(-1) = 0$
 III) $f''(-1) = 0$
 IV) $f'(-1) = 2,25$

bzw.

- I) $8a + 4b + 2c + d = 0$
 II) $-a + b - c + d = 0$
 III) $-6a + 2b = 0$
 IV) $3a - 2b + c = 2,25$

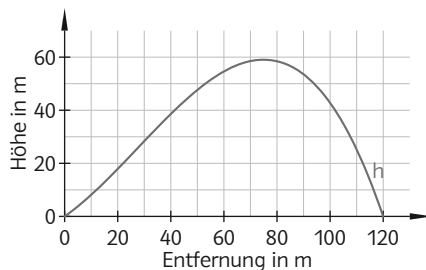
- b. I) $8 \cdot 0,25 + 4 \cdot 0,75 + 2 \cdot (-1,5) + (-2) = 0$
 II) $-0,25 + 0,75 - (-1,5) + (-2) = 0$
 III) $-6 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,75 = 0$
 IV) $3 \cdot 0,25 - 2 \cdot 0,75 + (-1,5) = 2,25$

- 170 Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist $a = 5$, $b = -15$, $c = 15$, $d = 0$.
 Also ist f die Funktion mit $f(x) = 5x^3 - 15x^2 + 15x$.

 ggb
7bd6ju

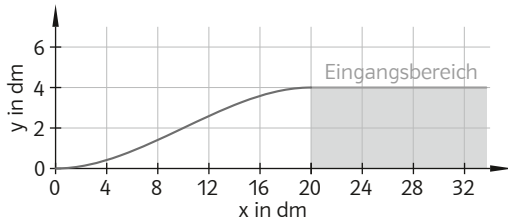
- 171 (gerechnet mit $\tan(32^\circ) \approx 0,62$)

h mit $h(x) = -\frac{31}{225000}x^3 + \frac{341}{30000}x^2 + \frac{31}{50}x$



- 172 Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist $a = -\frac{1}{1215}$, $b = \frac{2}{135}$, $c = 1$, $d = 0$.
 Also ist f die Funktion mit $f(x) = -\frac{1}{1215}x^3 + \frac{2}{135}x^2 + x$.

173 a.



- b. Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist $a = -10^{-5}$, $b = 0,003$, $c = 0$, $d = 0$.
 Also ist f die Funktion mit $f(x) = -10^{-5}x^3 + 0,003x^2$.
- c. $16,7^\circ$

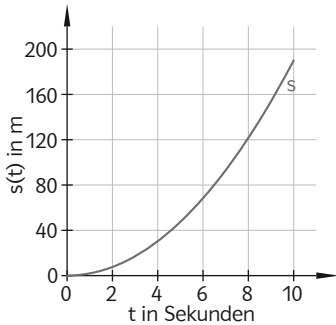
174

- a. $\frac{1}{3}$
 b. 7,33 m über der Talstation
 c. Für f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ ist $a = \frac{1}{10652}$, $b = \frac{371}{1275}$, $c = 0$.
 Also ist f die Funktion mit $f(x) = \frac{1}{10625}x^2 + \frac{371}{1275}x$.

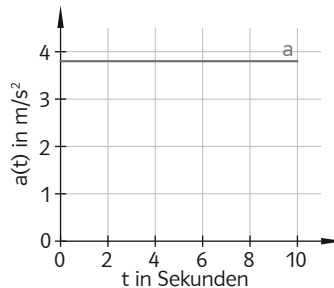
176 Momentangeschwindigkeit: $7 \text{ m/s} = 25,2 \text{ km/h}$
 Durchschnittsgeschwindigkeit: $8,005 \text{ m/s} \approx 28,818 \text{ km/h}$

- 177 a. I. 18,0 m/s II. 21,0 m/s
 b. I. 17,0 m II. 23,0 m

178 a.

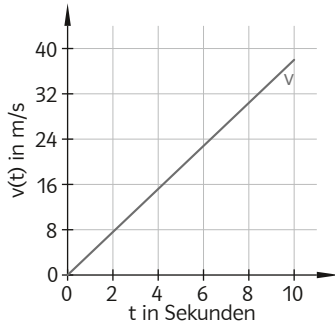


- e. a mit $a(t) = 3,8$
 f. $a(3) = 3,8 \text{ m/s}^2$
 g.

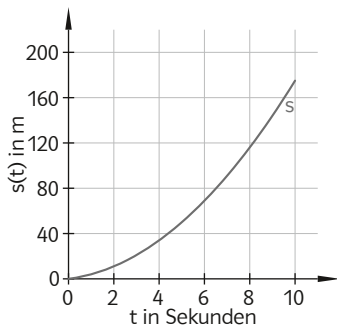


- b. v mit $v(t) = 3,8 \cdot t$
 c. $v(5) = 19 \text{ m/s}$

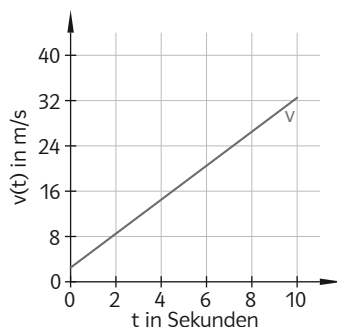
d.



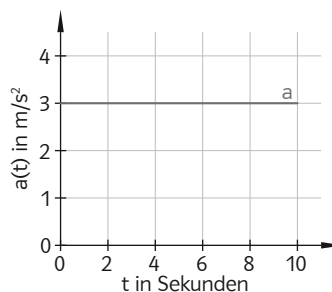
179 a.


 b. v mit $v(t) = 3t + 2,5$

c.


 d. a mit $a(t) = 3$

e.



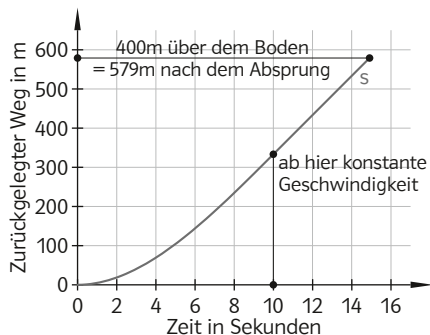
180

a. 64,8 km/h

b. 50 m/s = 180 km/h

 c. 5 m/s²

d.



181

 a. Für s mit $s(t) = at^2 + bt + c$ ist $a = 0,75$, $b = 1$, $c = 0$. Also ist s die Funktion mit $s(t) = 0,75t^2 + t$.

b. 30,6 km/h

 c. 1,5 m/s²

182

 a. Für s mit $s(t) = at^2 + bt + c$ ist $a = 2,6$, $b = 0$, $c = 0$. Also ist s die Funktion mit $s(t) = 2,6t^2$.

b. 56,16 km/h

c. 56,16 km/h

183

 a. Die Geschwindigkeit des Radfahrers nach t Sekunden ist

$$v(t) = s'(t) = 13 - 26 \cdot \frac{1}{2\sqrt{t+1}} = \frac{13\sqrt{t+1} - 13}{\sqrt{t+1}}$$

b. I. 7,69 m/s = 27,69 km/h

II. 9,08 m/s = 32,69 km/h

 c. I. 0,442 m/s²

 II. 0,178 m/s²

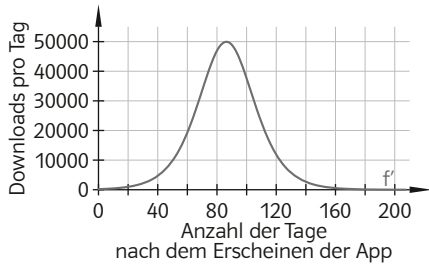
184

 Beschleunigung am Start: 20 m/s²

 Beschleunigung nach 1s: 2,5 m/s²

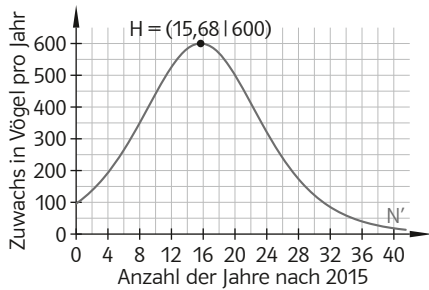
 Beschleunigung nach 5s: 0,093 m/s²

 **ggb/tns** 185
sy2fr6



- a. Die Anzahl der Downloads am Tag t ist $f(t+1) - f(t)$, also die mittlere Änderungsrate von f im Intervall $[t, t+1]$. Diese wird durch die momentane Änderungsrate $f'(t)$ angenähert.
 c. nach ca. 86 Tagen mit 50 000 Downloads pro Tag

 **ggb/tns** 186
g3vc2e



- a. 105,1; Im ersten Jahr ist der Bestand dieser Vogelart um 105 Vögel gewachsen.
 b. (15,68 | 600)

- c. Das Wachstum des Vogelbestands ist nach 15,68 Jahren mit einem Zuwachs von 600 Vögeln pro Jahr am größten.
 d. im Jahr 2050 ($t = 34,8$)

 **ggb/tns** 187
4yq365

- a. 0,55 m/Jahr. Die Fichte wächst innerhalb der ersten 10 Jahre durchschnittlich um 0,55 m/Jahr.
 b. v mit $v(t) = 0,567 \cdot e^{-0,0063t}$
 c. Alter: 130 Jahre; Höhe: 50,3 m

188 Länge = Breite = 25 m

189 $x = 20, y = -20$

190 $a = b = 10$ cm

191 $a = 50$ m, $b = 25$ m, $A = 1250$ m²

193 5,66 cm

194 $a = 11,08$ cm; $b = 12,16$ cm; $c = 3,92$ cm; $V_{\max} = 528,15$ cm³

195 $a = 31,55$ cm; $b = 23,10$ cm; $c = 8,45$ cm; $V_{\max} = 6158,40$ cm³

196 Seitenlänge: 2,52 dm

197 Abmessungen: 7,21 cm; 9,62 cm und 14,42 cm

198 Durchmesser: 8,6 cm; Höhe: 8,6 cm

199 $r = 11,68$ cm; $h = 11,68$ cm

200 $r = 25,15$ cm; $h = 50,3$ cm

201 Siehe Schulbuch Seite 202.

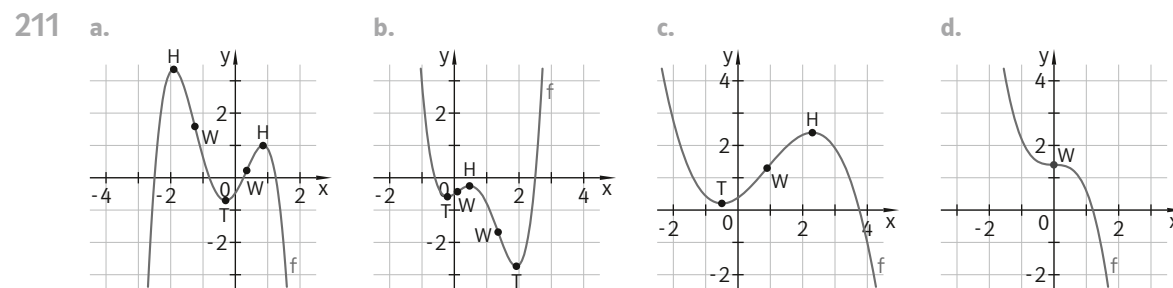
202 Siehe Schulbuch Seite 202.

- 203 Siehe Schulbuch Seite 202.
 204 Siehe Schulbuch Seite 202.
 205 Siehe Schulbuch Seite 202.
 206 Siehe Schulbuch Seite 202.

Zusammenfassende Aufgaben

- 207 a. 5 m/s
 b. Da die Steigung der Tangenten im Zeit-Weg-Diagramm mit wachsender Zeit zunimmt, wird die Geschwindigkeit immer größer. Daher muss die mittlere Geschwindigkeit in den ersten 4 Fahrsekunden kleiner sein als in den ersten 10 Fahrsekunden.
- 208 a. C b. A
- 209 a. 2011–2013: 327,43 Punkte/Jahr; 2013–2015: –74,8 Punkte/Jahr
 b. Von 2011 bis 2013 ist der Schlusskurs des ATX durchschnittlich jährlich um 327,43 Punkte gestiegen, von 2013 bis 2015 durchschnittlich jährlich um 74,8 Punkte gefallen.

210 20 m/s



212 Länge = Breite = 200 m

213 B, C

Begründung:

- A ist falsch, weil $f(-1) = -6$ ist.
 B ist richtig, weil $f''(-\frac{5}{3}) = 0$ ist und $f'''(-\frac{5}{3}) = 6$.
 C ist richtig, f hat die Nullstellen 1, -2 und -4.
 D ist falsch, weil $f'(0) = 2$ ist.

214 Die Schnittgerade der horizontalen Ebene mit der Querschnittfläche entspricht in der Grafik der x-Achse. Der Graph von f schneidet die x-Achse in den Punkten $(x_1 | 0)$ und $(x_2 | 0)$, dabei sind x_1 und x_2 die Nullstellen von f. Wir bezeichnen die kleinere Nullstelle mit x_1 . Die Steigung der Tangente im Punkt $(x_1 | 0)$ an den Graphen von f ist $f'(x_1)$. Weil der Steigungswinkel α mit $\tan(\alpha) = f'(x_1)$ zwischen 0 und 90° liegt, ist $\alpha = \arctan(f'(x_1))$.

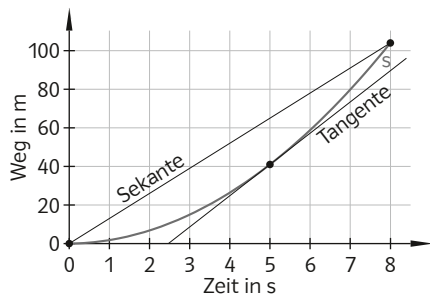
215 Gleichförmig: B, E; Beschleunigt: A, C; Verzögert: D, F

216 Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist $a = 1, b = -2, c = 3, d = -4$.
 Also ist f die Funktion mit $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$.

217 a. D b. C c. B d. A

218 a. 16,2m/s

b.



Man erkennt in der Zeichnung, dass die Steigung der Tangente an den Graphen von s im Punkt $(5 | s(5))$ größer ist, als die Steigung der Sekante durch die Punkte $(0 | s(0))$ und $(8 | s(8))$.

219 I) $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0,4$

II) $2a \cdot 0 + b = \tan(40^\circ)$

III) $2a \cdot 17 + b = 0$

2 Regressionsrechnung

2.1 Lineare Regression

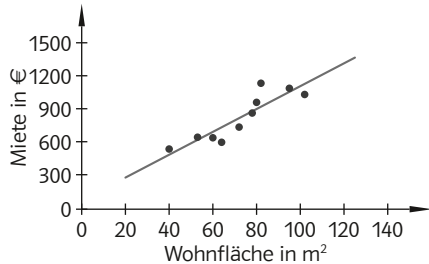
221 a. 1,44 b. 1,16



ggb/xls/tns
99d7as

223 a. m mit $m(x) = 10,161x + 77,815$ (Miete in Euro bei $x \text{ m}^2$ Wohnfläche)

b.



c. ca. 1297€

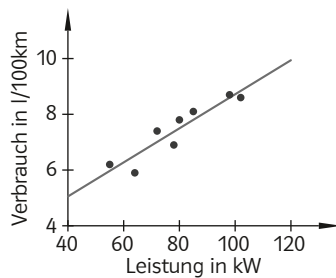
d. Pro zusätzlichem Quadratmeter Wohnfläche nimmt die Miete im Schnitt um 10,16€ zu.



ggb/xls/tns
5eq46j

224 a. v mit $v(x) = 0,0611x + 2,6081$ (Verbrauch in l/100 km bei $x \text{ kW}$ Leistung)

b.



c. ca. 9,3 l/100 km

d. Steigt die Leistung um 1 kW, so steigt der Benzinverbrauch um ca. 0,06 l pro 100 km.

225 a. B ($r = -1$ heißt, dass alle Punkte auf einer Geraden mit negativer Steigung liegen.)

b. D ($r = -0,73$ heißt, dass die Steigung negativ ist und die Punkte leicht verstreut liegen.)

c. A ($r = 1$ heißt, dass alle Punkte auf einer Geraden mit positiver Steigung liegen.)

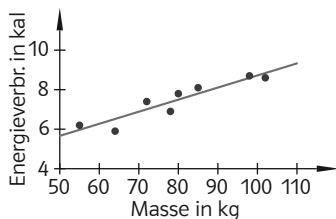
d. C ($r = 0,8$ heißt, dass die Steigung positiv ist und die Punkte leicht verstreut liegen.)

226 a. B b. C



ggb/xls/tns
6g493g

228 a. K mit $K(x) = 10,76x - 95,309$ (Kalorienverbrauch bei $x \text{ kg}$ Körpermasse)



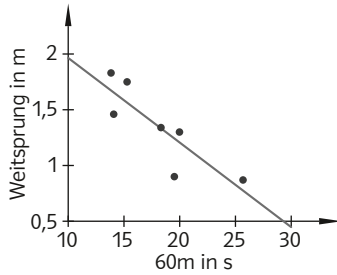
b. $r = 0,98$; Die Daten sind sehr stark positiv korreliert.

c. Die positive Steigung der Regressionsgeraden bedeutet, dass der Kalorienverbrauch mit der Körpermasse zunimmt.

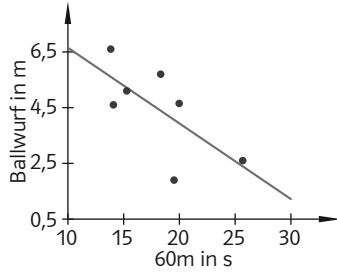


ggb/xls/tns 229
5g656f

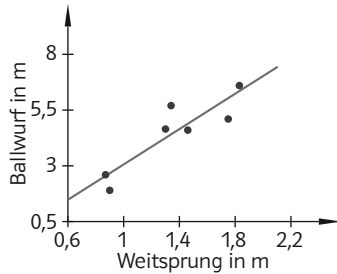
a. f mit $f(x) = -0,0759x + 2,723$; $r = 0,85$; Der Zusammenhang ist sehr stark.



b. f mit $f(x) = -0,2714x + 9,3632$; $r = 0,68$; Der Zusammenhang ist nicht stark.



c. f mit $f(x) = 3,936x - 0,9009$; $r = 0,89$; Der Zusammenhang ist sehr stark.



ggb/xls/tns 230
s6uk6r

a. U mit $U(x) = 1,0441x + 0,3348$

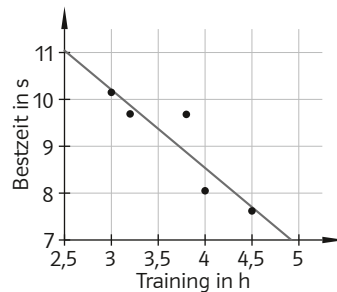
b. $r = 0,97$, das heißt, Werbung und Umsatz sind sehr stark positiv korreliert.

c. Pro 1000 € Werbeausgaben steigt der Umsatz um 104 410 €.



ggb/xls/tns 232
bg2g3f

a.



b. f mit $f(x) = -1,6696x + 15,2155$; $r = -0,90$

c. Würde Joe seine Trainingszeit auf 10 Stunden erhöhen, würde er nach dem Modell weniger als 0s für das Stapeln der Becher brauchen. Das Modell ist daher auf lange Sicht ungeeignet.

233 Siehe Schulbuch Seiten 202 und 203.

234 Siehe Schulbuch Seite 203.

235 Siehe Schulbuch Seite 203.

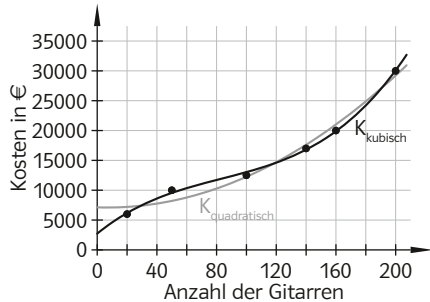
2.2 Weitere Regressionsmodelle



ggb/xls/tns
8ep68c

236

- K_q mit $K_q(x) = 0,59224x^2 - 8,00259x + 7127,15261$
- K_k mit $K_k(x) = 0,00669x^3 - 1,67024x^2 + 203,06302x + 2733,44$
- Die kubische Kostenfunktion scheint die Kosten besser wiederzugeben.



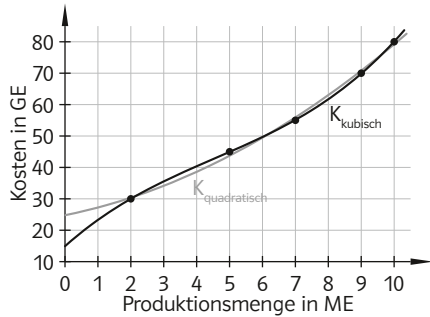
d. $K_q(250) = 42\,141,55\text{ €}$; $K_k(250) = 53\,677,89\text{ €}$



ggb/xls/tns
hk3gw2

237

- K_q mit $K_q(x) = 0,3316x^2 + 2,1279x + 24,7801$
- K_k mit $K_k(x) = 0,0771x^2 - 1,0538x^2 + 9,345x + 14,9183$
- Der Standardfehler der kubischen Kostenfunktion ist mit 0,0859 GE geringer als der Standardfehler der quadratischen Kostenfunktion mit 0,8815 GE. Daher ist die kubische Näherung genauer.



d. quadratische Regression: 98,06 GE; kubische Regression: 108,50 GE



ggb/xls/tns
9x87ej

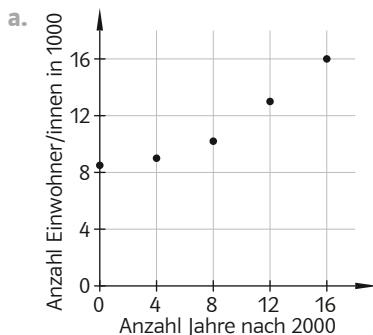
238

- N mit $N(p) = -0,0438p^2 + 5,7735p + 14\,226,9362$ (Nachfrage in Stück beim Preis p)
- ab 639,65 €



ggb/xls/tns
qr6a96

240



- f mit $f(t) = 7,9478 \cdot 1,0417^t$ (Anzahl der Einwohner/innen im Jahr 2000 + t)
- um 4,17%
- Der Zeitraum bis zum Jahr 2020 ist relativ kurz. $f(20) = 17,98$ würde bedeuten, dass im Jahr 2020 ca. 18 000 Einwohnerinnen und Einwohner in der Gemeinde leben. Sollten die Bedingungen gleich bleiben, kann diese Zahl als grobe Schätzung verwendet werden.



ggb/xls/tns 241
jc3c7m

a. f mit $f(t) = 1,4357 \cdot e^{0,0139t}$ (Bevölkerung in Mrd. im Jahr $1900 + t$) b. um 1,4% c. 2039



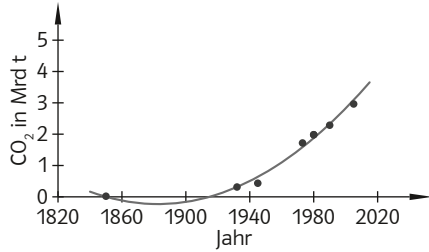
ggb/xls/tns 242
n37cp8

a. f mit $f(t) = 7,7437 \cdot 1,7222^t$ (Anzahl der Bakterien nach t Stunden)
b. um 72,22%
c. nach ca. 8,94 Stunden

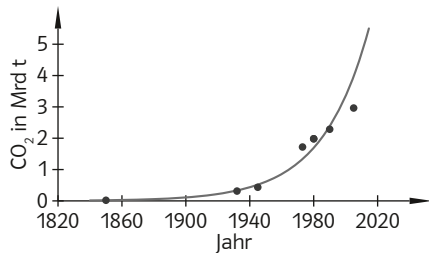


ggb/xls 243
bz6dz4

a. C mit $C(t) = 0,0022t^2 + 0,0750t - 1,6701$



b. C mit $C(t) = 1,0881 \cdot 1,0344^t$ bzw. $C(t) = 1,0881 \cdot e^{0,00338t}$



- c. Das quadratische Modell stimmt ab 1930 recht gut mit den gegebenen Werten überein, in dem Zeitraum davor allerdings überhaupt nicht. Das exponentielle Modell gibt den Verlauf des Diagramms insgesamt besser wieder, die Werte sind aber ab ca. dem Jahr 2000 zu hoch.
- d. Zum Beispiel im Jahr 2013 betrug der CO_2 -Ausstoß weltweit ca. 36 Mrd. Tonnen.
quadratisches Modell: 35,1 Mrd. Tonnen; exponentielles Modell: 49,7 Mrd. Tonnen
Das quadratische Modell liegt näher am tatsächlichen Wert.

244 –



ggb/xls 245
6ki28f

a. f mit $f(t) = 85,384 \cdot e^{-0,132t}$ (Schwefeldioxid-Konzentration in $\mu\text{g}/\text{m}^3$ im Jahr $1980 + t$)
b. um 12,37%



ggb/xls 246
v7gf85

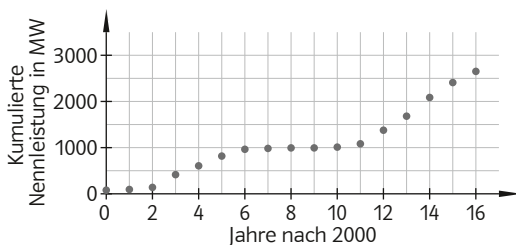
a. f mit $f(t) = 116,38 \cdot e^{-0,199t}$ (Schwefeldioxid-Konzentration in $\mu\text{g}/\text{m}^3$ im Jahr $1980 + t$)
b. um 18,05%

Im Zeitraum von 1980 bis 1990 ist der exponentielle Zusammenhang stärker als im Zeitraum von 1980 bis 2003. Nach 1990 wird die durchschnittliche jährliche prozentuelle Abnahme geringer.



ggb/xls/tns 247
6q4z84

a.



- b. Der annähernd s-förmige Verlauf des Punktdiagramms lässt am ehesten auf eine kubische Funktion schließen.

- c. Wählt man den Zeitpunkt $t = 0$ für das Jahr 2000, so beträgt die kumulierte Nennleistung nach t Jahren ungefähr $g(t) = 1,57t^3 - 31,57t^2 + 280,22t - 90,49$ MW. Berechnet man die Funktionswerte von g an den Stellen $0, 1, \dots, 16$, so erhält man nicht allzu große Abweichungen von den vorgegebenen Nennleistungen. Allerdings steigen die Funktionswerte von g dann sehr stark an (zum Beispiel ist $g(31) \approx 25\,029$) und es ist nicht anzunehmen, dass sich die kumulierte Nennleistung innerhalb von 15 Jahren fast verzehnfacht.

248 –

249 Siehe Schulbuch Seite 203.

250 Siehe Schulbuch Seite 203.

251 Siehe Schulbuch Seite 203.

Zusammenfassende Aufgaben

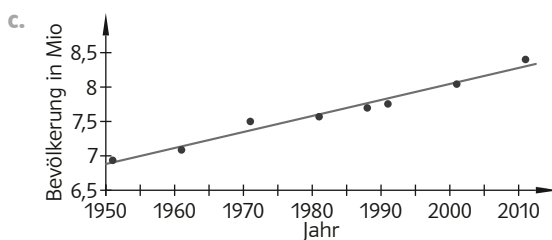
252 A D C B



ggb/xls/tns
5dx86h

253

- a. b mit $b(x) = 23,281x - 38\,518$ (Bevölkerung in Tausend im Jahr x)
 b. Ja, der Zusammenhang ist sehr stark, der Korrelationskoeffizient ist $0,99$.



- d. $b(2030) = 8744$. Diese Prognose erscheint realistisch. Eine Prognose ist aber sehr schwierig, da zukünftige Entwicklungen nicht sicher eingeschätzt werden können.



ggb/xls/tns
2k5e3c

254

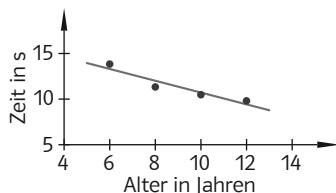
- a. f mit $f(x) = 1,1x + 5,7$
 b. $r = 0,82$
 c. $r > 0,8$; Die Anzahl der Versuche und die Anzahl der Wörter sind sehr stark positiv korreliert. Bei jedem Versuch kann sich Herr Birner um ca. ein Wort mehr merken als zuvor.



ggb/xls/tns
y5a2yz

255

- a. f mit $f(x) = -0,647x + 17,188$



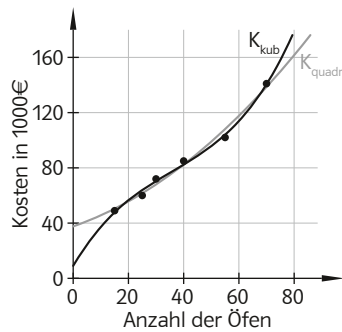
- b. Es ist nicht sehr sinnvoll Voraussagen zu treffen, da mit steigendem Alter die Leistungen nicht immer besser werden.



ggb/xls/tns 256
z9xu3m

- a. K_q mit $K_q(x) = 0,0108x^2 + 0,6896x + 37,6223$
 b. K_k mit $K_k(x) = 0,0006x^3 - 0,0618x^2 + 3,3804x + 9,067$

c.



Die kubische Funktion gibt die gegebenen Daten ein bisschen besser wieder.

- d. $K_q(50) = 99,1023 \Rightarrow 99102,30 \text{ €}$
 $K_k(50) = 98,587 \Rightarrow 98587 \text{ €}$

Was habe ich in diesem Semester gelernt? – 7. Semester

Die Lösungen zu den Aufgaben 257–282 befinden sich im Schulbuch auf den Seiten 203–205.

3 Kosten- und Preistheorie

3.1 Kostentheorie

283 a. 12800 GE

b. 25 ME

c. 37 ME

284 a. 4000 €/Stück

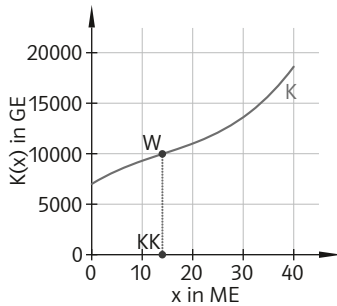
b. 5 €/kg

c. 60 €/Stück

d. 20 €/kg

e. 25 €/Stück

285 14 ME



286 a. ertragsgesetzlich

c. linear

e. linear

g. progressiv

b. degressiv

d. progressiv

f. degressiv

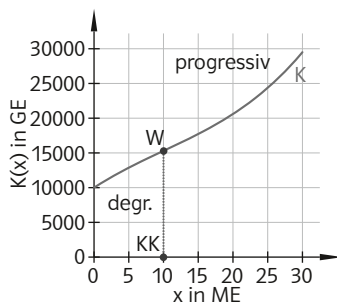
h. ertragsgesetzlich

287 –

288 a. $K'(x) = 1,8x^2 - 36x + 650$. Die quadratische Funktion K' hat keine Nullstelle, daher gibt es auch keine lokalen Extremwerte.

b. 10 ME

c.



290 ■ K' hat keine Nullstellen, daher hat K keine Extremwerte.

■ $K'(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$, also ist K auf ganz \mathbb{R} streng monoton wachsend.

■ $K(0) = 1500 > 0$.

■ K hat eine positive Wendestelle $x = 21,67$.

Daher erfüllt K alle Bedingungen einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion.

291 ■ K' hat keine Nullstellen, daher hat K keine Extremwerte.

■ $K'(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$, also ist K auf ganz \mathbb{R} streng monoton wachsend.

■ $K(0) = 1000 > 0$.

■ K hat eine positive Wendestelle $x = 16,67$.

Daher erfüllt K alle Bedingungen einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion.

292 a. K hat keine Wendestelle.

b. K hat eine Extremstelle, ist auf $(-\infty; 8)$ monoton fallend und hat keine Wendestelle.

c. Die Wendestelle ist negativ.

d. Die Wendestelle ist negativ.

293 **A**, **C**, **D**

- A** kann keine ertragsgesetzliche Kostenfunktion sein, da der Funktionsgraph einen Hoch- und einen Tiefpunkt hat.
- C** kann keine ertragsgesetzliche Kostenfunktion sein, da $K(0) < 0$ ist.
- D** kann keine ertragsgesetzliche Kostenfunktion sein, da der Funktionsgraph zuerst progressiv und dann degressiv wächst.

294 –



ggb/xls/tns
s32ij3

295

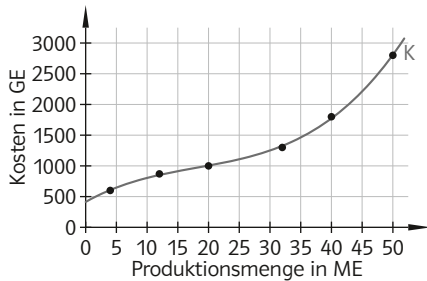
- a. K mit $K(x) = 0,047x^3 - 5,857x^2 + 700,762x + 2868$
K hat keine Extremstellen, ist streng monoton wachsend, $K(0) > 0$ und die Wendestelle ist positiv.
- b. 33 980,52 €



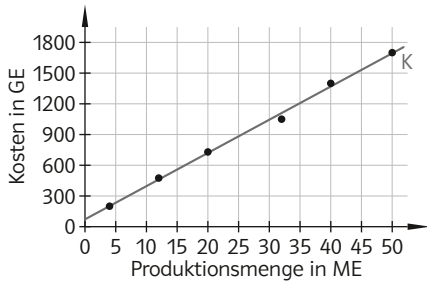
ggb/xls/tns
6xz2ur

296

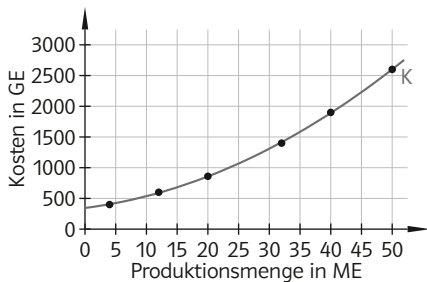
- a. ertragsgesetzlich; K mit $K(x) = 0,04x^3 - 2,12x^2 + 56,4x + 413,18$



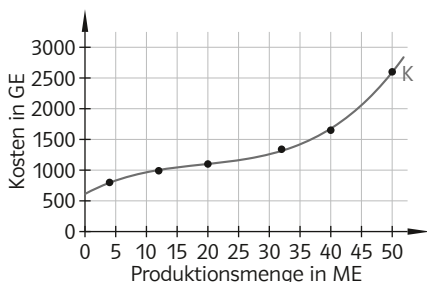
- b. linear; K mit $K(x) = 32,44x + 71,56$



- c. progressiv; K mit $K(x) = 0,65x^2 + 12,68x + 344,63$

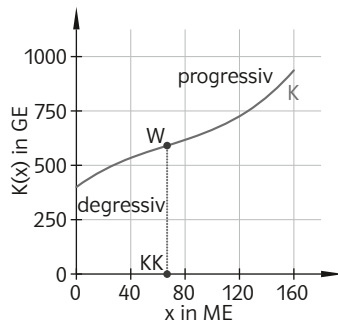


- d. ertragsgesetzlich; K mit $K(x) = 0,04x^3 - 2,28x^2 + 54,08x + 612,06$

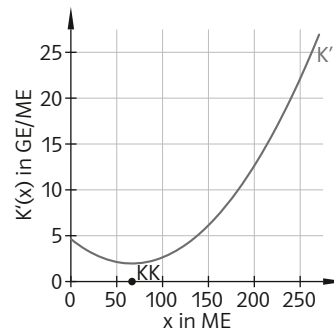


- 298 a. 81,35 GE b. 86,25 GE c. Die Kosten wachsen degressiv, da $K''(15) = -10,5 < 0$ ist.
- 299 a. progressiv b. linear c. degressiv d. ertragsgesetzlich
- 300 a. ertragsgesetzlich, F b. progressiv, A c. degressiv, G d. linear, B
- 301 Vor der Kostenkehre wachsen die Kosten degressiv, also werden die Grenzkosten immer kleiner. Nach der Kostenkehre wachsen die Kosten progressiv, also werden die Grenzkosten immer größer. Folglich müssen in der Kostenkehre die Grenzkosten minimal sein.
- 302 In der Kostenkehre sind die Grenzkosten minimal. Da nur K'_B ein lokales Minimum besitzt, hat nur die Kostenfunktion von Betrieb B eine Kostenkehre. Sie liegt bei 8 ME.
- 303 a. degressiv auf $(0; 10)$, progressiv auf $[10; \infty)$
 b. degressiv auf $(0; 33,33)$, progressiv auf $[33,33; \infty)$

304 a./b./d.



c. K' mit $K'(x) = 0,0006x^2 - 0,08x + 4,6333$

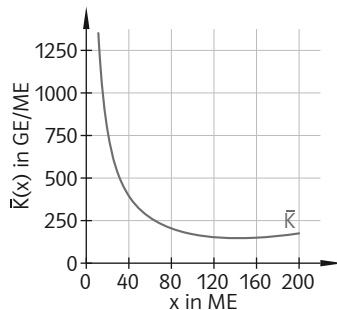


d. 66,67 ME

306 a. \bar{K} mit $\bar{K}(x) = 0,04x^2 - 2,4x + 71 + 490x^{-1}$; $x_{BO} = 35$ ME b. 50 GE/ME c. 50 GE/ME



307 a. \bar{K} mit $\bar{K}(x) = 0,005x^2 - 0,7x + 40 + \frac{15000}{x}$



b. Die minimalen Durchschnittskosten von 147,04 GE/ME entstehen bei einer Produktion von 143,17 ME. Das Betriebsoptimum liegt bei einer Produktion von 143,17 ME.

308 a. 10 ME b. 30 ME c. 137 GE/ME d. 137 GE/ME e. 265 GE/ME f. 41 GE/ME

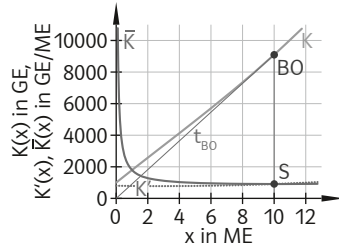
309 a. bei 160 Stück b. 646 €/Stück



310 –



311 a./d.



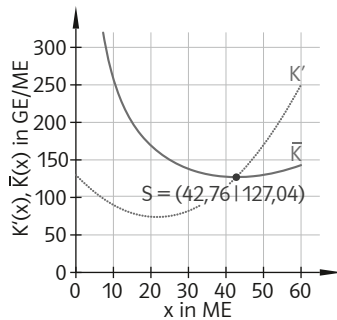
- b. (10 | 910)
- c. 10 ME, 910 GE/ME
- d. $y = 910x$
- e. $k = 910$, im Ursprung
- f. Das Betriebsoptimum entspricht der ersten Koordinate des Schnittpunkts von K' und \bar{K} . Die Durchschnittskosten im Betriebsoptimum entsprechen der zweiten Koordinate des Schnittpunkts von K' und \bar{K} . Die Steigung der Tangente an K im Betriebsoptimum entspricht den minimalen Durchschnittskosten. Die Tangente an K im Betriebsoptimum geht durch den Koordinatenursprung.

- 312
- a. $x_{BO} = 40 \text{ ME}; \bar{K}_{\min} = 75 \text{ GE/ME}$
 - b. $x_{BO} = 60 \text{ ME}; \bar{K}_{\min} = 83,33 \text{ GE/ME}$
 - c. $x_{BO} = 50 \text{ ME}; \bar{K}_{\min} = 100 \text{ GE/ME}$
 - d. $x_{BO} = 75 \text{ ME}; \bar{K}_{\min} = 13,33 \text{ GE/ME}$
 - e. $x_{BO} = 200 \text{ ME}; \bar{K}_{\min} = 100 \text{ GE/ME}$
 - f. $x_{BO} = 35 \text{ ME}; \bar{K}_{\min} = 71,4 \text{ GE/ME}$

- 313
- a. K' mit $K'(x) = 0,12x^2 - 4,08x + 47$; \bar{K} mit $\bar{K}(x) = 0,04x^2 - 2,04x + 47 + 931x^{-1}$
 - b. 35 ME
 - c. 35 ME



314 a.



- b. 42,756 ME
- c. 127,04 GE/ME



315

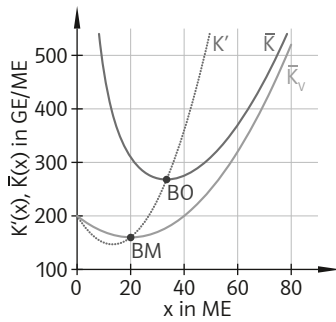
Siehe Mathematik anwenden HUM-Online.

Der Graph von K' ist von den Fixkosten unabhängig, der Graph von \bar{K} nicht. Je höher die Fixkosten sind, desto weiter nach rechts verschiebt sich der Schnittpunkt der beiden Graphen. Daher ist das Betriebsoptimum umso höher, je höher die Fixkosten sind.

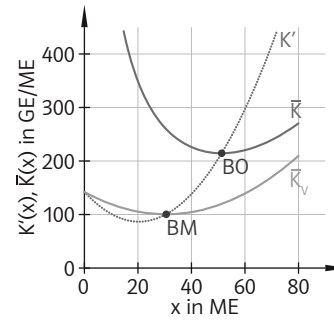
- 317 a. 20 ME b. 10 ME

 **ggb** 318
aa89pd

a. $x_{BM} = 20 \text{ ME}$, $x_{BO} = 33,43 \text{ ME}$



b. $x_{BM} = 30,56 \text{ ME}$, $x_{BO} = 51,27 \text{ ME}$



319 a. 31,57ME b. 9ME

320 $K'_v = [K - K(0)]' = K' - 0 = K'$

Beachte dabei, dass $K(0)$ eine Zahl (Fixkosten) ist, und die Ableitung einer Zahl stets 0 ist.

321 a. Die Steigung der Tangente von K_v an der Stelle x ist die Ableitung $K'_v(x)$ von K_v an der Stelle x .

Wenn diese Tangente den Punkt $(0|0)$ enthält, dann ist die Steigung auch gleich $\frac{K_v(x)}{x}$. Für eine

solche Stelle x gilt daher: $\frac{K_v(x)}{x} = K'_v(x)$, also auch $K_v(x) - x \cdot K'_v(x) = 0$. Da die Ableitung der variablen Durchschnittskostenfunktion nach der Quotientenregel gleich $\frac{K_v(x) - x \cdot K'_v(x)}{x^2}$ ist, ist x das Betriebsminimum, wenn $K_v(x) - x \cdot K'_v(x) = 0$ ist. Das bedeutet aber, dass die Tangente von K_v an dieser Stelle den Punkt $(0|0)$ enthält.

b. Man denkt sich eine Parallele zur ersten Koordinatenachse, die durch den Schnittpunkt von K mit der zweiten Koordinatenachse verläuft. Jetzt hat man geometrisch die gleiche Situation wie in Aufgabe a., wobei die Parallele zur ersten Koordinatenachse die Rolle der ersten Koordinatenachse übernimmt und der Graph von K die Rolle von K_v .

 **ggb** 322
aa2gb3

Siehe Mathematik anwenden HUM-Online. $x_{BM} \approx 37,46 \text{ ME}$

323 a. 45ME b. 25ME

324 a. 45ME b. 20ME

 **ggb** 326
2y9x8g

K mit $K(x) = 0,015x^2 + 12x + 2000$

 **ggb** 327
4q5v9u

K mit $K(x) = 0,15x^2 + 25x + 54000$

 **ggb** 328
jd9v2g


K mit $K(x) = 0,02x^2 + 120x + 12800$

 **ggb** 330
x85iu3


K mit $K(x) = 10x^2 + 26x + 90$

 **ggb** 331
g6id8h


K mit $K(x) = 0,02x^2 + 44x + 5000$

 **ggb** 333
6558jb


K mit $K(x) = 0,01x^3 - 0,9x^2 + 130x + 5780$

 **ggb** 334
w2q9k9

K mit $K(x) = 0,005x^3 - 0,75x^2 + 54x + 1805$

 **ggb** 335
2fh64u

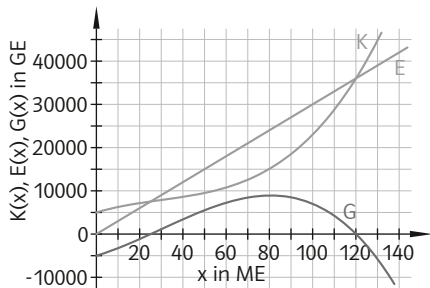
K mit $K(x) = 0,02x^3 - 0,6x^2 + 120x + 12000$

 **ggb** 336
7a5ab8

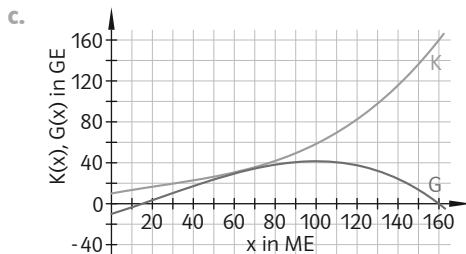
K mit $K(x) = 0,4x^3 - 132x^2 + 23000x + 67000$

- 355 a. 3960 € c. 55,12t; 1578,79 €
 b. 29,41t bis 75,57t d. lPU: 155 €/t bei 50t; kPU: 83 €/t bei 30t
- 356 a. 17,24ME bis 72,7ME b. 50 ME c. 275GE/ME
- 357 I. a. Break-Even-Point: 109,12 ME; Gewinngrenze: 621,61 ME
 b. 60 000 GE
 c. lPU: 330 GE/ME bei 300 ME; kPU: 170 GE/ME bei 100 ME
- II. a. Break-Even-Point: 112,52 ME; Gewinngrenze: 439,98 ME
 b. 7250 GE
 c. lPU = 133,75 GE/ME bei 250 ME; kPU = 103,75 GE/ME bei 150 ME
- III. a. Break-Even-Point: 73,81 ME; Gewinngrenze: 371,91 ME
 b. 17000 GE
 c. lPU: 65 GE/ME bei 200 ME; kPU: 20 GE/ME bei 150 ME
- IV. a. Break-Even-Point: 37,58 ME; Gewinngrenze: 199,29 ME
 b. 1773 GE
 c. lPU: 33 GE/ME bei 100 ME; kPU: 18,98 GE/ME bei 45 ME

- 359 a. 300 GE/ME
 b. Break-Even-Point: 25 ME; Gewinngrenze: 120 ME
 c. 80 ME; 9000 €
 d.



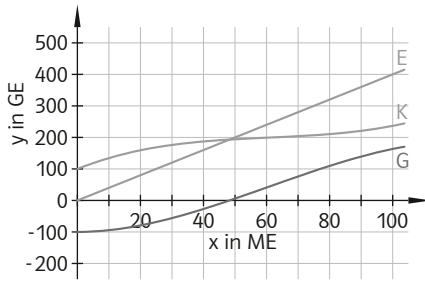
- 360 a.
-
- b. Break-Even-Point: 15 Stück; Gewinngrenze: 160 Stück



maximaler Gewinn: ca. 41 000 €

361 a. ertragsgesetzlich bzw. kubisch

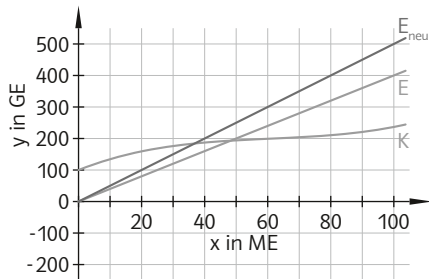
b.



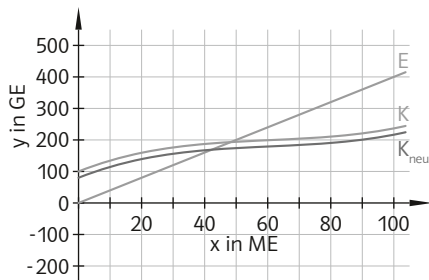
c. 47 ME

d. 160 GE

e. Break-Even-Point: ca. 37ME; Gewinn: 260 GE



f. Break-Even-Point: ca. 42 ME; Gewinn: 180 GE



362 a. 900 GE/ME; 200 ME

b. 50 GE/ME; 200 ME

c. 300 GE/ME; 210 ME

363 a. p_N mit $p_N(x) = -0,045x + 90$

b. p_N mit $p_N(x) = -0,3125x + 250$

c. p_N mit $p_N(x) = -0,3x + 45$

364 **D**

366 a. 200 GE/ME bei 50 ME

c. 181,7 GE/ME bei 35,73 ME

b. 340 GE/ME bei 40 ME

d. 267,89 GE/ME bei 29,47 ME

367 a. Nachfrageüberschuss

b. 8 GE/ME bei einem Angebot von 80 ME

368 a. Sättigungsmenge: 40 ME; Höchstpreis: 60 GE/ME

b. 30 GE/ME

c. Nachfrageüberschuss

d. Angebotsüberschuss

369 a. Höchstpreis: 280 €/t; Sättigungsmenge 50 t

c. 20,79 t

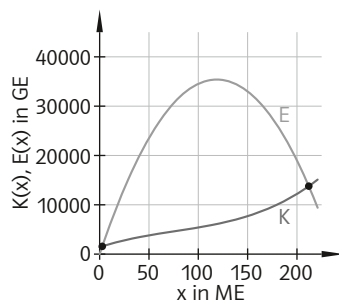
b. 33,93 t

d. 23,84 t zu 146,51 €/t

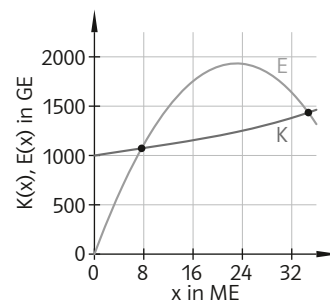
371 -1,5; Da $|-1,5| > 1$ ist, handelt es sich um eine elastische Nachfrage.

372 -0,4; Da $|-0,4| < 1$ ist, handelt es sich um eine unelastische Nachfrage.

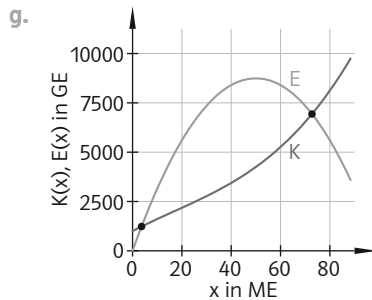
- 374** a. $\varepsilon = -1,5$, elastische Nachfrage, der Erlös steigt um 100 €
 b. Die Nachfrage sinkt um 1,5%.
- 375** a. $\varepsilon = -1$, fließender Absatz, der Erlös sinkt um 3 000 €
 b. Die Nachfrage sinkt um 10%.
- 376** 540 Stück
- 377** $\varepsilon = -1,56$, elastische Nachfrage, der Erlös wächst von 630 € auf 660 €
- 378** $\varepsilon = -\frac{1}{3}$; Die Nachfrage ist unelastisch. Eine Preissenkung wirkt sich wenig auf die Nachfrage aus.
- 379** –
- 381** a. $-0,125$ b. -2
- 382** a. 150 €/Stück
 b. 500 Stück
 c. Höchstpreis: 350 GE/ME, Sättigungsmenge: 700 ME
 d. $\varepsilon(280) = -1,5 \Rightarrow$ elastische Nachfrage, $\varepsilon(350) = -1 \Rightarrow$ Übergang zwischen elastischer und unelastischer Nachfrage, $\varepsilon(420) = -0,67 \Rightarrow$ unelastische Nachfrage
 e. $-0,522$
 f. maximaler Erlös: 61250 GE bei 350 ME zu 175 GE/ME
- 383** Wir leiten E mittels der Produktregel ab und erhalten
 $E'(x) = p'_N(x) \cdot x + p_N(x) \cdot 1 = p'_N(x) + p_N(x) \cdot x$.
 Diese Summe ist nach dem Hinweis in der Aufgabe 0, also ist $E'(x) = 0$ und x ist eine lokale Extremstelle der Erlösfunktion.
- 385** a. 70 ME; 630 GE/ME; 44 100 GE
 b. 4,69 ME und 119,67 ME
 c. (67,55 ME | 652,05 GE/ME); 30 007,37 GE
- 386** a. 13,29 ME bis 114,80 ME
 b. (74,63 ME | 8,18 GE/ME); 315,33 GE
- 387** a. mindestens 10 und maximal 174 Wohnwägen b. 108 Wohnwägen; 558 363,20 €
- 388** I. a. 76,67 ME
 b. 201,34 ME; 123,99 GE/ME
 c. 119 ME; 297,5 GE/ME; 35 402,5 GE
 d. 30,05 ME – 188,13 ME
 e. (111,41 ME | 316,48 GE/ME); 16 849,34 GE
 f. $-1,14 > 1$; elastisch
 g.



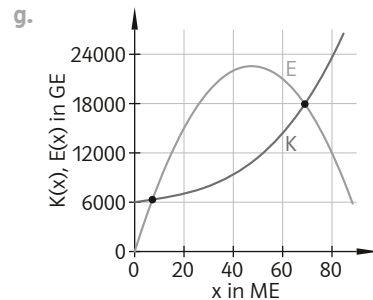
- III. a. 0,67 ME
 b. 21,88 ME; 77,45 GE/ME
 c. 23,01 ME; 84,01 GE/ME; 1933,15 GE
 d. 7,88 ME – 24,54 ME
 e. (16,50 ME | 107,78 GE/ME); 415,91 GE
 f. $1,79 > 1$; elastisch
 g.



- II. a. 16,67 ME
 b. 47,32 ME; 84,86 GE/ME
 c. 50 ME; 175 GE/ME; 8750 GE
 d. 3,66 ME – 72,76 ME
 e. (39,64 ME | 211,26 GE/ME); 4 960,54 GE/ME;
 f. $-1,52 > 1$; elastisch



- IV. a. 2,22 ME
 b. 47,55 ME; 228,53 GE/ME
 c. 47,5 ME; 475 GE/ME; 22 562,5 GE
 d. 7,20 ME – 69,00 ME
 e. (39,18 ME | 558,2 GE/ME); 12 649,05 GE
 f. $1,42 > 1$; elastisch



- 389 a. K mit $K(x) = 0,3x + 70$
 b. p_N mit $p_N(x) = -\frac{1}{220}x + \frac{27}{11}$
 c. Den maximalen Gewinn von 185,31 € erzielt man bei einem Preis von 1,38 € und einer Produktion von 237 Stück.

- 390 a. 22,51 €/l b. 1,88 €/Kugel



- 391 a. Höchstpreis: 1492 GE/ME; Sättigungsmenge: 559,5 ME
 b. Den maximalen Erlös von 3 866,73 GE erzielt man bei einer Produktion von 38,08 ME und einem Verkaufspreis von 101,54 GE/ME.
 c. (14,67 ME | 246,67 GE/ME), maximaler Gewinn: 1167,07 GE



- 392 a. K mit $K(x) = 0,3561x^2 + 10x + 280$
 b. 2880 GE
 c. Betriebsoptimum: 28,04 ME, langfristige Preisuntergrenze: 29,97 GE/ME bei 28,04 ME
 d. (30 ME | 90,9 GE/ME)

393 Siehe Schulbuch Seite 205.

394 Siehe Schulbuch Seite 205.

395 Siehe Schulbuch Seite 205.

396 Siehe Schulbuch Seite 206.

397 Siehe Schulbuch Seite 206.

398 Siehe Schulbuch Seite 206.

399 Siehe Schulbuch Seite 206.

Zusammenfassende Aufgaben

400 Gewinnbereich: zwischen 9,05 und 91,07 ME, Cournotscher Punkt: (51,63 | 586,98)

- 401 a. 30 ME
 b. $DK(30) = 304,67 \text{ GE/ME}$; $K'(30) = 103 \text{ GE/ME}$
 c. 85 ME
 d. je 193,75 GE/ME

- 402** a. f: Preisfunktion der Nachfrage; g: Preisfunktion des Angebots; 256 GE/ME bei 24 ME
 b. f: Preisfunktion des Angebots; g: Preisfunktion der Nachfrage; 161,81 GE/ME bei 9,57 ME

403 p mit $p(x) = -0,04x + 420$

- 404** a. D b. A



405 K mit $K(x) = 0,002x^3 - 0,6x^2 + 65x + 8000$

- 406** a. Höchstpreis: 12 €; Sättigungsmenge: 160 Eisbecher c. $\varepsilon = -3$; elastische Nachfrage
 b. p_N mit $p_N(x) = -0,075x + 12$ d. 480 €



407 K mit $K(x) = 0,1x^2 + 180x + 9000$

4 Integralrechnung

4.1 Das unbestimmte Integral

409 Es ist $F'(x) = 15x^2 + 8x - 3 = f(x)$ und $G'(x) = 15x^2 - 8x - 7 \neq f(x)$. Daher ist F eine Stammfunktion von f und G nicht.

410 Es ist $F'(x) = 6x + 4$ und auch $G'(x) = 6x + 4$.

411 **B**, **D**

412 a. C b. B

413 a. zum Beispiel: $F(x) = 2x^3 + 3x$; $F(x) = 2x^3 + 3x + 1$; $F(x) = 2x^3 + 3x + 2$

b. zum Beispiel: $F(x) = -4x^2 + 7x$; $F(x) = -4x^2 + 7x + 5$; $F(x) = -4x^2 + 7x - 4$

c. zum Beispiel: $F(x) = 4x^4 - 6x^2$; $F(x) = 4x^4 - 6x^2 - 5$; $F(x) = 4x^4 - 6x^2 + 7$

d. zum Beispiel: $F(x) = 2x^4 + 3x^3 - x^2 + 7x$; $F(x) = 2x^4 + 3x^3 - x^2 + 7x + 4$; $F(x) = 2x^4 + 3x^3 - x^2 + 7x - 4$

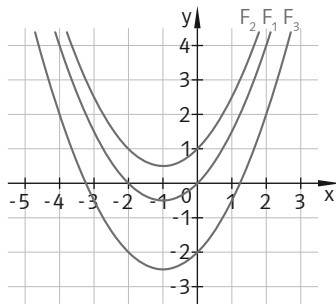
414 a. zum Beispiel: $F(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 3x$; $F(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 3x + 2$; $F(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 3x - 1$

b. zum Beispiel: $F(x) = 2x^5 - 3x^3 + \frac{x^2}{2}$; $F(x) = 2x^5 - 3x^3 + \frac{x^2}{2} + 1$; $F(x) = 2x^5 - 3x^3 + \frac{x^2}{2} - 5$

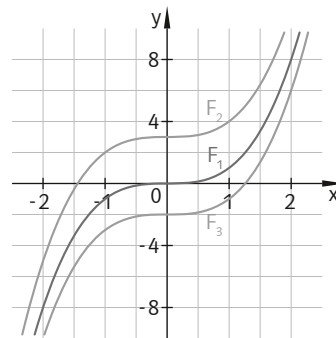
c. zum Beispiel: $F(x) = x$; $F(x) = x + 6$; $F(x) = x - 9$

d. zum Beispiel: $F(x) = 1$; $F(x) = 3$; $F(x) = -5$

415 zum Beispiel: F_1 mit $F_1(x) = \frac{x^2}{2} + x$; F_2 mit $F_2(x) = \frac{x^2}{2} + x + 1$; F_3 mit $F_3(x) = \frac{x^2}{2} + x - 2$



416 zum Beispiel: F_1 mit $F_1(x) = x^3$; F_2 mit $F_2(x) = x^3 + 3$; F_3 mit $F_3(x) = x^3 - 2$



417 a. C b. A c. B d. D

419 a. $x^3 - 4x^2 + 3x + c$ c. $1,5x^4 - 3x^3 + 2,5x^2 - 2x + c$ e. $\frac{t^5}{5} + \frac{8}{3t^3} - \frac{t^2}{2} + 7t + c$

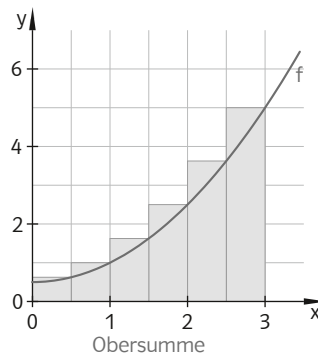
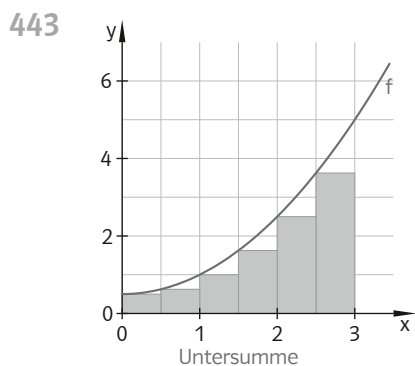
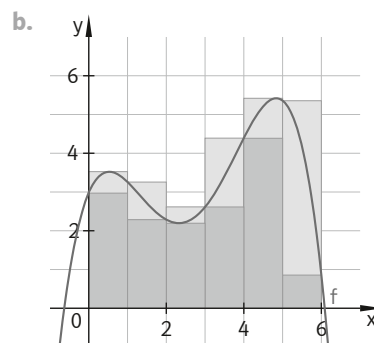
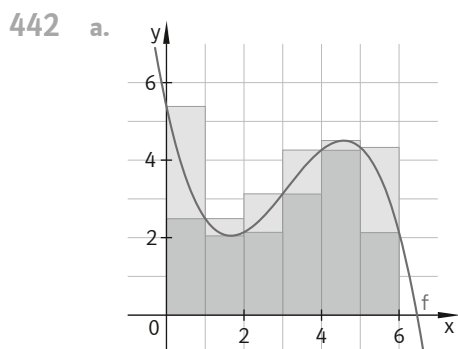
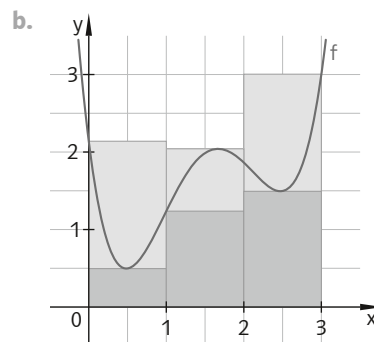
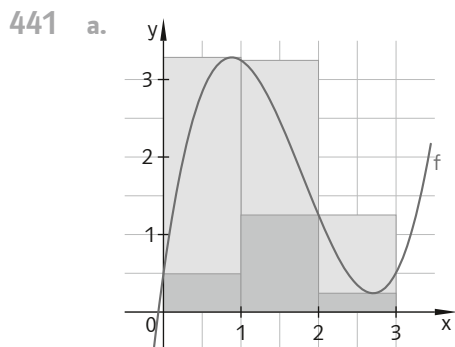
b. $2x^3 + 2,5x^2 - 2x + c$ d. $-2t^4 + 2t^3 - 2t^2 + t + c$ f. $\frac{3}{5}z^5 + \frac{z^4}{4} - \frac{7}{3}z^3 + \frac{z^2}{2} + c$

421 a. F mit $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$ b. F mit $F(x) = 5x + 1$ c. F mit $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{10}{9}$ d. F mit $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + 1$

422 F mit $F(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$

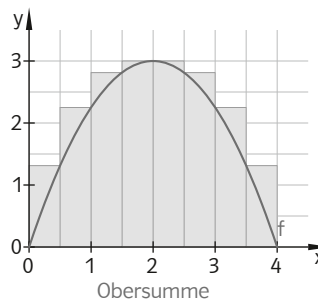
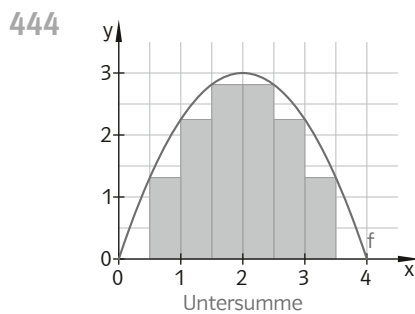
- 423** a. F mit $F(x) = 3x + 2$ c. F mit $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{29}{12}$ e. F mit $F(x) = \frac{7}{3}x^3 + x^2 + \frac{1}{2}x + 5$
 b. F mit $F(x) = x^2 + 3$ d. F mit $F(x) = \frac{1}{9}x^3 + x^2 - \frac{359}{9}$ f. F mit $F(x) = \frac{1}{16}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{25}{3}$
- 424** a. A b. B
- 426** a. $-x^{-1} + c$ c. $-\frac{1}{x} + c$ e. $-\frac{2}{x^4} + c$ g. $\frac{1}{5}\ln(x) + c$
 b. $-2x^{-2} + c$ d. $-\frac{1}{6x^6} + c$ f. $3\ln(t) + c$ h. $\frac{1}{3x^2} + c$
- 427** a. A b. D
- 428** a. $-\frac{1}{2x^2} - \frac{3}{x} + 4x + c$ b. $-\frac{2}{x^5} + \frac{1}{x^4} + 2\ln(x) + c$ c. $\frac{1}{6x^4} - \frac{2}{5x^2} - \frac{1}{3}\ln(x) + c$
- 429** a. $\frac{3}{4} \cdot x^{\frac{4}{3}} + c$ c. $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^3} + c$ e. $\frac{4}{7} \cdot \sqrt[4]{z^7} + c$ g. $\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{x^2} + c$
 b. $\frac{5}{2} \cdot x^{\frac{8}{5}} + c$ d. $\frac{4}{5} \cdot \sqrt[4]{z^5} + c$ f. $2 \cdot t^{\frac{1}{2}} + c$ h. $4 \cdot \sqrt[4]{x} + c$
- 431** a. $\frac{1}{\ln(3)} \cdot 3^x + c$ c. $\frac{1}{2} \cdot e^{2z} + c$ e. $-\frac{1}{3} \cdot e^{-3t} + c$ g. $-4 \cdot e^{-\frac{x}{4}} + c$
 b. $\frac{1}{\ln(10)} \cdot 10^t + c$ d. $\frac{1}{5} \cdot e^{5z} + c$ f. $2 \cdot e^{\frac{t}{2}} + c$ h. $\frac{1}{\ln(5)} \cdot e^{\ln(5) \cdot x} + c$
- 432** F mit $F(t) = \frac{1}{\ln(3)} \cdot 3^t + 5 - \frac{3}{\ln(3)} \approx 0,9102 \cdot 3^t + 2,2693$
- 433** a. $F(x) = \frac{1}{\ln(2)} \cdot 2^x + 5 - \frac{1}{\ln(2)} \approx \frac{1}{\ln(2)} \cdot 2^x + 3,5573$
 b. $F(x) = \frac{1}{\ln(3)} \cdot 3^x + 1,2693 \approx \frac{1}{\ln(3)} \cdot 3^x + 4 - \frac{3}{\ln(3)}$
 c. $F(x) = \frac{1}{\ln(4)} \cdot 4^x + 10 - \frac{16}{\ln(4)} \approx \frac{1}{\ln(4)} \cdot 4^x - 1,5416$
 d. $F(x) = \frac{1}{\ln(10)} \cdot 10^t + 100 - \frac{10\,000}{\ln(10)} \approx \frac{1}{\ln(10)} \cdot 10^t - 4242,9448$
- 434** F mit $F(t) = \frac{1}{2}e^{3t} + \frac{11}{3}$
- 435** a. $F(x) = e^x - 1$ c. $0,5 \cdot e^{2x} + 1 - 0,5 \cdot e^2 \approx 0,5 \cdot e^{2x} - 2,6945$
 b. $F(x) = -e^{-x} + 3$ d. $-\frac{1}{3}e^{-3x} + 20 + \frac{1}{3}e^{-3} \approx -\frac{1}{3}e^{-3x} + 20,0166$
- 436** Siehe Schulbuch Seite 206.
- 437** Siehe Schulbuch Seite 206.
- 438** Siehe Schulbuch Seite 206.
- 439** Siehe Schulbuch Seite 206.
- 440** Siehe Schulbuch Seite 206.

4.2 Das bestimmte Integral



$$U_6 = 4,94$$

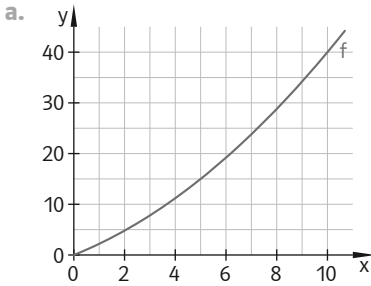
$$O_6 = 7,19$$



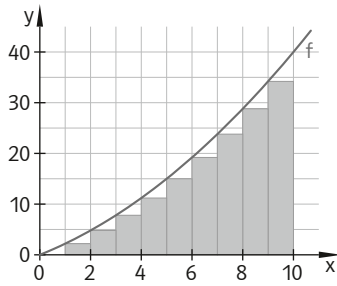
$$U_8 = 6,38$$

$$O_8 = 9,37$$

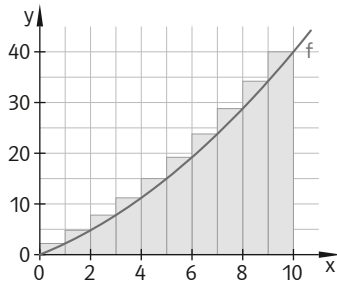
ggb 445
48y87c



b. $U_{10} = 147$

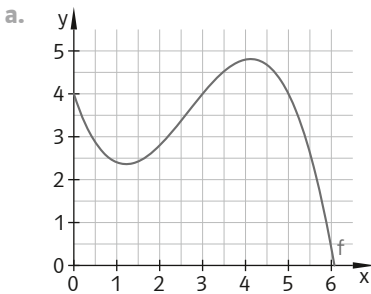


c. $O_{10} = 187$

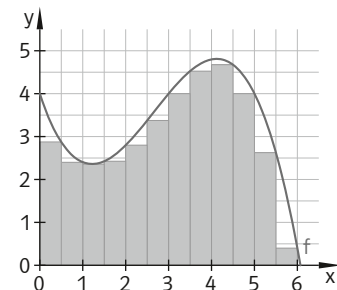


d. Der Flächeninhalt zwischen dem Graphen von f und dem Intervall $[0; 10]$ beträgt zwischen 147 und 187 Flächeneinheiten.

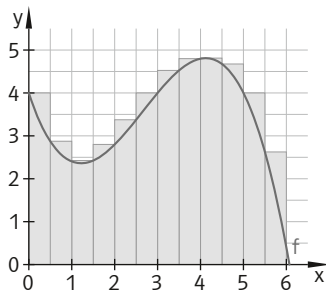
ggb 446
y8n74h



b. $U_{12} = 18,23$



c. $O_{12} = 22,46$

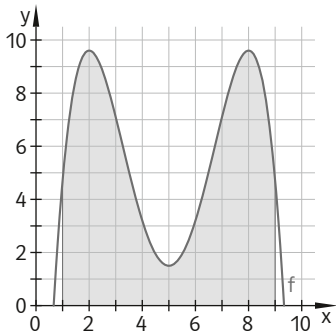


d. Der Flächeninhalt zwischen dem Graphen von f und dem Intervall $[0; 6]$ beträgt zwischen 18,23 und 22,46 Flächeneinheiten.

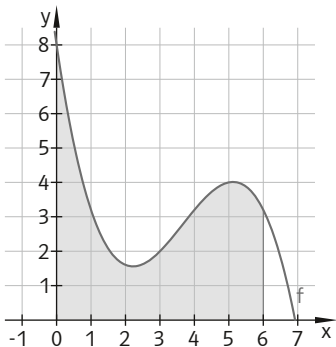
448 a. 46 b. 1316 c. 156 d. 34107,6

449 a. 2,3 b. 0,5 c. 2,52 d. 18 e. 0,04

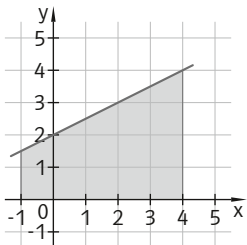
451 47,84



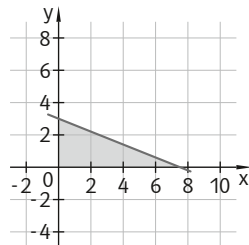
452 19,2



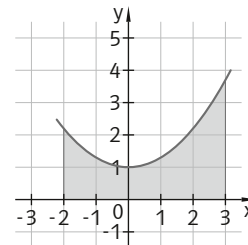
453 a. 13,75



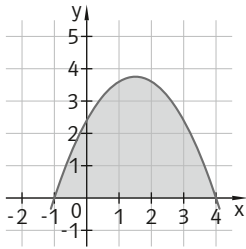
b. 11,25



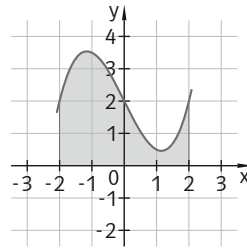
c. 8,5



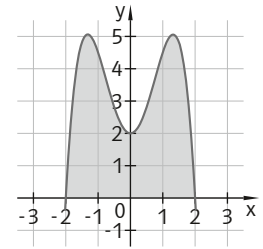
d. 12,5



e. 8



f. 13,87



454 a. $\int_1^4 a(t) dt = 9,75$

b. $\int_{-3}^1 b(t) dt = 14$

c. $\int_{-2}^3 c(t) dt = 7,917$

d. $\int_{-1}^2 d(t) dt = 8,25$

455 a. 5,89 m

b. 27,3 m²

c. 23478 m³

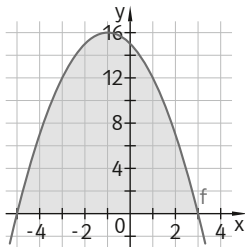
456 a. 3,56 m

b. 3,21 m

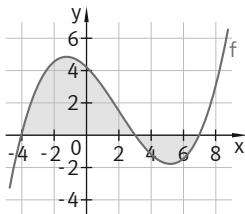
c. 12 m²

d. 9600 m³

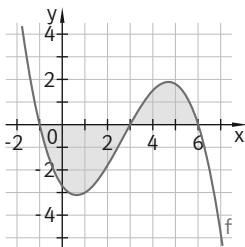
458 a. 85,33



b. 26,2375



c. 11,7125



459 a. 8

b. 49,33

c. 11,83

460 a. positiv

b. negativ

c. negativ

d. positiv

e. positiv

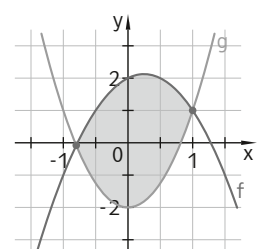
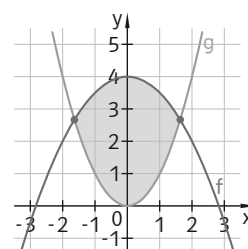
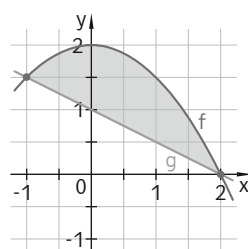
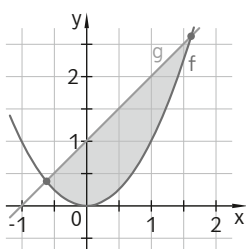
f. negativ

462 a. 1,86

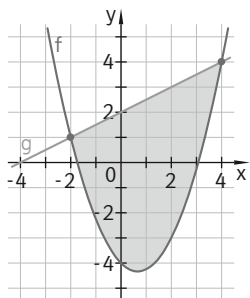
b. 2,25

c. 9,54

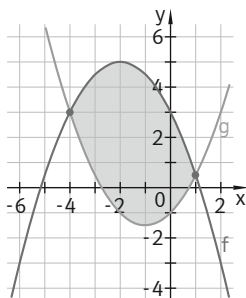
d. 4,86



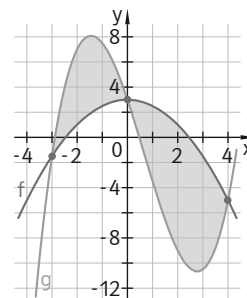
463 a. 27



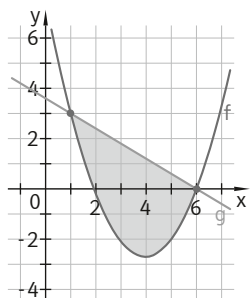
c. 20,83



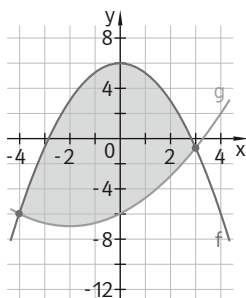
e. 39,04



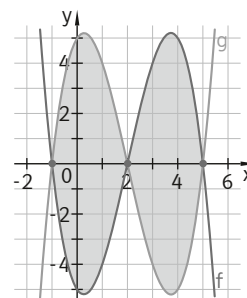
b. 13,54



d. 57,17

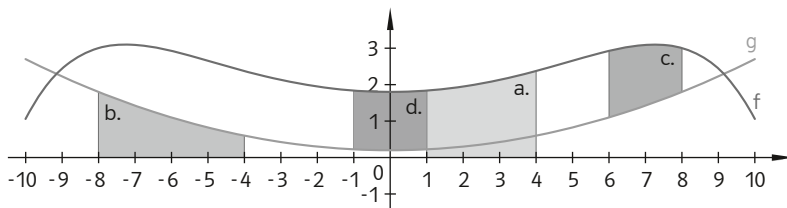


f. 40,5

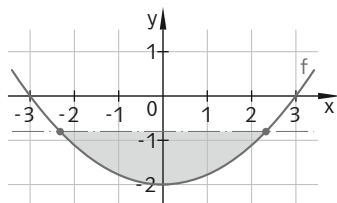


464 a. positiv b. negativ c. negativ d. positiv

465

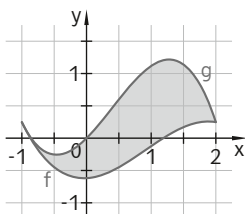


466 a./b.



c. 4,65m
d. $371,806 \text{ m}^3 = 371\,806 \text{ l}$

467 a.



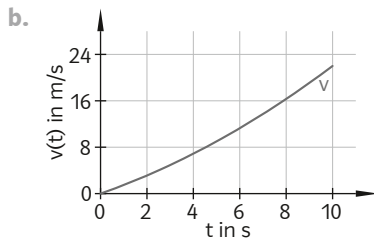
b. 2,09
c. $0,52 \text{ m}^2$

468 a. $3,472 \text{ m/s}^2$ b. 111,11m

469 a. $\frac{25}{9} \text{ m/s}^2$ b. $s(t) = \frac{25}{18} t^2$ c. 8,49s d. 15,1m

471 a. v mit $v(t) = -0,00225t^4 + 0,0366t^3 + 0,3815t^2$

487 a. v mit $v(t) = 0,08t^2 + 1,4t$

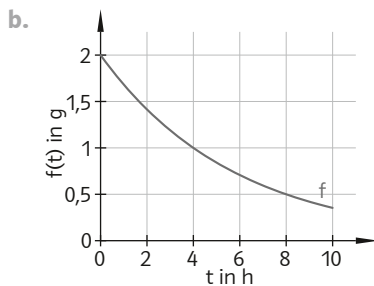


c. $9,67\text{m/s} = 34,8\text{km/h}$

488 a. $30,75\text{m}$ b. $2,37\text{m/s}$

490 a. f mit $f(t) = 10 \cdot 1,02^t$ b. 11,059 Mio. Einwohnerinnen und Einwohner

491 a. f mit $f(t) = 2 \cdot 0,5^{\frac{t}{4}}$



c. $1,443\text{g}$

d. $0,95\text{g}$

492 Siehe Schulbuch Seite 206.

493 Siehe Schulbuch Seite 206.

494 Siehe Schulbuch Seite 206.

495 Siehe Schulbuch Seite 206.

496 Siehe Schulbuch Seite 206.

497 Siehe Schulbuch Seite 206.

498 Siehe Schulbuch Seite 206.

4.3 Wirtschaftliche Anwendungen der Integralrechnung

500 a. K mit $K(x) = 0,02x^3 - 0,1x^2 + 4x + 780$ b. K mit $K(x) = 0,59x^3 - 25,5x^2 + 830x + 1200$

501 a. K_v mit $K_v(x) = 0,12x^3 - 6,7x^2 + 260x$ b. 2 600 GE

503 a. E mit $E(x) = -1,4x^2 + 400x$ b. E mit $E(x) = -\frac{x^3}{150} + 1000x$

504 a. E mit $E(x) = -3,2x^2 + 500x$; p_N mit $p_N(x) = -3,2x + 500$

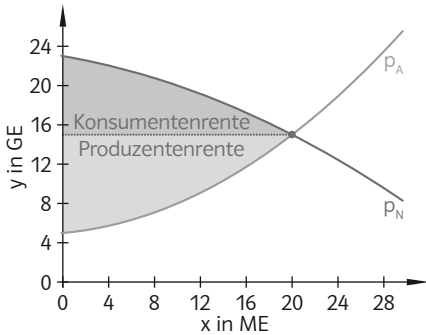
b. E mit $E(x) = -12,4x^2 + 1640x$; p_N mit $p_N(x) = -12,4x + 1640$

c. E mit $E(x) = -0,2x^3 - 4x^2 + 580x$; p_N mit $p_N(x) = -0,2x^2 - 4x + 580$

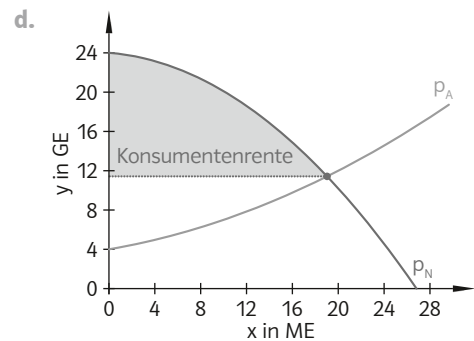
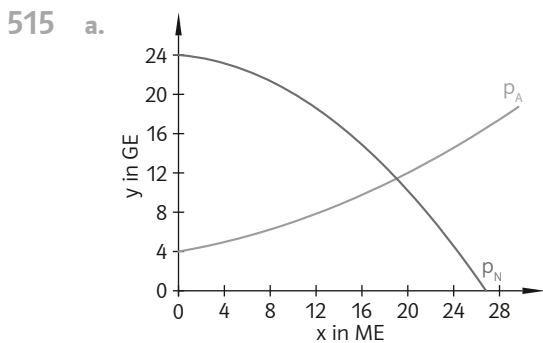
d. E mit $E(x) = -0,01x^3 - 24x^2 + 460x$; p_N mit $p_N(x) = -0,01x^2 - 24x + 460$

505 a. E' mit $E'(x) = -0,8x + 120$ b. E mit $E(x) = -0,4x^2 + 120x$ c. p_N mit $p_N(x) = -0,4x + 120$

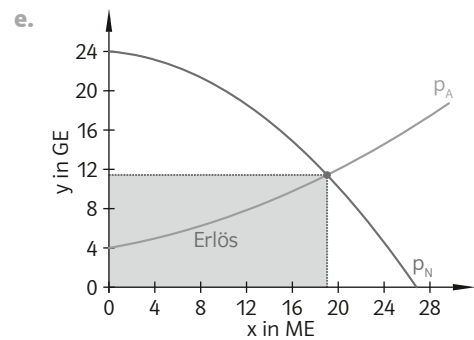
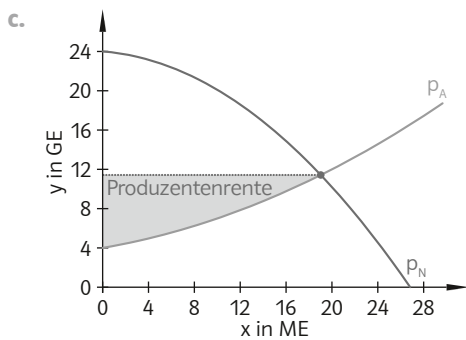
- 506 a. E' mit $E'(x) = -200x + 800$ c. E mit $E(x) = -100x^2 + 800x$
 b. Bei 4 ME ist der Erlös maximal. d. 1600 GE
- 508 a. G mit $G(x) = -0,1x^3 + 6x^2 - 30x - 1000$ b. 20 ME bis 50 ME
- 509 a. D mit $D(x) = -0,14x^3 + 3x^2 + 280x$ b. D mit $D(x) = -0,11x^3 - 3x^2 + 630x$
- 510 G mit $G(x) = -0,025x^3 + 2,375x^2 + 27,125x - 3285$
- 511 a. E' mit $E'(x) = -0,15x + 120$; K' mit $K'(x) = 0,05x + 40$ c. G mit $G(x) = -0,1x^2 + 80x - 8000$
 b. Bei 400 ME ist der Gewinn maximal. d. 8000 GE
- 513 Konsumentenrente: 93,33 GE; Produzentenrente: 126,67 GE



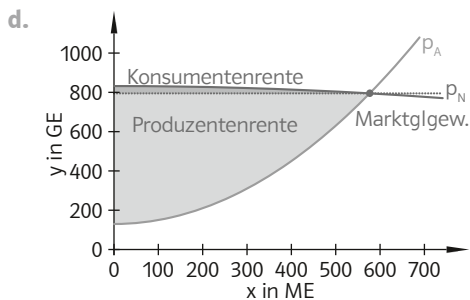
- 514 Medina hat um 3€ weniger gezahlt, als sie zu zahlen bereit gewesen war. Ihre individuelle Konsumentenrente beträgt 3€. Der Verkäufer hat um 2€ mehr erhalten als die von ihm festgesetzte Untergrenze. Seine individuelle Produzentenrente beträgt daher 2€.



- b. 11 GE/ME bei 18,67 ME

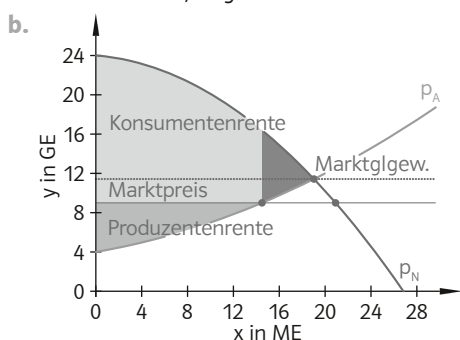


- 516 a. 577 Stück zu je 795 €
 b. 14 308 €
 c. 255 507 €



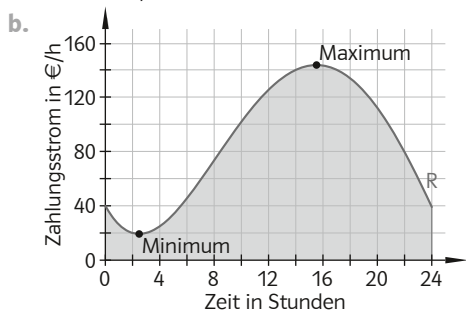
- 517 a. p_A mit $p_A(x) = 0,625x + 7,5$, p_N mit $p_N(x) = -0,625x + 16,25$
 b. 7kg zu 11,875 €/kg
 c. Produzentenrente: 15,3125 €, Konsumentenrente: 15,3125 €
 d. 1,09 €

- 518 a. Weil im grauen „Dreieck“ der aktuelle Marktpreis über dem, was weitere Konsumenten zu zahlen bereit wären, liegt und daher keine weiteren Verkäufe zustande kommen.



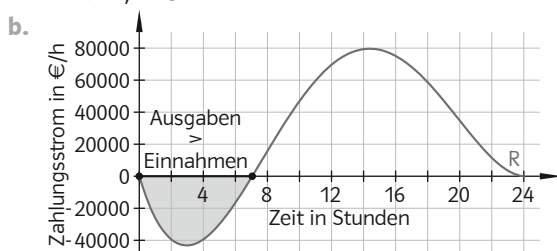
- 519 Damit die ökonomische Wohlfahrt maximal ist, muss der Marktpreis gleich dem Marktgleichgewichtspreis sein. Die Fläche des grauen „Dreiecks“ (aus Aufgabe 518) ist dann 0.

- 521 a. 2079 237,12 €



Der Umsatz wächst um ca. 2:30 Uhr am schwächsten und um ca. 15:30 Uhr am stärksten.

- 522 a. 581990,40 €



zwischen 0 Uhr und 7 Uhr

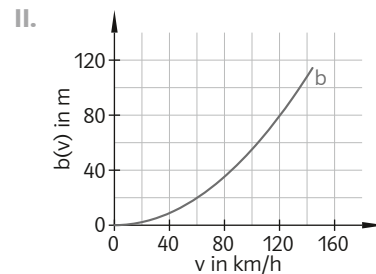
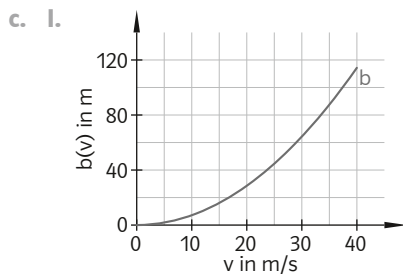
- c. um 198 995,50 €

- 523 a. 3 200 €/h
 b. nach 6 Stunden, $R(6) = 3 600$ €/h
 c. 28 800 €
 d. 1237,50 €
- 525 a. Barwert: 1061756,24 €; Endwert: 1363322,00 €
 b. Barwert: 86638,28 €; Endwert: 111245,75 €
- 526 a. 2,7128667% b. 665398,75 €
- 527 a. 262500 € b. 159003 €
- 528 752776,59 €
- 529 Siehe Schulbuch Seite 206.
- 530 Siehe Schulbuch Seiten 206 und 207.
- 531 Siehe Schulbuch Seite 207.
- 532 Siehe Schulbuch Seite 207.
- 533 Siehe Schulbuch Seite 207.

Zusammenfassende Aufgaben

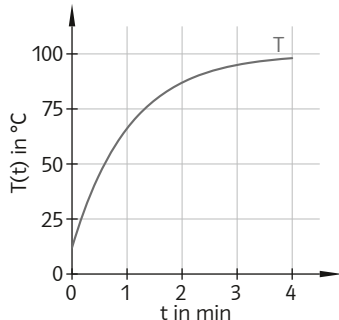
- 534 a. C b. A c. D d. B

- 535 a. I. $\frac{v}{7}$ II. $\frac{v}{25,2}$
 b. I. $b(v) = \frac{v^2}{14}$ II. $b(v) = \frac{v^2}{181,44}$



- 536 44,8 kWh

- 537 a. b. 12 °C c. 94,99 °C d. 71,03 °C



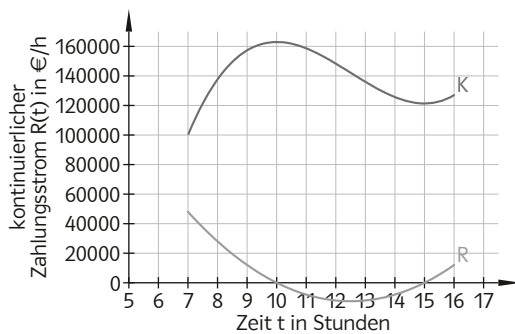
- 538 G mit $G(x) = -0,04x^3 - 3,2x^2 + 1580x - 30000$

- 539 a. positiv b. negativ c. negativ d. positiv

- 540 a. nach 2s; 4,87 m/s² c. $s(t) = (9t^2 + 36t + 54)e^{-t} + 18t - 54$
 b. v mit $v(t) = (-9t^2 - 18t - 18)e^{-t} + 18$ d. 58,56; 17,08 m/s = 61,48 km/h

- 541
- der in den ersten 60 Sekunden vom Fahrrad zurückgelegter Weg in m
 - die Geschwindigkeit der Rakete nach 10 Sekunden in m/s
 - die Höhe der Bohnenranke nach 30 Tagen in mm
 - das innerhalb einer Minute downgeladete Datenvolumens in kB
 - der Wasserverbrauch des Einfamilienhauses innerhalb eines Tages in m³

- 542
- 27000 €
 - Da der Zahlungsstrom die momentane Änderungsrate des in der Bank befindlichen Kapitals ist, kennzeichnen die Nullstellen von R die lokalen Extremstellen des Kapitals in der Bankfiliale. Bis zum Zeitpunkt $t = 10$ ist R positiv, danach negativ, daher hat das Kapital um 10:00 Uhr ein (lokales) Maximum erreicht. Vor dem Zeitpunkt $t = 15$ ist R negativ, danach positiv, daher hat das Kapital um 15:00 Uhr ein (lokales) Minimum erreicht.
 - K mit $K(t) = 666,67t^3 - 25000t^2 + 300000t - 1003666,67$



- maximaler Geldbetrag: 163 000 € um 10 Uhr; minimaler Geldbetrag: 100 000 € um 7 Uhr
(Das lokale Minimum liegt zwar bei 121 333,33 € um 15 Uhr, allerdings ist dieser Betrag höher als der Startwert um 7 Uhr.)

5 Wahrscheinlichkeitsrechnung

5.1 Was ist Stochastik?

- 543 a. eindeutig bestimmt (Das Hühnerei ist kaputt.)
b. vom Zufall gelenkt (Der Lottogewinn kann nicht vorhergesagt werden.)
c. vom Zufall gelenkt (Die Anzahl der Birnen kann nicht vorhergesagt werden.)
d. eindeutig bestimmt (Ein Mensch wird niemals über 150 Jahre alt.)
- 544 Beispiele für eindeutig bestimmte Vorgänge: der Sieger der Fußball WM 2014, die Mondaufgangszeit am morgigen Tag, die Endhöhe eines nach einem Plan zu errichtenden Gebäudes
Beispiele für vom Zufall gelenkte Vorgänge: die Regenmenge am kommenden Sonntag, der Sieger im Zehnkampf bei den nächsten olympischen Spielen, die Körpergröße eines beliebig gewählten im Jahr 2050 geborenen Kindes
- 545 a. mathematisches Modell (Die Schadenshäufigkeit hängt von Kriterien wie zum Beispiel dem Alter der Lenkerin bzw. des Lenkers, der Fahrerfahrung usw. ab.)
b. mathematisches Modell (Der Anteil kann näherungsweise mithilfe einer Befragung bestimmt werden.)
c. mathematisches Modell (Die Wirkung kann mithilfe einer Studie und dann mit statistischen Methoden bestimmt werden.)
d. kein mathematisches Modell (Eine Schätzung der Schneemengen in den nächsten 10 Jahren ist seriös nicht möglich.)
- 546 zum Beispiel:
Versicherungen: Berechnung, wie oft ein Fensterbruch im Haushaltsbereich eintritt oder wie oft ein Hochwasser in einer bestimmten Region auftritt
Medizin: voraussichtliche Wirkung einer Behandlungsmethode, voraussichtliche Gesundungsrate nach einer bestimmten Krankheit
- 547 –
- 548 –
- 549 Siehe Schulbuch Seite 207.

5.2 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

- 551 $\Omega = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6), (2, 1), (2, 2), \dots, (2, 6), \dots, (6, 1), (6, 2), \dots, (6, 6)\}$
- 552 K... Kopf; Z ... Zahl
a. $\Omega = \{(K, K), (K, Z), (Z, K), (Z, Z)\}$
b. $\Omega = \{(K, K, K, K), (K, K, K, Z), (K, K, Z, K), (K, K, Z, Z), (K, Z, K, K), (K, Z, K, Z), (K, Z, Z, K), (K, Z, Z, Z), (Z, K, K, K), (Z, K, K, Z), (Z, K, Z, K), (Z, K, Z, Z), (Z, Z, K, K), (Z, Z, K, Z), (Z, Z, Z, K), (Z, Z, Z, Z)\}$
- 553 a. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
b. $\Omega = \{\{\text{Walter, Xaver}\}, \{\text{Walter, Yannick}\}, \{\text{Walter, Zoltan}\}, \{\text{Xaver, Yannick}\}, \{\text{Xaver, Zoltan}\}, \{\text{Yannick, Zoltan}\}\}$
c. V... Vanille; S ... Schokolade; E ... Erdbeere; H... Haselnuss; Z... Zitrone
 $\Omega = \{\{V, S, E\}, \{V, S, H\}, \{V, S, Z\}, \{V, E, H\}, \{V, E, Z\}, \{V, H, Z\}, \{S, E, H\}, \{S, E, Z\}, \{S, H, Z\}, \{E, H, Z\}\}$
- 555 a. $E = \{5, 6\}$ b. $E = \{1, 2, 3\}$ c. $E = \{1, 3, 5\}$ d. $E = \{1, 2, 4, 5\}$
- 556 a. D b. A

- 557 a. $\Omega = \{(K, K), (K, Z), (Z, K), (Z, Z)\}$ b. $E = \{(K, K), (K, Z), (Z, K)\}$
- 559 a. $H_{20}(1) = 2; h_{20}(1) = 0,1; H_{20}(2) = 4; h_{20}(2) = 0,2; H_{20}(3) = 4; h_{20}(3) = 0,2; H_{20}(4) = 2; h_{20}(4) = 0,1;$
 $H_{20}(5) = 2; h_{20}(5) = 0,1; H_{20}(6) = 6; h_{20}(6) = 0,3$

b. $\sum_{\omega \in \Omega} H_{20}(\omega) = 20; \sum_{\omega \in \Omega} h_{20}(\omega) = 1$

- 560 a. $H_{15}(K) = 6; h_{15}(K) = 0,4; H_{15}(Z) = 9; h_{15}(Z) = 0,6$ b. $\sum_{\omega \in \Omega} H_{15}(\omega) = 15; \sum_{\omega \in \Omega} h_{15}(\omega) = 1$

- 561 –
 562 –

563 **A, D**

Begründung:

A: Jede Augenzahl der Ergebnismenge hat die gleiche Wahrscheinlichkeit.

B: Zumindest zum Zeitpunkt der Entstehung dieses Buches war die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Österreich gewinnt, geringer einzustufen als die Wahrscheinlichkeit, dass Brasilien gewinnt.

C: Nicht jede Verspätungsdauer ist gleich wahrscheinlich.

D: Jede Karte hat dieselbe Wahrscheinlichkeit oben zu liegen.

- 565 a. $\{6\}; \frac{1}{6} \approx 0,167$ b. $\{3, 4, 5, 6\}; \frac{2}{3} \approx 0,667$ c. $\{2, 3, 5\}; \frac{1}{2} = 0,5$ d. $\{1, 2, 4, 5\}; \frac{2}{3} \approx 0,667$

567 Menge der möglichen Ausgänge: $\{(1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6), (2, 1), (2, 2), \dots, (2, 6), \dots, (6, 1), (6, 2), \dots, (6, 6)\}$ (mit 36 Elementen)

a. $\{11, 22, 33, 44, 55, 66\}; p = \frac{1}{6} \approx 0,167$

c. $\{16, 25, 34, 43, 52, 61\}; p = \frac{1}{6} \approx 0,167$

b. $\{12, 21\}; p = \frac{1}{18} \approx 0,0556$

d. $\{11, 13, 15, 31, 33, 35, 51, 53, 55\}; p = \frac{1}{4} = 0,25$

568 Menge der möglichen Ausgänge: $\{KK, KZ, ZK, ZZ\}$

a. $\{KK\}$; Wahrscheinlichkeit: 0,25

b. $\{ZZ\}$; Wahrscheinlichkeit: 0,25

c. $\{KZ, ZK\}$; Wahrscheinlichkeit: 0,5

- 569 a. $\{1, 3, 5, 7, 9, 12, 14, 16, 18, 19, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34, 36\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{18}{37}$
 b. $\{2, 4, 6, 8, 10, 11, 13, 15, 17, 20, 22, 24, 26, 28, 29, 31, 33, 35\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{18}{37}$
 c. $\{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{12}{37}$

570 a. $\{(1, 2), (2, 1)\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{18}$

b. $\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{6}$

c. $\{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{4}$

d. $\{(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{9}$

e. Für das Ereignis „Beide Würfel zeigen eine gerade Zahl“, denn hier besteht die Ergebnismenge aus 9 Ergebnissen und somit aus der höchsten Anzahl von Ergebnissen.

- 571 a. $\frac{2}{3}$ b. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{1}{18}$

- 572 a. Die Ereignisse schließen einander aus, weil die Summe von zwei gleichen Zahlen immer gerade und damit niemals ungerade ist.
 b. Die Ereignisse schließen einander nicht aus, weil zum Beispiel 12 durch 3 und 4 teilbar ist.
 c. Die Ereignisse schließen einander aus, weil keine der Zahlen von 1 bis 30 sowohl durch 5 als auch 7 teilbar ist.
 d. Die Ereignisse schließen einander nicht aus, weil eine Schülerin oder ein Schüler sowohl in Mathematik als auch in Deutsch ein „Sehr gut“ haben kann.

- 574 a. 0,73 b. 0,13 c. 0,65

575 0,15

- 576 a. $A^c = \{1, 3, 5\}$ b. $A^c = \{A, B, C, E, F\}$ c. $A^c = \{KKZ, KZK, KZZ, ZKK, ZKZ, ZZK\}$
- 577 Da ein Fußballmatch auch unentschieden ausgehen kann, ist das Gegenereignis zu „Rapid gewinnt“ nicht „Austria gewinnt“. Die 59% aller Spiele, die Rapid nicht gewonnen hat, beinhalten auch die Spiele, die unentschieden ausgegangen sind.
- 578 a. „Die Augenzahl ist ungerade.“ bzw. „Die Augenzahl ist nicht gerade.“
 b. „Die Augensumme ist nicht kleiner als 6.“ bzw. „Die Augensumme ist größer oder gleich 6.“ bzw. „Die Augensumme ist größer als 5.“
 c. „Keines der Lose gewinnt.“
 d. „Ben gewinnt mindestens einmal.“ bzw. „Georg gewinnt nicht jedes Mal.“
 e. „Mindestens 17 Fahrräder entsprechen den Sicherheitsvorschriften.“
 f. „Lara hat höchstens 3 Fragen falsch beantwortet.“
- 580 a. C b. F c. A d. D e. B f. E
- 581 a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{2}{3}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{3}$ e. $\frac{1}{3}$ f. $\frac{2}{3}$
- 582 a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{2}{3}$
- 583 a. $\frac{1}{2}$
 b. $\frac{3}{4}$
 c. $\frac{1}{2}$
 Der erste Würfel zeigt eine gerade Augenzahl und das Produkt der Augenzahlen der beiden Würfel ist gerade.
 d. $\frac{2}{3}$
 Der erste Würfel zeigt eine gerade Augenzahl, wenn bekannt ist, dass das Produkt der Augenzahlen der beiden Würfel gerade ist.
 e. 1
 Das Produkt der Augenzahlen der beiden Würfel ist gerade, wenn bekannt ist, dass der erste Würfel eine gerade Augenzahl zeigt.
- 584 $\frac{1}{40}$
- 585 a. $\frac{1}{36}$ b. $\frac{1}{6}$ c. $\frac{1}{2}$
- 587 a. abhängig b. unabhängig
- 588 a. abhängig, denn $P(\text{Rouge}) = \frac{18}{37}$ und $P(\text{Rouge} | \text{Pair}) = \frac{8}{18}$
 b. abhängig, denn $P(\text{Rouge}) = \frac{18}{37}$ und $P(\text{Rouge} | \text{Manque}) = \frac{9}{18}$
 c. abhängig, denn $P(\text{Pair}) = \frac{18}{37}$ und $P(\text{Pair} | \text{Manque}) = \frac{9}{18}$
 d. abhängig, denn $P(\text{Rouge}) = \frac{18}{37}$ und $P(\text{Rouge} | 12^P) = \frac{6}{12}$
 e. abhängig, denn $P(\text{Rouge}) = \frac{18}{37}$ und $P(\text{Rouge} | \text{Colonne } 35) = \frac{4}{12}$
 f. abhängig, denn $P(12^P) = \frac{12}{37}$ und $P(12^P | \text{Colonne } 35) = \frac{4}{12}$
- 589 Siehe Schulbuch Seite 207.
- 590 Siehe Schulbuch Seite 207.
- 591 Siehe Schulbuch Seite 207.
- 592 Siehe Schulbuch Seite 207.

593 Siehe Schulbuch Seite 207.

594 Siehe Schulbuch Seite 207.

5.3 Vierfeldertafel und Baumdiagramm

595 a.

	A	A ^c	Summe
B	0,64	0,11	0,75
B ^c	0,19	0,06	0,25
Summe	0,83	0,17	1

- b. 0,06
 c. 0,11
 d. Es ist $P(A) \cdot P(B) = 0,83 \cdot 0,75 = 0,6225$ und $P(A \cap B) = 0,64$. Da $P(A) \cdot P(B) \neq P(A \cap B)$ ist, sind die beiden Ereignisse nicht voneinander unabhängig.

596 a.

	S	S ^c	Summe
F	0,23	0,12	0,35
F ^c	0,33	0,32	0,65
Summe	0,56	0,44	1

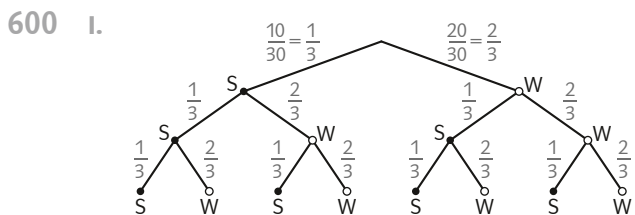
- b. 23%
 c. 0,6571; Das ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gast, der das Fitnesscenter benutzt, auch die Sauna benutzt.
 d. Es ist $P(S) \cdot P(F) = 0,56 \cdot 0,35 = 0,196$ und $P(S \cap F) = 0,23$. Da $P(S) \cdot P(F) \neq P(S \cap F)$ ist, sind die beiden Ereignisse nicht voneinander unabhängig.

597 a.

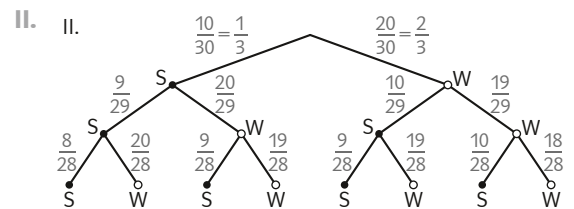
	A	A ^c	Summe
B	0,06	0,13	0,19
B ^c	0,67	0,14	0,81
Summe	0,73	0,27	1

- b. 6%
 c. 13%
 d. 0,082; Das ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die Ski fährt, auch Snowboard fährt.
 e. 31,6%

599 0,41

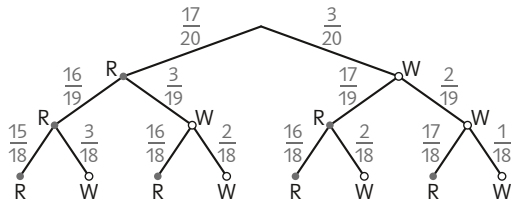


- a. 0,0370
 b. 0,4444
 c. 0,7037



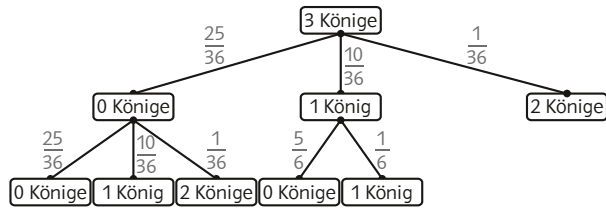
- a. 0,0296
 b. 0,4680
 c. 0,7192

601 a.

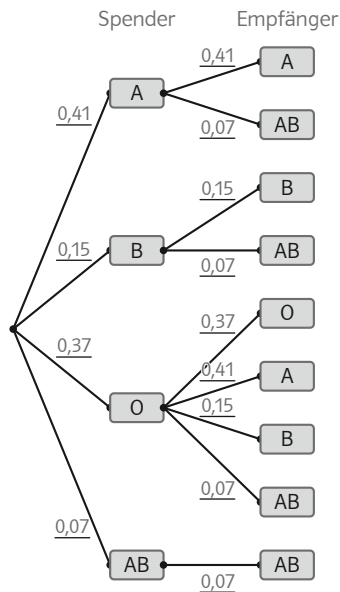


- b. 0,1193 c. 0,00877 d. 0,0447 e. 0,8351

602 0,093

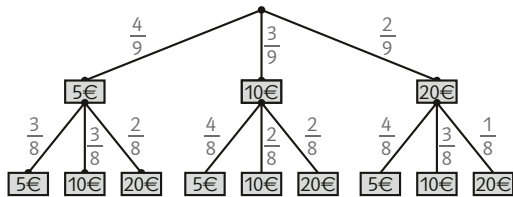


603 0,605



604 -

605 a.

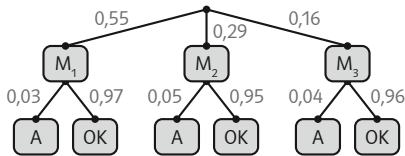


- b. $\frac{1}{36} \approx 0,0278$ c. $\frac{1}{2} = 0,5$ d. $\frac{35}{36} \approx 0,9722$

607 a. 2,25% b. 0,3111

608 a. 0,027 b. 0,222 c. 0,778

609 a.



b. 0,0374

c. 0,3877

610 0,5568

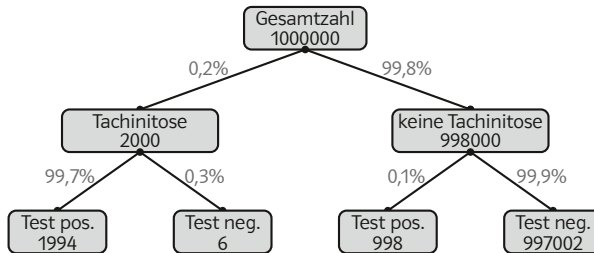
611 a. 0,0372

b. 0,2258

613 a. 0,0147

b. 0,323

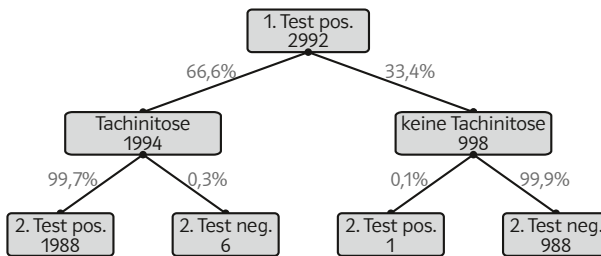
614 a.



b. 0,6664

c. 0,999994 = 99,9994 %

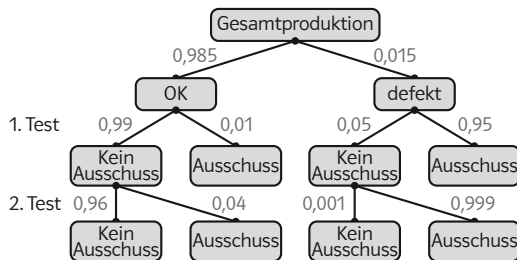
615 a.



b. 0,0005

c. Sollte der erste Test positiv und der zweite Test negativ sein, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Patientin bzw. der Patient Tachinitose hat, nur 0,6 % und nicht 50 %.

616 a.



b. 0,591

c. $8,01 \cdot 10^{-7} = 1 : 1248193$

d. 0,981

e. 6,39 %

617 Siehe Schulbuch Seite 207.

618 Siehe Schulbuch Seite 207.

619 Siehe Schulbuch Seiten 207 und 208.

620 Siehe Schulbuch Seite 208.

Zusammenfassende Aufgaben

- 621 a. 0,04 b. 0,48 c. 0,2 d. 0,32
- 622 a. 0,00000125 b. 0,38902875 c. 0,00002875 d. 0,61097125
- 623 0,13889; {(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2), (6, 6)}
- 624 a. 0,6367 b. 0,3265 c. 0,0367
- 625 2,34%
- 626 a. Am besten war Carina und am schlechtesten Alissa.
b. 85%
c. Bernadette: 73,75%; Carina: 92,5%
d. Am besten war Carina und am schlechtesten Bernadette.

Was habe ich in diesem Semester gelernt? – 8. Semester

Die Lösungen zu den Aufgaben 627–663 befinden sich im Schulbuch auf den Seiten 208–209.

Mathematik anwenden
HUM LÖS 4

Schulbuchnummer 180821

ISBN 978-3-209-08095-0

www.oebv.at

ISBN 978-3-209-08095-0



9 783209 080950