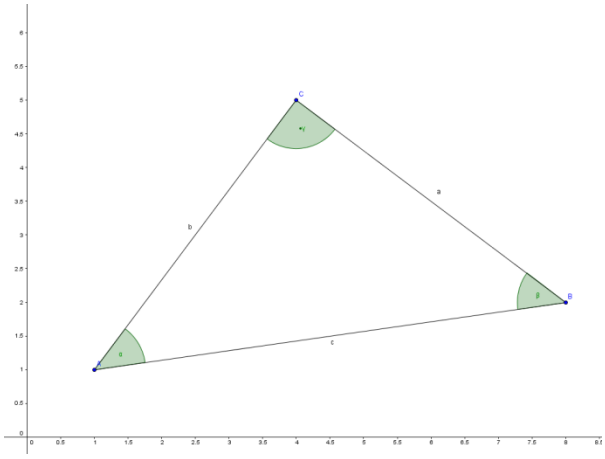
LÖSUNG ZU 1129a:



(1)
Mache zuerst eine Skizze, um dir zu überlegen welche Winkel sich mit welchen Vektoren berechnen lassen.

Um die gesuchten Winkel zu berechnen, werden zuerst die einzelnen Vektoren sowie deren Längen berechnet. Anschließend wird in die Vektor-Winkel-Formel eingesetzt:

$$\overrightarrow{AB} = B - A = \begin{pmatrix}8\\2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}7\\1\end{pmatrix}$$
$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$$
$$\overrightarrow{AC} = C - A = \begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$
$$\overrightarrow{BA} = A - B = \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}8\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-7\\-1\end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{BA}\right| = \sqrt{(-7)^2 + (-1)^2} = \sqrt{50}$$
$$\overrightarrow{BC} = C - B = \begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}8\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|} = \frac{\begin{pmatrix}7\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}}{\sqrt{50}\cdot 5} = \frac{25}{5\cdot\sqrt{50}} \quad \rightarrow \quad \alpha = 45°$$
$$\cos(\beta) = \frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BC}\right|} = \frac{\begin{pmatrix}-7\\-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}}{\sqrt{50}\cdot 5} = \frac{25}{5\cdot\sqrt{50}} \quad \rightarrow \quad \beta = 45°$$

Der dritte Winkel kann z. B. mit Hilfe der Winkelsumme berechnet werden:

$$\gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 45° - 45° = 90°$$

(2)

Aufgrund der Ergebnisse von 1 handelt es sich um ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck.

(3)
Der Flächeninhalt kann z. B. wie folgt berechnet werden:

$$A = \frac{b\cdot c\cdot\sin(\alpha)}{2} = \frac{\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\sin(\alpha)}{2} = \frac{5\cdot\sqrt{50}\cdot\sin(45)}{2} = 12{,}5$$

oder da dies ein rechtwinkeliges Dreieck ist: $A = \frac{a\cdot b}{2} = \frac{5\cdot 5}{2} = 12{,}5$

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2022. | www.oebv.at | Lösungswege 5 SB | ISBN: 978-3-209-11493-8
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.