

LÖSUNG ZU 272:

a)

1) $z = -6 + 8i$

$$r = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$\tan(\varphi_1) = \frac{8}{-6} \rightarrow \varphi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{8}{-6}\right) \approx -53,18 \rightarrow \varphi = 180^\circ + \varphi_1 \approx 126,87^\circ$$

$$r \cdot (\cos(\varphi) + i \cdot \sin(\varphi)) = r \cdot e^{i \cdot \varphi}$$

Da $z = -6 + 8i = 10 \cdot e^{i \cdot 126,87^\circ}$ gilt, ist Aussage E richtig.

b)

1) $e^{i \cdot \pi} = \cos(\pi) + i \cdot \sin(\pi) = -1 + i \cdot 0 = -1 \rightarrow e^{i \cdot \pi} + 1 = 0$

c)

1) $(\cos(\varphi) + i \cdot \sin(\varphi))^n = (e^{i \cdot \varphi})^n = e^{i \cdot (\varphi \cdot n)} = \cos(\varphi \cdot n) + i \cdot \sin(\varphi \cdot n)$

2) Für $z = 1 + i$ gilt:

$$r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{1}{1} = 1 \rightarrow \varphi = \tan^{-1}(1) = 45^\circ$$

$$(1 + i)^8 = (\sqrt{2})^8 \cdot (\cos(45^\circ \cdot 8) + i \cdot \sin(45^\circ \cdot 8)) = 16 \cdot (1 + i \cdot 0) = 16$$

