

1 Mechanische Schwingungen

Teste dein Wissen 1:

Kreuze an, wovon die Schwingungsdauer eines Federpendels abhängt:

- a) Von der Amplitude
- b) Von der Masse
- c) Von der Federkonstante der Feder

Antwort:

Die Schwingungsdauer T eines Federpendels wird durch folgende Gleichung bestimmt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Hierbei ist m die **Masse des Pendelkörpers** und k die **Federkonstante der Feder**.

Die Unabhängigkeit von der Amplitude gilt nur näherungsweise, da die Bewegung harmonisch bleibt, solange die Auslenkungen klein sind (Feder wird nicht überdehnt).

Die richtigen Antworten sind daher:

- b) Von der Masse und**
- c) Von der Federkonstante der Feder.**

Teste dein Wissen 2:

Kreuze an, wovon die Schwingungsdauer eines Fadenpendels abhängt:

- a) Von der Amplitude
- b) Von der Masse des Pendelkörpers
- c) Von der Entfernung vom Erdmittelpunkt

Antwort:

Die Schwingungsdauer T eines Fadenpendels wird durch folgende Gleichung bestimmt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Hierbei ist l die **Fadenlänge** und g die **lokale Erdbeschleunigung**. Die Masse des Pendelkörpers hat keinen Einfluss. Die Entfernung vom Erdmittelpunkt beeinflusst g , was wiederum die Schwingungsdauer ändert. Mit zunehmender Entfernung vom Erdmittelpunkt wird die Erdbeschleunigung g kleiner und die Schwingungsdauer T dadurch größer.

(indirekte Proportionalität mit $T \propto 1/\sqrt{g}$)

Die richtige Antwort ist daher:

- c) Von der Entfernung vom Erdmittelpunkt**

Teste dein Wissen 3:

Beschreibe, wie sich die Schwingungsdauer eines Fadenpendels

- a) bei Verdopplung der Amplitude ändert.
 - b) bei Verdopplung der Masse ändert.
 - c) bei Verdopplung der Fadenlänge ändert.
- Begründe deine Antwort.

Antwort:

- a)** Die Schwingungsdauer bleibt gleich, da diese näherungsweise **von der Amplitude unabhängig** ist (kleine Auslenkungen vorausgesetzt).
- b)** Die Schwingungsdauer bleibt gleich, da sie unabhängig von der Masse ist.
- c)** Die Schwingungsdauer wird größer, da $T \propto \sqrt{l}$. Eine Verdopplung der Länge führt zu einer um **$\sqrt{2}$ -fach längeren Schwingungsdauer**.

Teste dein Wissen 4:

Ein Sekundenpendel benötigt für eine Halbschwingung genau eine Sekunde. Wie lang muss der Faden des Pendels sein? Begründe deine Antwort (ggf. auch mit einer Rechnung).

- a) ca. 1 m
- b) ca. 2 m
- c) ca. 0,5 m

Antwort:

Ein Sekundenpendel hat $T=2$ s, daher gilt:

$$T = 2 \text{ s} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow 1 \text{ s} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Nach Umstellen ergibt sich:

$$l = \frac{g \cdot 1 \text{ s}^2}{\pi^2} \approx \frac{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s}^2}{9,87} \approx \mathbf{1 \text{ m}}$$

Die richtige Antwort ist daher:

- a) ca. 1 m.

Teste dein Wissen 5:

Wie schwingt ein Federpendel/Fadenpendel, das man in der Hand hält und im schwerelosen Raum auslenkt? Begründe deine Antwort.

- a) Das Fadenpendel schwingt überhaupt nicht.
- b) Das Federpendel schwingt überhaupt nicht.
- c) Das Federpendel schwingt ganz gleich wie auf der Erde.

Antwort:

Antwort a) ist richtig: Das Fadenpendel bleibt in der Position ruhen, in die man es ausgelenkt hatte, weil der Pendelkörper im schwerelosen Raum keine Gewichtskraft $F = m \cdot g$ und deshalb keine Beschleunigung erfährt.

Antwort b) ist falsch: Das Federpendel hingegen schwingt, da seine Rückstellkraft von der Federkonstanten k abhängt.

Antwort c) ist falsch: Die Schwerkraft ist auf der Erde die dominierende Kraft, die das Federpendel vertikal nach unten streckt. Im schwerelosen Raum treten andere Kräfte in den Vordergrund, wie beispielsweise die elastische Kraft (Federkonstante) der Feder, die Richtung der ursprünglichen Auslenkung und unterschiedliche Spannungen innerhalb der Feder. Dies führt zu ungleichmäßigeren Schwingungen in verschiedene Richtungen.

Teste dein Wissen 6:

Plane ein Experiment, wie man mit Hilfe eines Fadens, eines Massestücks und einer Stoppuhr die Fallbeschleunigung bestimmen kann.

Antwort:

Du brauchst: Faden oder dünne Schnur, einen kleinen Gegenstand (Metallkugel, Stein, Radiergummi), Stoppuhr. Mithilfe der Stoppuhr kannst du die Schwingungsdauer T deines Fadenpendels messen. Den gemessenen Wert für T kannst du samt Fadenlänge l in die nach g umgeformte Formel einsetzen, um die Fallbeschleunigung annähernd zu bestimmen:

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2}$$

Du kannst das Ergebnis verbessern, indem du T mehrfach misst, den Mittelwert berechnest und in die obige Formel einsetzt.

Teste dein Wissen 7:

Welcher Körper kommt nach dem Loslassen früher unten an, das Pendel oder der Körper im freien Fall (43.1)? Begründe deine Antwort.

- Beide kommen zum gleichen Zeitpunkt an, weil die Energie die gleiche ist.
- Das Pendel benötigt für den längeren Weg mehr Zeit.

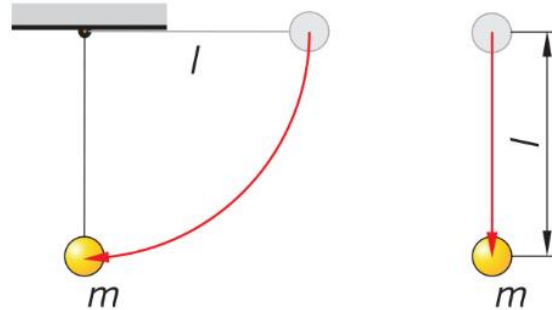
Gib die Frage bei einem KI-Tool ein und überprüfe, ob die Antwort stimmen kann.

Antwort:

Ein Fadenpendel besteht aus einem Körper mit Masse m , der an einem Faden der Länge l hängt und sich beschleunigt auf einem Kreisbogen mit konstantem Radius l bewegt.

Der Pendelkörper erfährt die Gewichtskraft

$$F = m \cdot g$$



Diese Kraft lässt sich in zwei Komponenten zerlegen:

- Die parallele Komponente F_{\parallel}** : Sie ruft die Fadenspannung hervor welche verhindert, dass der Pendelkörper sich vom Kreisbogen entfernt.
- Die senkrechte Komponente F_{\perp}** : Diese wirkt als rücktreibende Kraft, die das Pendel in seine Ruhelage zurückzieht. Ihr Betrag wird aus der folgenden Beziehung bestimmt:

$$F_{\perp} = m \cdot g \cdot \sin\varphi = \frac{m \cdot g}{l} \cdot x$$

(φ ... Auslenkungswinkel zw. Faden und Vertikale, g ... Erdbeschleunigung, l ... Fadenlänge/Kreisbogenradius, x ... horizontale Auslenkung des Pendels)

Während der freie Fall ausschließlich von der Gewichtskraft $F = m \cdot g$ bestimmt wird, unterliegt das Pendel der rücktreibenden Kraft F_{\perp} , die von der Auslenkung x und der Fadenlänge l abhängt. Dies führt zu einer reduzierten Beschleunigung entlang der Bahn, wodurch das Pendel mehr Zeit benötigt, um den tiefsten Punkt zu erreichen. Zusätzlich bewegt sich das Pendel entlang eines gekrümmten Kreisbogens, dessen Weglänge länger ist als die gerade Strecke des freien Falls. Diese beiden Faktoren – die reduzierte Beschleunigung und die längere Strecke – führen dazu, dass das Pendel länger braucht als der Körper im freien Fall.

Die richtige Antwort ist daher:

b) Das Pendel benötigt für den längeren Weg mehr Zeit.

Teste dein Wissen 8:

Wo geht dieselbe Pendeluhr rascher? Kreuze die richtige Antwort an und begründe deine Meinung:

- Am Äquator
- Am Nordpol
- An beiden Orten gleich

Antwort:

Die Schwingungsdauer T des Pendels einer Pendeluhr hängt indirekt proportional ($T \propto 1/\sqrt{g}$) von der Erdbeschleunigung g ab, die am Äquator aufgrund der Fliehkraft und des größeren Erdradius kleiner ist als am Nordpol. Eine größere Erdbeschleunigung g verkürzt die Schwingungsdauer und lässt die Uhr schneller gehen.

Die richtige Antwort ist daher:

b) Am Nordpol

(Genauso könnte man auch die Schwingungsfrequenz $f = 1/T$ betrachten, welche direkt proportional zur Erdbeschleunigung g ist.)

Teste dein Wissen 9:

Erkläre, unter welchen Voraussetzungen die Überlagerung von Schwingungen zu deren
a) Auslöschung
b) Verstärkung führt.

Antwort:

In beiden Fällen betrachten wir den Idealfall, wo beide Schwingungen die gleiche Frequenz, gleiche Richtung und gleiche Amplituden haben.

a) Auslöschung (destruktive Interferenz) tritt dann auf, wenn sich die Schwingungen mit einer Phasendifferenz von $\alpha = \pi$ (gegenphasig) überlagern.

b) Verstärkung (konstruktive Interferenz) tritt dann auf, wenn sich die Schwingungen mit einer Phasendifferenz von $\alpha = 0$ bzw. $\alpha = 2\pi$ (gleichphasig) überlagern.

Teste dein Wissen 10:

Erkläre den Begriff „Eigenfrequenz“ in deinen eigenen Worten.

Beispielantwort:

Die Eigenfrequenz ist die charakteristische Frequenz, mit der ein System schwingt, wenn es aus seiner Ruhelage ausgelenkt wird und anschließend sich selbst überlassen bleibt. Die Eigenfrequenz eines Systems hängt von verschiedenen Faktoren ab, darunter:

- **Materialeigenschaften:** z.B.: Masse, Elastizität und Dämpfung des Materials
- **Geometrie:** Die Form und Größe des Systems
- **Randbedingungen:** z.B.: Art der Befestigung oder Einspannung des Systems

Beispiele für Systeme mit Eigenfrequenzen:

- **Mechanische Systeme:** Pendel, Federn, Saiteninstrumente, Gebäude, Brücken
- **Akustische Systeme:** Musikinstrumente, Räume
- **Elektrische Systeme:** Schwingkreise

Teste dein Wissen 11:

Beschreibe, unter welchen Voraussetzungen es zur Resonanz kommt.

Beispielantwort:

Resonanz tritt auf, wenn ein schwingendes bzw. schwingfähiges System von einer äußeren, periodischen Kraft mit einer (Erreger-)Frequenz angeregt wird, die gleich oder nahe der Eigenfrequenz liegt. Dies führt zu einer starken Amplitudenerhöhung. Im schlimmsten Fall kann dies bei geringer Dämpfung zur Zerstörung des Systems führen („Resonanzkatastrophe“).

Rechenaufgabe 1:

Trage für ein beliebiges schwingendes Fadenpendel in einem Diagramm den zeitlichen Verlauf der Auslenkung ein. Was kannst du über die Geschwindigkeit und Beschleunigung des Pendels sagen? Diskutiere, an welchen Punkten seiner Bahn das Pendel die größte Geschwindigkeit bzw. die größte Beschleunigung erreicht (Vernachlässige die Luftreibung).

Antwort:

Die **Geschwindigkeit $v(t)$** ist die erste Ableitung der Auslenkung $y(t)$ nach der Zeit t :

$$v(t) = \frac{dy(t)}{dt} = y_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

(y_0 ... Amplitude/maximale Auslenkung, ω ... Kreisfrequenz der Schwingung)

Die Geschwindigkeit ist maximal, wenn $\cos(\omega \cdot t) = \pm 1$ ist.

Dies tritt auf, wenn $\omega \cdot t = 0, \pi, 2\pi, \dots$ ist.

Die maximale Geschwindigkeit ist $v_{max} = \pm y_0 \cdot \omega$.

Setzt man nun $t = 0$ bzw. $t = \pi/\omega$ in die Funktion für die Auslenkung ein:

$$y(0) = y_0 \cdot \sin(0) = 0 \quad \text{und} \quad y(\pi/\omega) = y_0 \cdot \sin(\pi) = 0$$

Die Geschwindigkeit ist am größten beim Durchgang $y(t)=0$ durch die Gleichgewichtslage.

Die **Beschleunigung $a(t)$** ist die zweite Ableitung der Auslenkung $y(t)$ nach der Zeit t :

$$a(t) = \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = \frac{dv(t)}{dt} = -y_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

(y_0 ... Amplitude/maximale Auslenkung, ω ... Kreisfrequenz der Schwingung)

Die Beschleunigung ist maximal, wenn $\sin(\omega \cdot t) = \pm 1$ ist.

Dies tritt auf, wenn $\omega \cdot t = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2 \dots$ ist.

Die maximale Beschleunigung ist $a_{max} = \pm y_0 \cdot \omega^2$.

Setzt man nun $t = \pi/(2 \cdot \omega)$ bzw. $t = 3\pi/(2 \cdot \omega)$ in die Funktion für die Auslenkung ein:

$$y(\pi/(2 \cdot \omega)) = y_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = y_0 \quad \text{und} \quad y(3\pi/(2 \cdot \omega)) = y_0 \cdot \sin(3\pi/2) = -y_0$$

Die Beschleunigung hat ihren größten Wert in den Umkehrpunkten.

Rechenaufgabe 2:

Ein Federpendel führt eine harmonische Sinusschwingung aus. Die Amplitude beträgt 10 cm und die Frequenz 20 Hz. Ermittle die Auslenkung 0,01 s nach dem Nulldurchgang.

Antwort:

Zuerst müssen wir die Amplitude in Meter umrechnen: 10 cm = 0,1 m

Wir wissen, dass gilt: Hz (Hertz) = 1/s = s⁻¹ (pro Sekunde)

Die Auslenkung wird beschrieben durch:

$$y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = y_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

Einsetzen ergibt:

$$y(0,01 \text{ s}) = 0,1 \text{ m} \cdot \sin(2\pi \cdot 20 \text{ s}^{-1} \cdot 0,01 \text{ s}) \approx 0,1 \text{ m} \cdot 0,95 = 0,095 \text{ m}$$

Die Auslenkung beträgt somit ca. 9,5 cm.

Rechenaufgabe 3:

Beim Foucault'schen Pendelversuch wurde eine 28 kg schwere Masse an ein Drahtseil mit 67 m Länge angehängt und in Schwingung versetzt.

a) Bestimme die Schwingungsdauer.

b) Diskutiere, wie man mit Hilfe dieser Schwingung auf die Erdrotation schließen konnte.

Antwort:

a) Die Schwingungsdauer T lässt sich mit der Formel für das Fadenpendel berechnen:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{67 \text{ m}}{9,81 \text{ m/s}^2}} \approx 16,42 \text{ s}$$

(l ... Pendellänge, g ... Erdbeschleunigung)

Die Schwingungsdauer beträgt etwa 16,42 s.

b) Das Foucault'sche Pendel zeigt die Drehung der Erde, weil die Ebene, in der das Pendel schwingt, ihre Orientierung im Raum beibehält (Trägheit), während die Erde darunter rotiert.

Die sogenannte Corioliskraft lässt die Schwingungsebene des Pendels scheinbar rotieren.

Die Corioliskraft und damit auch die Drehgeschwindigkeit der Schwingungsebene hängt von der geographischen Breite auf der Erde ab. Am Nord- und Südpol ist sie am stärksten („nur“ 24

Stunden für eine vollständige Umdrehung). Genau am Äquator ist diese gleich null und somit dreht sich dort die Schwingungsebene nicht.

Rechenaufgabe 4:

Die Frequenz eines Fadenpendels soll 1 Hz betragen. Diskutiere, welche Länge l man dem Pendel geben muss. Überprüfe das Ergebnis mittels Experiments.

Antwort:

Die Frequenz f ist gleich dem Kehrwert der Schwingungsdauer T :

$$f = \frac{1}{T}$$

Setzt man dies nun in die Formel für T ein und formt nach der Fadenlänge l um, ergibt sich:

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{g}{(2\pi \cdot f)^2}$$

Nun können wir die gewünschte Frequenz $f = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$ einsetzen:

$$l = \frac{9,81 \text{ m/s}^2}{(2\pi \cdot 1 \text{ s}^{-1})^2} \approx \mathbf{0,25 \text{ m}}$$

Das Pendel benötigt eine Länge von etwa 25 cm.

2 Mechanische Wellen

Teste dein Wissen 1:

Beschreibe den Unterschied zwischen einer longitudinalen und einer transversalen Welle und gib jeweils Beispiele an.

Antwort:

Longitudinalwellen: Schwingungsrichtung der Teilchen (Oszillatoren) und Ausbreitungsrichtung stimmen überein. Beispiel: Schallwellen in Luft.

Transversalwellen: Schwingungsrichtung der Teilchen (Oszillatoren) steht senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Beispiel: Wasserwellen, elektromagnetische Wellen.

Teste dein Wissen 2:

Ist es möglich, dass eine Welle eine andere Welle vollständig auslöscht? Begründe deine Antwort.

Antwort:

Ja, es ist möglich. Wir nennen dies destruktive Interferenz. Sie tritt auf, wenn sich zwei Wellen überlagern, die gleiche Amplitude haben und in Gegenphase schwingen (Phasendifferenz von $\alpha = \pi$). Für eine vollständige Auslöschung sollten sie die gleiche Frequenz und (oder entgegengesetzte) Ausbreitungsrichtung besitzen. Bei stehenden Wellen (entgegengesetzte Ausbreitungsrichtung) löschen sich die hin- und rücklaufenden Wellen an einzelnen Punkten, den sogenannten Knoten, vollständig aus.

Teste dein Wissen 3:

Beschreibe, wie eine Welle entsteht und wie sie sich fortpflanzt.

Antwort:

Im Allgemeinen entstehen Wellen, wenn **schwingende Teilchen (Oszillatoren)** ihre Schwingungsenergie an benachbarte Teilchen weitergeben. Mechanische Wellen, Wasserwellen, Erdbebenwellen und Schallwellen entstehen, wenn viele gleichartige Oszillatoren aneinander **gekoppelt** sind und ein Oszillator in **Schwingung** versetzt wird. Dann

überträgt sich die Schwingungsenergie auf die anderen Oszillatoren. Man unterscheidet zwischen longitudinalen (Schwingung in Ausbreitungsrichtung) und transversalen (Schwingung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung) Wellen.

Teste dein Wissen 4:

Ein beidseitig eingespanntes Seil wird in der Mitte gehalten und zum Schwingen gebracht (erste Oberschwingung). Wie viele Schwingungsknoten hat die zweite Oberschwingung?

- a) 3
- b) 4
- c) 5

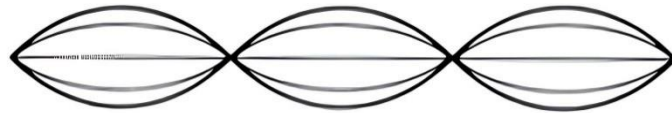


Illustration: Bernd Pavlik, Neusiedl am See

Antwort:

Zweite Oberschwingung: Hier teilt sich das Seil in drei gleich lange Abschnitte (Schwingungsbäuche). Es gibt insgesamt vier Knoten: jeweils einen Knoten an den beiden Enden des Seils und jeweils ein Knoten zwischen den Bäuchen.

Die richtige Antwort ist daher:

b) 4

Teste dein Wissen 5:

Was wird in einer Welle von der Quelle zum Empfänger transportiert? Kreuze die richtige Aussage an.

- a) Masse
- b) Teilchen
- c) Energie

Antwort:

In der Welle wird weder Masse weitergetragen, noch werden die Teilchen in Richtung zum Empfänger transportiert. Für eine Wellenbewegung ist charakteristisch, dass das Medium, das die Welle trägt, in seinen Anfangszustand zurückkehrt, wenn die Störung vorbei ist. Von der Quelle (den schwingenden Teilchen) wird lediglich die Energie zum Empfänger (nächstliegendes Teilchen) übertragen.

Die richtige Antwort ist daher:

c) Energie

Teste dein Wissen 6:

Beschreibe, wovon die Energie einer Welle abhängt.

Antwort:

Die Energie E der harmonischen Welle ergibt sich aus der Summe der Energien der einzelnen Oszillatoren und ist daher proportional dem Quadrat der Amplitude und dem Quadrat der Frequenz ($\omega = 2\pi f$):

$$E = \frac{m \cdot y_0^2 \cdot \omega^2}{2}$$

(m Masse des Mediums, y_0 ... Amplitude, ω ... (Kreis-)Frequenz)

Teste dein Wissen 7:

Wenn eine Welle gebrochen wird, ändert sich

- a) die Wellenlänge
- b) die Ausbreitungsgeschwindigkeit
- c) die Frequenz

Antwort:

Brechung entsteht durch eine Änderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit. Die Wellenlänge ändert sich mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit. Es gilt die Beziehung zwischen

Ausbreitungsgeschwindigkeit c , Wellenlänge λ und Frequenz f :

$$c = f \cdot \lambda$$

So behält (vereinfacht gesagt) z. B. rotes Licht bei der Brechung in Wasser seine Farbe, d. h. die für die rote Farbe charakteristische Frequenz bleibt erhalten. Da sich aber die Ausbreitungsgeschwindigkeit ändert, muss es zu einer Änderung der Wellenlänge kommen.

Die richtigen Antworten sind daher:

- a) die Wellenlänge und
- b) die Ausbreitungsgeschwindigkeit

Teste dein Wissen 8:

Was bedeutet, eine Welle ist mit einer anderen Welle in Phase?

Antwort:

Zwei Wellen sind „in Phase“, wenn ihre Schwingungsmaxima und -minima zeitlich und räumlich übereinstimmen. Dies führt zu konstruktiver Interferenz: Wenn zwei Wellen gleicher Amplitude und Frequenz in Phase sind und sich überlagern, verstärken sie sich gegenseitig. Die Amplitude der resultierenden Welle ist doppelt so groß wie die der einzelnen Wellen.

Phasenunterschied bei gleichphasigen Wellen: $\Delta\phi = n \cdot 2\pi$, wobei $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Teste dein Wissen 9:

Beschreibe, was man bei Wellen unter den Begriffen Reflexion, Brechung und Beugung versteht. Verwende bei deinen Beschreibungen das Huygens'sche Prinzip.

Antwort:**Huygens'sches Prinzip**

Punkte, die von einer Welle zum gleichen Zeitpunkt erreicht werden, bilden eine Wellenfront.

Jeder Punkt der Wellenfront ist Ausgangspunkt einer kreisförmigen Elementarwelle.

Die Überlagerung der Elementarwellen ergibt die neue Wellenfront.

Reflexion: Eine Wellenfront erreicht die Wand in einem Punkt A und erzeugt dort eine Elementarwelle. Nacheinander werden die benachbarten Punkte der Wand von der Wellenfront getroffen und bilden weitere Elementarwellen. Die Überlagerung aller Elementarwellen ergibt die reflektierte Wellenfront.

Brechung: Ursache der Brechung sind unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Im seichten Wasser hat die Welle an der Oberfläche eine geringere Geschwindigkeit als im tiefen Wasser. Dasselbe gilt für das Licht: Licht breitet sich im Glas und im Wasser langsamer aus als in Luft. Wie stark die Welle gebrochen wird, hängt vom Verhältnis der Geschwindigkeiten ab. Einfallswinkel α und den Brechungswinkel β verhalten sich wie die entsprechenden Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Dieses Verhältnis heißt Brechzahl oder Brechungsindex n . Für den Einfallswinkel α und den Brechungswinkel β gilt daher **das Brechungsgesetz:**

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n$$

(α/β ... Einfallswinkel-/Brechungswinkel, $c_{1/2}$... Ausbreitungsgeschwindigkeiten in den beiden Medien)

Beugung: Eine Welle breitet sich hinter Hindernissen (wie kleinen Öffnungen) aus. Nach dem Huygens'schen Prinzip entstehen an der Kante des Hindernisses neue Elementarwellen.

Deutliche Beugungserscheinungen treten dann auf, wenn eine Welle durch eine Öffnung tritt, deren Breite die gleiche Größenordnung wie die Wellenlänge hat.

Teste dein Wissen 10:

Beschreibe, wie Schall entsteht.

Beispielantwort:

Schall entsteht durch die periodische Verdichtung und Verdünnung eines Mediums, wie Luft, Wasser oder Festkörper. Die Schallentstehung kann wie folgt beschrieben werden:

Wenn ein Körper (z. B. eine schwingende Feder oder eine Stimmgabel) **schnell genug schwingt**, bewirkt er, dass die umgebende Luft periodisch **zusammengepresst** und **verdünnt** wird.

Diese periodische Änderung des **Luftdrucks** erzeugt eine **Druckwelle**, die sich im Raum ausbreitet. Wenn die Frequenz der Druckwellen **etwa 20 Hz** übersteigt, dann kann unser Ohr die Wellen als **Schall** wahrnehmen.

Teste dein Wissen 11:

Nenne die Geschwindigkeit, mit der sich Schall ausbreitet.

Antwort:

Die Schallgeschwindigkeit in Luft bei 20°C beträgt ca. 340 m/s, in Wasser liegt sie etwa bei 1 483 m/s, in Eisen bei 5 180 m/s. Sie ist unabhängig von der Frequenz der Schallwelle und wächst mit steigender Temperatur.

Teste dein Wissen 12:

Was ist ein Ton? Was versteht man unter einem Klang?

Antwort:

Der Ton (reine Schwingung): Ein Ton ist eine reine, sinusförmige Schwingung. Er hat eine bestimmte Höhe (Frequenz) und Lautstärke (Amplitude), aber keine Klangfarbe.

Beispiel: Eine Stimmgabel erzeugt einen nahezu reinen Ton.

Der Klang (zusammengesetzte Schwingung): Ein Klang ist eine Überlagerung mehrerer Töne. Er besteht aus dem Grundton und den Obertönen. Die Grundschiwingung ruft den **Grundton** hervor, welcher die Tonhöhe festlegt. Die Oberschwingungen verursachen die **Obertöne**, welche die **Klangfarbe** festlegen.

Teste dein Wissen 13:

Beschreibe, in welchem Frequenzbereich ein Mensch hören kann.

Antwort:

Das Ohr reagiert auf Luftdruckveränderungen im Frequenzbereich von etwa 20 Hz bis 20 000 Hz (20 kHz) und nimmt Druckschwankungen zwischen 0,00002 bis 20 Pa wahr. Dieser Bereich verringert sich mit steigendem Alter.

Teste dein Wissen 14:

Erkläre den Begriff „Lautstärke“.

Antwort:

Die Lautstärke, mit der wir einen Ton empfinden, ist abhängig von der Energie, welche die Schallwelle pro Sekunde an unser Ohr sendet. Ein geeignetes Maß, mit dem sich dieser Energietransport beschreiben lässt, ist die Schallintensität. Unter der **Schallintensität I** versteht man jenen Anteil der Schallenergie, der pro Zeiteinheit in senkrechter Richtung durch die Flächeneinheit tritt. Die Einheit der Schallintensität ist W/m^2 . Eine andere (üblichere) Angabe für die Schallintensität ist der **Schall(druck)pegel L** . Er wird über das Verhältnis der gegebenen

Schallintensität zur Schallintensität eines gerade noch wahrnehmbaren Tons definiert. Der Zusammenhang ist nicht linear, sondern logarithmisch.

$$\text{Schall(druck)pegel: } L = 10 \lg(I/I_0) \text{ dB}$$

Wobei $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ der Hörschwelle entspricht. Die dimensionslose Einheit des Schallpegels ist das Dezibel (dB). Der Schallpegel bestimmt, wie laut wir ein Geräusch (in Abhängigkeit von der Frequenz) wahrnehmen.

Teste dein Wissen 15:

Erkläre den Doppler-Effekt.

Antwort:

Der Doppler-Effekt beschreibt im Allgemeinen die Änderung der Frequenz einer Welle, wenn sich **Quelle Q** und **Beobachterin oder Beobachter B** relativ zueinander bewegen. Bei Annäherung erhöht sich die Frequenz, bei Entfernung verringert sie sich.

In Bezug auf Schallwellen:

Fall a: Beobachterin oder Beobachter B ruht relativ zur Luft

Bewegt sich eine Schallquelle Q auf Beobachterin oder Beobachter B zu, so hört B einen höheren Ton als bei ruhender Quelle Q. Bewegt sich Q von B weg, so hört B einen tieferen Ton.

$$f_B = \frac{f_Q}{1 - \frac{v_Q}{c}} \quad f_B = \frac{f_Q}{1 + \frac{v_Q}{c}}$$

Bewegung zu B hin Bewegung von B weg

(v_Q ...Geschwindigkeit von Q relativ zu B, f_Q ...Frequenz der Schallquelle Q, f_B ... Frequenz, welche B wahrnimmt, c ...Geschwindigkeit des Schalls relativ zur Luft)

Fall b: Schallquelle Q ruht relativ zur Luft

Bewegt sich Beobachterin oder Beobachter B auf eine Schallquelle Q zu, so hört B einen höheren Ton als im Zustand der Ruhe. Bewegt sich B von Q weg, so hört B einen tieferen Ton.

$$f_B = f_Q \left(1 + \frac{v_B}{c}\right) \quad f_B = f_Q \left(1 - \frac{v_B}{c}\right)$$

Bewegung zu Q hin Bewegung von Q weg

(v_B ...Geschwindigkeit von B relativ zu Q, f_Q ...Frequenz der Schallquelle Q, f_B ... Frequenz, welche B wahrnimmt, c ...Geschwindigkeit des Schalls relativ zur Luft)

Teste dein Wissen 16:

Abb. 71.1 zeigt die Aufzeichnung eines Tons. Beschreibe den Ton.

Antwort:

Der dargestellte Ton zeigt eine gedämpfte Schwingung mit abnehmender Frequenz und Amplitude. Dies führt dazu, dass der Ton allmählich leiser und tiefer wird, bis er schließlich nicht mehr hörbar ist.

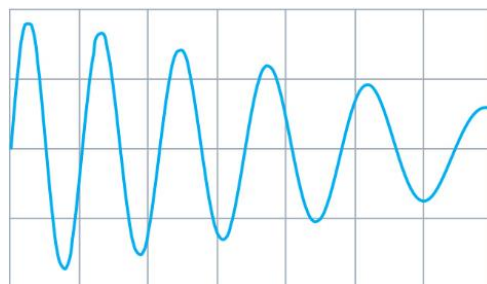


Illustration: Bernd Pavlik, Neusiedl am See

Teste dein Wissen 17:

Blase über die Öffnung einer teilweise mit Wasser gefüllten Flasche. Analysiere, wie die Höhe des entstehenden Tones von der Füllmenge abhängt.

Beispielantwort:

Im Luftraum oberhalb des Wassers bildet sich eine stehende Welle, deren Frequenz von der Länge der Luftsäule abhängt. Je mehr Wasser in der Flasche ist, desto kürzer wird die verbleibende Luftsäule und umso höher wird der Ton.

Zusatz: Die Frequenz f der stehenden Welle in der Luftsäule ist umgekehrt proportional zur Länge der Luftsäule L :

$$f \propto 1/L$$

Teste dein Wissen 18:

Wie ändert sich die Wellenlänge, wenn bei sonst gleichen Bedingungen

- die Frequenz bzw.
- die Ausbreitungsgeschwindigkeit verdoppelt wird?

Antwort:

Es gilt:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

(λ ...Wellenlänge, c ...Ausbreitungsgeschwindigkeit, f ... Frequenz)

- a) die Frequenz wird verdoppelt:

$$\frac{c}{2 \cdot f} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{c}{f}\right) = \frac{\lambda}{2}$$

Wird die Frequenz verdoppelt, so halbiert sich die Wellenlänge.

- b) die Ausbreitungsgeschwindigkeit wird verdoppelt:

$$\frac{2 \cdot c}{f} = 2 \cdot \left(\frac{c}{f}\right) = 2 \cdot \lambda$$

Wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit verdoppelt, so verdoppelt sich die Wellenlänge.

Teste dein Wissen 19:

Markiere die 4–6 wichtigsten Begriffe im Text zur „Antwort auf die Eingangsfrage“ und notiere alle Begriffe, die aus der Biologie stammen könnten. Schreibe eine kurze Erklärung zu den jeweiligen Begriffen.

Beispielantwort:

Begriffe:

- Dopplersonografie/ Dopplersonogramm:** Bei der Dopplersonografie werden mit hochfrequenten Schallwellen Bilder von Organen und Blutgefäßen aufgenommen. Je nach benötigter Eindringtiefe werden unterschiedlich frequente Schallwellen in das Gewebe gesendet, von bewegten Strukturen wie Blutkörperchen reflektiert und deren Frequenzänderung (Doppler-Verschiebung) analysiert. Ein Dopplersonogramm ist das dabei erzeugte Bild oder Diagramm.
- Schallfrequenz f_Q :** Die Schallfrequenz ist die Frequenz der Schallwellen, die vom Ultraschallgerät ausgesendet werden. Sie liegt typischerweise im Bereich von mehreren Megahertz und ermöglicht die Durchdringung des Gewebes und die Erzeugung von Reflexionen an bewegten Strukturen wie Blutkörperchen.
- Reflexion von Schall:** Reflexion von Schall tritt auf, wenn Schallwellen an einer Grenze zwischen zwei Medien mit unterschiedlichen akustischen Eigenschaften (z. B. Gewebe und Blut) zurückgeworfen werden. Die reflektierten Wellen enthalten Informationen über die Bewegung oder Struktur des Mediums.
- Frequenzverschiebung Δf :** Die Frequenzverschiebung ist die Differenz zwischen der ausgesendeten und der reflektierten Schallfrequenz. Sie entsteht durch den Doppler-Effekt und gibt Aufschluss über die Geschwindigkeit des reflektierenden Objekts, z. B. Blutkörperchen im

Gefäß. Für die ausgesendeten Schallwellen der Dopplersonografie und die reflektierten Schallwellen der Blutkörperchen liegt diese im kHz-Bereich.

5. Schallgeschwindigkeit im Blut c : Die Schallgeschwindigkeit im Blut ist die Geschwindigkeit, mit der Schallwellen durch Blut propagieren. Sie liegt bei etwa $c \approx 1\,500$ m/s und hängt von den physikalischen Eigenschaften des Blutes (z. B. Dichte) ab.

6. Blutgeschwindigkeit v_B : Die Blutgeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit, mit der das Blut in einem Gefäß fließt. Sie kann mithilfe der Dopplersonografie berechnet werden, indem die Frequenzverschiebung Δf analysiert wird: $v_B = \Delta f \cdot c / (2f_0)$

Biologische Begriffe:

1. Stent: Ein Stent ist ein röhrenförmiges Implantat (aus Kunststoff oder Metall), das in Gefäße eingesetzt wird, um diese offen zu halten. Es wird oft verwendet, um verengte oder blockierte Blutgefäße zu behandeln.

2. Ablagerungen: Ablagerungen beziehen sich auf Ansammlungen von Substanzen (z. B. Fett, Kalzium oder Cholesterin) in den Wänden von Blutgefäßen. Sie können die Gefäße verengen oder blockieren, was die Durchblutung einschränkt und zu verschiedenen Erkrankungen führen kann.

3. Gewebestruktur: Die Gewebestruktur beschreibt den Aufbau von biologischem Gewebe, einschließlich der Anordnung und Beschaffenheit von Zellen und sonstigen gewebeartigen Komponenten. Sie beeinflusst die Reflexion und Absorption von Schall in der Sonografie.

4. Rote Blutkörperchen: Rote Blutkörperchen (Erythrozyten) sind Zellen im Blut, die Sauerstoff von der Lunge zu den Körperzellen transportieren. Sie sind die Hauptreflektoren des Schalls in der Dopplersonografie, wodurch Blutflüsse sichtbar gemacht werden können.

Rechenaufgabe 1:

Beschreibe, wie man an der Zeit, die zwischen Blitz und Donner liegt, die Entfernung eines Gewitters abschätzen kann.

Antwort:

Wenn man gemäß $d = c \cdot t$ die Schallgeschwindigkeit c (in Luft bei 20°C beträgt sie ca. 340 m/s) mit der gemessenen Zeit t (in Sekunden) multipliziert, erhält man die Entfernung d in Metern. Da 340 Meter in etwa ein Drittel eines Kilometers ist, so entspricht die Entfernung in Kilometer ca. der gemessenen Zeit dividiert durch 3:

$$d = 0,34 \text{ km/s} \cdot t \approx t/3 \text{ km/s}$$

Rechenaufgabe 2:

Auf der Meeresoberfläche wird eine Sprengladung gezündet. Bestimme, wie weit der Beobachter oder die Beobachterin vom Explosionszentrum entfernt ist, wenn sich die Laufzeiten des Schalls in Luft und Wasser um 12 Sekunden unterscheiden? $c(\text{Luft}) = 340$ m/s, $c(\text{Wasser}) = 1\,480$ m/s

Antwort:

Da der Schall in Wasser früher ankommt, ist die Differenz Δt der Laufzeiten gegeben durch:

$$\Delta t = t_L - t_W = 12 \text{ s} \Rightarrow t_L = t_W + 12$$

($t_{L/W}$... Laufzeiten des Schalls in Luft/Wasser)

Die Entfernung d ergibt sich aus:

$$d = c_W \cdot t_W = c_L \cdot t_L$$

($c_{L/W}$... Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls in Luft/Wasser)

Wir setzen nun t_L und die gegebenen Werte in die Gleichung ein:

$$1\,480 \text{ m/s} \cdot t_W = 340 \text{ m/s} \cdot (t_W + 12)$$

Und lösen für t_W :

$$t_W \approx 3,58 \text{ s}$$

Zuletzt setzen wir diesen Wert in obige Formel für die Entfernung ein:

$$d = 1\,480 \text{ m/s} \cdot 3,58 \text{ s} \approx 5\,300 \text{ m}$$

Der Beobachter oder die Beobachterin ist etwa 5 300 Meter bzw. 5,3 Kilometer vom Explosionszentrum entfernt.

Rechenaufgabe 3:

Die Schallwellen, die durch Sprache oder Musik hervorgerufen werden, liegen in einem Frequenzbereich von 50 bis 5 000 Hz. Welchem Wellenlängenbereich entspricht dies

- in Luft ($c = 340 \text{ m/s}$),
- in Wasser ($c = 1\,480 \text{ m/s}$)?
- Welche Wellenlängen ergeben sich insbesondere für 440 Hz?

Antwort:

Die **Wellenlänge λ** berechnet sich nach:

$$\lambda = c/f$$

(c ... Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls im gegebenen Medium, f ... Frequenz)

a) in Luft ($c = 340 \text{ m/s}$):

Für 50 Hz:

$$\lambda_{L,50\text{Hz}} = \frac{340 \text{ m/s}}{50 \text{ s}^{-1}} = 6,8 \text{ m}$$

Für 5 000 Hz (5 kHz):

$$\lambda_{L,5\text{kHz}} = \frac{340 \text{ m/s}}{5\,000 \text{ s}^{-1}} = 0,068 \text{ m} = 6,8 \text{ cm}$$

Dies entspricht einem Wellenlängenbereich von 6,8 Zentimeter bis 6,8 Meter.

b) in Wasser ($c = 1\,480 \text{ m/s}$):

Für 50 Hz:

$$\lambda_{W,50\text{Hz}} = \frac{1\,480 \text{ m/s}}{50 \text{ s}^{-1}} = 29,6 \text{ m}$$

Für 5 000 Hz (5 kHz):

$$\lambda_{W,5\text{kHz}} = \frac{1\,480 \text{ m/s}}{5\,000 \text{ s}^{-1}} = 0,296 \text{ m} = 29,6 \text{ cm}$$

Dies entspricht einem Wellenlängenbereich von 29,6 Zentimeter bis 29,6 Meter.

c) für 440 Hz (Kammerton a^1):

in Luft:

$$\lambda_{L,440\text{Hz}} = \frac{340 \text{ m/s}}{440 \text{ s}^{-1}} \approx 0,77 \text{ m} = 77 \text{ cm}$$

in Wasser:

$$\lambda_{W,440\text{Hz}} = \frac{1\,480 \text{ m/s}}{440 \text{ s}^{-1}} \approx 3,36 \text{ m}$$

Für Luft ergibt sich bei 440 Hz eine Wellenlänge von etwa 77 Zentimeter und für Wasser etwa 3,36 Meter.

Zusatz: Zu Beginn eines Konzerts stimmen die Musiker eines Orchesters ihre Instrumente auf den Kammerton ($a^1 = 440 \text{ Hz}$), um u.a. unangenehm empfundene akustische Schwingungen durch geringfügig verschobene Frequenzen (Tonhöhen) zu vermeiden.

Rechenaufgabe 4:

Du besitzt einen Wecker, der gerade laut genug ist, um dich zu wecken. Nimm an, du erleidest einen Hörverlust von 10 dB. Ermittle, wie viele solche Wecker du dann brauchen würdest, um geweckt zu werden.

Antwort:

Die Lautstärke L in Dezibel (dB) hängt logarithmisch von der Schallintensität I ab:

$$L = 10 \cdot \log_{10}(I/I_0)$$

Wobei $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ der Hörschwelle entspricht.

Der logarithmische Zusammenhang zwischen Intensität und Schallpegel besagt, dass sich bei einer Vergrößerung der Intensität um den Faktor 10 die Anzahl der Dezibel um 10 erhöht.

Ein Hörverlust von 10 dB bedeutet, dass die neue Intensität I' also zehnmal so groß sein muss:

$$I' = 10 \cdot I$$

Um die benötigte Intensität I' zu erreichen, werden demnach 10 identische Wecker benötigt, da sich die Intensitäten addieren.

Rechenaufgabe 5:

Wie tief ist an einer Stelle das Meer, wenn dort bei der Echolotung 4 s nach Aussendung des Knalls das Echo empfangen wurde? ($c = 1\,480 \text{ m/s}$)

Antwort:

Da das Echo zweimal die Tiefe durchläuft (Hin- und Rückweg), gilt:

$$2 \cdot d = c \cdot t \Rightarrow d = \frac{c \cdot t}{2}$$

Einsetzen der Werte:

$$d = \frac{1\,480 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s}}{2} = 2\,960 \text{ m}$$

Das Meer ist an der Stelle somit 2 960 Meter tief.

Rechenaufgabe 6:

Ein Blauwal ($m = 120\,000 \text{ kg}$) wird bis zu 30 m lang. Er kann mit einer Geschwindigkeit von ca. 20 km/h schwimmen. Die Sichtweite unter Wasser beträgt aber nur etwa 3 m.

- Berechne die kinetische Energie des schwimmenden Wals.
- Mit welcher Geschwindigkeit müsste ein Auto ($m = 900 \text{ kg}$) fahren, damit seine kinetische Energie gleich wäre?
- Diskutiere, wie sich ein Blauwal bei dieser geringen Sichtweite orientieren kann.

Antwort:

a) Kinetische Energie des Wals:

Die kinetische Energie E_{kin} ist gegeben durch:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

(m ... Masse des Wals, v ... Schwimmgeschwindigkeit des Wals)

Umrechnung von km/h in m/s: $v = 20 \text{ km/h} \cdot \frac{1000}{3600} \approx 5,56 \text{ m/s}$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot 120\,000 \text{ kg} \cdot (5,56 \text{ m/s})^2 \approx 1,85 \cdot 10^6 \text{ J}$$

b) Geschwindigkeit des Autos ($m = 900 \text{ kg}$):

Wir formen zuerst die Formel für die kinetische Energie nach der Geschwindigkeit v um:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}}$$

Einsetzen ergibt:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,85 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2}{900 \text{ kg}}} \approx \mathbf{64,2 \text{ m/s}}$$

Das Auto müsste ca. 64,2 m/s (~ 231 km/h) schnell fahren, damit dessen kinetische Energie der des schwimmenden Wals entspricht.

c) Orientierung des Blauwals: Der Blauwal orientiert sich mithilfe des Echolotverfahrens (Echoortung). Er sendet Ultraschallwellen aus, die an Hindernissen reflektiert werden, und interpretiert die zurückkehrenden Echos, um Entfernungen abzuschätzen.

Rechenaufgabe 7:

Eine Violine hat eine Länge von 50 cm und schwingt mit 440 Hz. Wo muss die Saite niedergedrückt werden, damit die Frequenz auf 550 Hz ansteigt?

Antwort:

440 Hz entspricht der **Grundfrequenz** (Grundton) f_1 der Violine.

Das Verhältnis der Grundfrequenz zu der **Länge l der Saite** und der

Ausbreitungsgeschwindigkeit c ist durch folgende Formel gegeben:

$$f_1 = \frac{c}{2 \cdot l}$$

Formen wir nun nach c um und setzen die gegebenen Werte ein, so erhalten wir:

$$c = f_1 \cdot 2 \cdot l = 440 \text{ s}^{-1} \cdot 2 \cdot 0,5 \text{ m} = 440 \text{ m/s}$$

Um die Stelle l' zu bestimmen, wo die Saite niedergedrückt werden muss um die neue Frequenz $f_2 = 550 \text{ Hz}$ zu erhalten, können wir die obige Formel der Grundfrequenz nach l' umformen:

$$l' = \frac{c}{2 \cdot f_2} = \frac{440 \text{ m/s}}{2 \cdot 550 \text{ s}^{-1}} = \mathbf{0,4 \text{ m}}$$

Die Saite muss demnach bei 40 cm gedrückt werden, um einen Grundton von 550 Hz zu erhalten.

Rechenaufgabe 8:

Kann ein musikalischer Mensch die Geschwindigkeit eines Autos, das an ihm vorbeifährt, bestimmen? Nimm an, der Ton einer Hupe ändert sich beim Vorbeifahren um eine Terz. Welche Geschwindigkeit hätte das Auto?

Antwort:

Beim Vorbeifahren ändert sich die wahrgenommene Hupfrequenz von:

$$f_{1,M} = \frac{f_H}{1 - \frac{v_A}{c}} \quad \text{zu} \quad f_{2,M} = \frac{f_H}{1 + \frac{v_A}{c}}$$

Bewegung zum Menschen hin

Bewegung vom Menschen weg

(v_A ...Geschwindigkeit des Autos relativ zum Menschen,

f_H ...Frequenz des Huptons, f_M ... Frequenz, welche der Mensch wahrnimmt,

c ...Geschwindigkeit des Schalls relativ zur Luft)

Angenommen es handelt sich um die große Terz mit einem Frequenzverhältnis von 5/4:

Für dieses Verhältnis wird der höhere Ton (höhere Frequenz) durch den tieferen Ton dividiert.

Da nun das Auto (und damit der Ton der Hupe) eine höhere wahrgenommene Frequenz bei der Fahrt zum Menschen hat, nehmen wir das entsprechende Frequenzverhältnis und setzen es gleich dem Frequenzverhältnis des (großen) Terz:

$$\frac{f_{1,M}}{f_{2,M}} = \frac{5}{4} = \frac{\left(1 + \frac{v_A}{c}\right)}{\left(1 - \frac{v_A}{c}\right)}$$

Stellen wir nach v_A um, so ergibt sich:

$$v_A = \frac{c}{9} = \frac{340 \text{ m/s}}{9} \approx 37,8 \text{ m/s}$$

Das Auto hätte folglich eine Geschwindigkeit von etwa 37,8 m/s bzw. 136 km/h.

Rechenaufgabe 9:

Welche Blutgeschwindigkeit ergibt sich mittels Dopplersonografie aus folgenden Werten: Schallfrequenz 5 MHz, Frequenzänderung

- a) 50 Hz,
- b) 10 kHz?

Antwort:

Für die Geschwindigkeit des Blutes v_B aus der Dopplersonografie gilt folgende Formel:

$$v_B = \frac{\Delta f \cdot c}{2 \cdot f_Q}$$

(f_Q ... Ultraschallfrequenz des Messgeräts, c ... Schallgeschwindigkeit im Blut (ca. 1 500 m/s),
 Δf ... Frequenzverschiebung/-änderung des Signals)

Erinnerung: 1 kHz = $1 \cdot 10^3$ Hz, 1 MHz = $1 \cdot 10^6$ Hz

Für eine Frequenzänderung von a) 50 Hz:

$$v_{B,50\text{Hz}} = \frac{50 \text{ s}^{-1} \cdot 1\,500 \text{ m/s}}{2 \cdot (5 \cdot 10^6) \text{ s}^{-1}} = 0,0075 \text{ m/s} = 7,5 \text{ mm/s}$$

Für eine Frequenzänderung von a) 10 kHz:

$$v_{B,10\text{kHz}} = \frac{10\,000 \text{ s}^{-1} \cdot 1\,500 \text{ m/s}}{2 \cdot (5 \cdot 10^6) \text{ s}^{-1}} = 1,5 \text{ m/s}$$

Bei einer Frequenzänderung von $\Delta f = 50$ Hz ergibt sich eine Blutgeschwindigkeit von 7,5 mm/s und bei $\Delta f = 10$ kHz eine Blutgeschwindigkeit von 1,5 m/s.