Thema: Binomialverteilung bei einer Stichprobe ohne Zurücklegen		Grundkompetenz: WS 3.2
Name:	**Schwierigkeitsgrad: mittel**	**Klasse:**

1. Eine Lieferung von 1000 Glühbirnen umfasst 80 defekte. Zur Qualitätskontrolle werden 30 Stück der Lieferung entnommen und auf ihre Funktionstüchtigkeit überprüft. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der defekten Gühbienen an.
   a. Gib die Wahrscheinkeit p an, dass bei der Auswahl einer Glühbirne eine defekte gezogen wird.

   b. Begründe durch Anwenden der Faustregel, dass zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten die Binomialverteilung verwendet werden darf.

   c. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Stichprobe von 30 Glübirnen 1) mindestens eine, 2) genau 5, 3) mindestens 10 und höchstens 12 defekt sind.

2. In einer Schachtel befinden sich 120 Kugelschreiber, von denen 30 einen Produktionsfehler aufweisen. Es werden sechs Kugelschreiber aus der Schachtel zufällig entnommen und überprüft. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der defekten Kugelschreiber an.
   a. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass 1) höchstens 3, 2) mindestens 5 defekte Kugelschreiber ausgewählt werden.

   b. Bestimme die Anzahl der Kugelschreiber, die ausgewählt werden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens einen defekten Kugelschreiber darunter zu finden, 90% übersteigt.

Thema: Lösungen - Binomialverteilung bei einer Stichprobe ohne Zurücklegen		**Grundkompetenz:** WS 3.2
Name:	**Schwierigkeitsgrad:** mittel	**Klasse:**

1. Eine Lieferung von 1000 Glühbirnen umfasst 80 defekte. Zur Qualitätskontrolle werden 30 Stück der Lieferung entnommen und auf ihre Funktionstüchtigkeit überprüft. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der defekten Gühbirnen an.

   a. Gib die Wahrscheinkeit p an, dass bei der Auswahl einer Glühbirne eine defekte gezogen wird.

   p = $\frac{80}{1000} = 0{,}08$

   b. Begründe durch Anwenden der Faustregel, dass zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten die Binomialverteilung verwendet werden darf.

   Es werden 30 Stück zufällig ausgewählt. Da $\frac{30}{1000} = 0{,}03 \leq 0{,}05$ ist, darf die Binomialverteilung angewendet werden.

   c. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Stichprobe von 30 Glübirnen 1) mindestens eine, 2) genau 5, 3) mindestens 10 und höchstens 12 defekt sind.

   1) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{30}{0} \cdot 0{,}08^0 \cdot 0{,}92^{30} \approx 0{,}918$

   2) $P(X = 5) = \binom{30}{5} \cdot 0{,}08^5 \cdot 0{,}92^{25} \approx 0{,}05807$

   3) $P(10 \leq X \leq 15) = \binom{30}{10} \cdot 0{,}08^{10} \cdot 0{,}92^{20} + \binom{30}{11} \cdot 0{,}08^{11} \cdot 0{,}92^{19} + \binom{30}{12} \cdot 0{,}08^{12} \cdot 0{,}92^{18} + \cdots \approx 0{,}00007$

2. In einer Schachtel befinden sich 120 Kugelschreiber, von denen 30 einen Produktionsfehler aufweisen. Es werden sechs Kugelschreiber aus der Schachtel zufällig entnommen und überprüft. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der defekten Kugelschreiber an.

   a. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass 1) höchstens 3, 2) mindestens 5 defekte Kugelschreiber ausgewählt werden.

   $\frac{6}{120} = 0{,}05 \leq 0{,}05$, d.h. die Binomialverteilung darf verwendet werden. Es gilt $p = \frac{30}{120} = 0{,}25$

   1) $P(X \leq 3) = \binom{6}{0} \cdot 0{,}25^0 \cdot 0{,}75^6 + \binom{6}{1} \cdot 0{,}25^1 \cdot 0{,}75^5 + \binom{6}{2} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^4 + \binom{6}{3} \cdot 0{,}25^3 \cdot 0{,}75^3 \approx 0{,}962$

   2) $P(X \geq 5) = \binom{6}{5} \cdot 0{,}25^5 \cdot 0{,}75^1 + \binom{6}{6} \cdot 0{,}25^6 \cdot 0{,}75^0 \approx 0{,}00464$

   b. Bestimme die Anzahl der Kugelschreiber, die ausgewählt werden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit, mindestens einen defekten Kugelschreiber darunter zu finden, 90% übersteigt.

   $1 - 0{,}75^n \geq 0{,}9 \;\rightarrow\; 0{,}75^n \leq 0{,}1 \;\rightarrow\; n \geq \frac{\ln(0{,}1)}{\ln(0{,}75)} = 8{,}0039 \ldots$

   Es müssen mind. 9 Kugelschreiber entnommen werden.