LÖSUNG ZU 19:

a) 1)
Eine quadratische Gleichung mit einer Diskriminante D = 0 besitzt eine reelle Nullstelle (Doppelnullstelle). Zählt man aber die mehrfach auftretenden Lösungen entsprechend ihrer Vielfachheit, gibt es zwei reelle Lösungen, die allerdings gleich sind.
Eine quadratische Gleichung mit einer positiven Diskriminante besitzt zwei unterschiedliche reelle Nullstellen.
Eine quadratische Gleichung mit einer negativen Diskriminante besitzt keine reelle Nullstelle.

Das Produkt dieser Gleichungen besitzt also vier reelle Nullstellen, wobei allerdings eine Doppelnullstelle vorliegt.

Die zutreffenden Aussagen sind daher D und E.

b) 1)

$x^4 - (9a^2 + 1)x^2 + 9a^2 = 0$ $\quad$ $x^4 = u^2$
$u^2 - (9a^2 + 1)u + 9a^2 = 0$ $\quad$ $p = -(9a^2 + 1) = -9a^2 - 1$ $\quad$ $q = 9a^2$

$$u_{1,2} = -\frac{-9a^2-1}{2} \pm \sqrt{\frac{(-9a^2-1)^2}{4} - 9a^2}$$

$$u_{1,2} = -\frac{-9a^2-1}{2} \pm \sqrt{\frac{(9a^2+1)^2}{4} - 9a^2}$$

$$u_{1,2} = -\frac{-9a^2-1}{2} \pm \sqrt{\frac{81a^4+18a^2+1}{4} - \frac{36a^2}{4}}$$

$$u_{1,2} = -\frac{-9a^2-1}{2} \pm \sqrt{\frac{81a^4-18a^2+1}{4}}$$

$$u_{1,2} = \frac{9a^2+1}{2} \pm \sqrt{\frac{(9a^2-1)^2}{4}}$$

$$u_{1,2} = \frac{9a^2+1}{2} \pm \frac{9a^2-1}{2}$$

$$u_1 = \frac{9a^2+1}{2} + \frac{9a^2-1}{2} = \frac{18a^2}{2} = 9a^2 \qquad x_{1,2} = \pm\sqrt{9a^2} = \pm 3a$$

$$u_1 = \frac{9a^2+1}{2} - \frac{9a^2-1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \qquad x_{3,4} = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

c) 1)

$N_1 = (-2|0)$ $\quad$ einfache Nullstelle, x-Achse wird geschnitten
$N_{2,3} = (3|0)$ $\quad$ Doppelnullstelle, x-Achse wird berührt
$N_4 = (5|0)$ $\quad$ einfache Nullstelle, x-Achse wird geschnitten

d) 1)

Der Schüler hat nicht Recht. Die Funktion hat zwar nur drei Nullstellen, es sind aber zwei einfache Nullstellen und eine Doppelnullstelle (siehe c)1)).