

Ich kann die Definitionen des Differenzenquotienten und des Differentialquotienten wiedergeben und Differenzenquotienten und Differentialquotienten mithilfe der Änderungsrate argumentieren.

- c 1 Vervollständige den Satz, sodass eine mathematisch richtige Aussage entsteht. Wähle dazu die richtigen Satzteile aus.

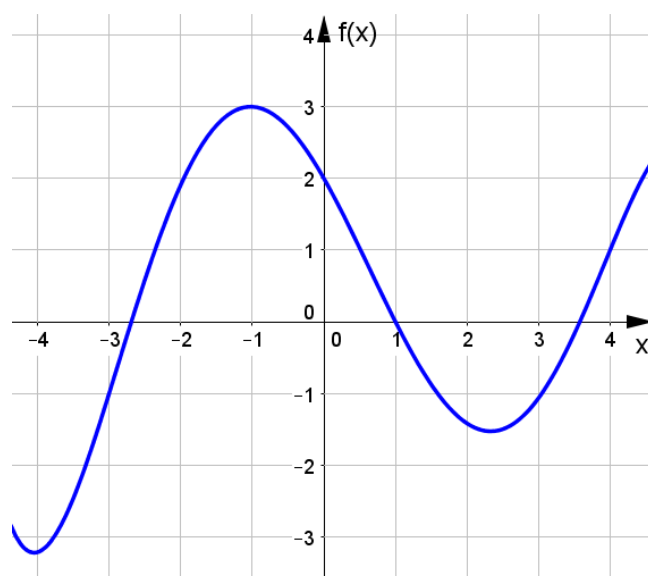
Der Differenzenquotient $\frac{f(u) - f(v)}{u - v}$ einer Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ I. kann als II. interpretiert werden.

I.
a. im Punkt $(u f(u))$
b. im Intervall $[u, v]$
c. an der Stelle u

II.
a. Tangentensteigung
b. lokale Änderungsrate
c. Sekantensteigung

- c 2 Kreuze an, welche Aussage auf den Graphen der abgebildeten Funktion zutrifft.

- A Der Differentialquotient an der Stelle 2 ist größer als der Differentialquotient an der Stelle -2.
- B Der Differenzenquotient über dem Intervall $[-2; 0]$ ist 1.
- C $f'(1) = 0$.
- D Der Differentialquotient an der Stelle 1 ist kleiner als der Differenzenquotient über dem Intervall $[-3; 2]$.
- E Der Differenzenquotient an der Stelle $x = 3$ ist positiv.

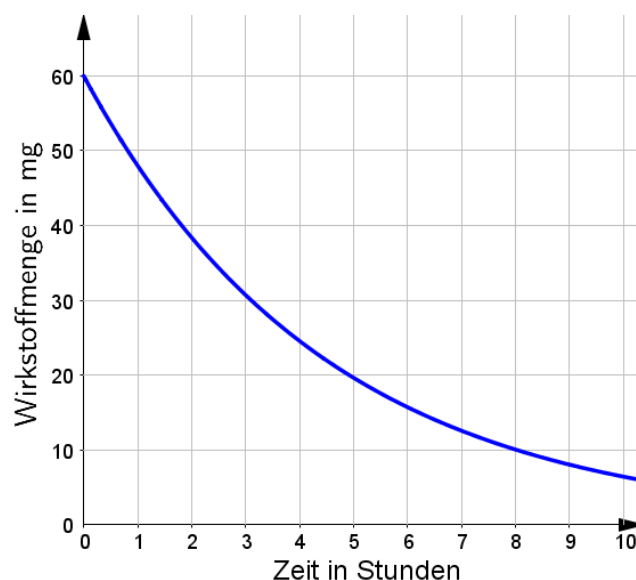


- c, D 3 Ein Medikament enthält 60mg eines Wirkstoffes. Nach Einnahme wird der Wirkstoff im Körper abgebaut. Die Abbildung zeigt die im Körper vorhandene Wirkstoffmenge $w(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t .

- a. Bestimme aus dem abgebildeten Graphen den Differenzenquotienten über dem Intervall $[0; 8]$.
- b. Interpretiere die Bedeutung des Differenzenquotienten aus Aufgabe a. im Sachzusammenhang.
- c. Interpretiere den Ausdruck

$$\lim_{b \rightarrow 3} \frac{w(b) - w(3)}{b - 3} = -6,85$$

im Sachzusammenhang.



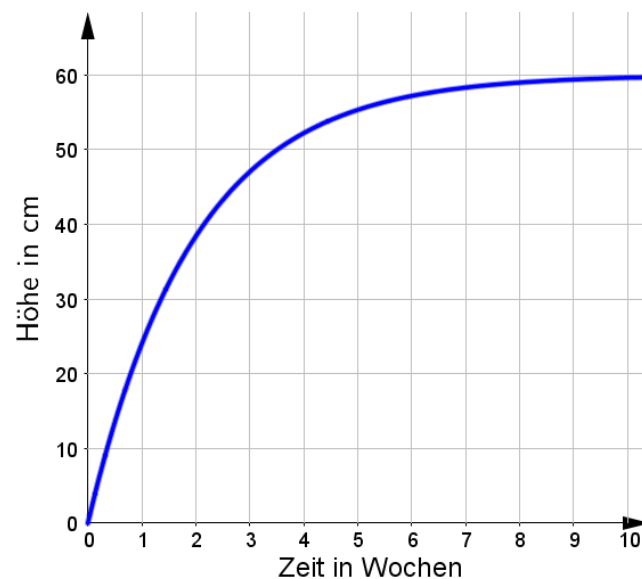
Ich kann die Definitionen des Differenzenquotienten und des Differentialquotienten wiedergeben und Differenzenquotienten und Differentialquotienten mithilfe der Änderungsrate argumentieren.

- C, D 4 Im Botanischen Garten wird das Wachstumsverhalten einer neuen Pflanze dokumentiert. Im abgebildeten Graphen ist die Höhe der Pflanze nach t Wochen dargestellt.

a. Zeichne die Tangente an der Stelle $t = 2$ ein und ermittle näherungsweise die Steigung dieser Tangente.

b. Interpretiere die Bedeutung der in Aufgabe a. ermittelten Tangentensteigung im Sachzusammenhang.

c. Die durchschnittliche Wachstumsgeschwindigkeit der Pflanze beträgt in den ersten 4 Wochen etwa 13cm/Woche. Erkläre, wie man diesen Sachverhalt graphisch veranschaulichen kann.



- C 5 Gegeben ist eine Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Kreuze an, welcher der fünf Ausdrücke die durchschnittliche Änderungsrate von f im Intervall $[4, 5]$ angibt.

A $\frac{f(5) - f(4)}{4 - 5}$

B $f(5) - f(4)$

C $\frac{f(5)}{f(4)}$

D $\lim_{b \rightarrow 5} \frac{f(b) - f(5)}{b - 5}$

E $\frac{f'(5) - f'(4)}{5 - 4}$

- C 6 Gegeben ist eine Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Kreuze an, welcher der fünf Ausdrücke die lokale Änderungsrate von f an der Stelle 5 angibt.

A $f(5)$

B $\lim_{b \rightarrow 5} f(5) - f(b)$

C $\frac{f(5)}{5}$

D $\lim_{b \rightarrow 5} \frac{f(b) - f(5)}{b - 5}$

E $\lim_{5 \rightarrow b} \frac{f(5) - f(b)}{b - 5}$

- B, C 7 Ein Webadministrator lässt sich die Zugriffsstatistik einer Website anzeigen. Die Daten sind in der nebenstehenden Tabelle dargestellt.

a. Interpretiere den Quotienten $\frac{3499 - 1048}{2}$ im Sachzusammenhang.

b. Berechne die mittlere Änderungsrate der Seitenaufrufe pro Tag zwischen 01.03.2017 und 29.03.2017.

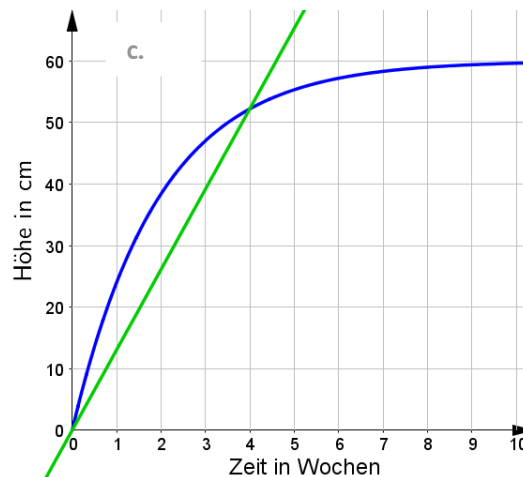
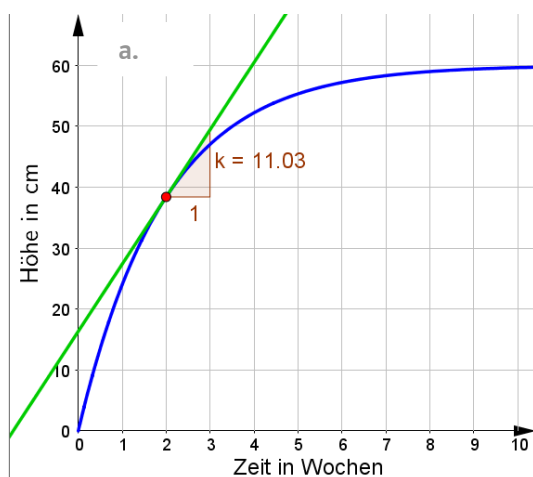
Datum	gesamt Anzahl der Seitenaufrufe
01.03.2017	1048
08.03.2017	2971
15.03.2017	3499
22.03.2017	5620
29.03.2017	7212
05.04.2017	9124

Lösungen zu:

Ich kann die Definitionen des Differenzenquotienten und des Differentialquotienten wiedergeben und Differenzenquotienten und Differentialquotienten mithilfe der Änderungsrate argumentieren.

- 1 Der Differenzenquotient $\frac{f(u) - f(v)}{u - v}$ einer Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ I. b. im Intervall $[u; v]$ kann als II. c. Sekantensteigung interpretiert werden.
- 2 richtige Aussage: . Begründung: Der Differentialquotient an der Stelle 1 ist die Tangentensteigung an der Stelle 1. Diese Steigung ist negativ. Der Differenzenquotient über dem Intervall $[-3; 2]$ ist aber positiv.
- falsch. Begründung: Der Differentialquotient (= Steigung der Tangente) bei $x = 2$ ist negativ, bei $x = -2$ aber positiv.
- falsch. Begründung: Der Differenzenquotient über dem Intervall $[-2; 0]$ (= Steigung der Sekante durch die Punkte $(-2|2)$ und $(0|2)$ ist 0, da die Sekante waagrecht verläuft.
- falsch. Begründung: $f'(1)$ gibt die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 1$ an und diese Steigung ist negativ.
- falsch. Begründung: Der Differenzenquotient kann nur über einem Intervall berechnet werden, nicht an einer Stelle.
- 3 a. $\frac{w(8) - w(0)}{8} = \frac{10 - 60}{8} = -6,25$
- b. Der Differenzenquotient gibt die durchschnittliche Abbaugeschwindigkeit des Wirkstoffs im Körper an. Die Wirkstoffmenge im Körper nimmt um durchschnittlich 6,25mg/h ab.
- c. Der Ausdruck $\lim_{b \rightarrow 3} \frac{w(b) - w(3)}{b - 3} = -6,85$ gibt die momentane Abbaurate zum Zeitpunkt $t = 3$ an. Die momentane Abbaugeschwindigkeit nach 3 Stunden beträgt etwa 6,85mg/h.

- 4 a. Steigung der Tangente: $k \approx 11$.
- b. Die Tangentensteigung gibt die lokale Änderungsrate der Pflanzhöhe bei $t = 2$ bzw. die momentane Wachstumsgeschwindigkeit nach 2 Wochen an. Diese beträgt etwa 11cm/Woche.
- c. Die durchschnittliche Wachstumsgeschwindigkeit in den ersten 4 Wochen entspricht der Steigung der Sekante durch die Punkte $(0|f(0))$ und $(4|f(4))$.



5 $f(5) - f(4)$

6 $\lim_{b \rightarrow 5} \frac{f(b) - f(5)}{b - 5}$

- 7 a. Der Differenzenquotient $\frac{3499 - 1048}{2}$ gibt die durchschnittliche Aufruftrate der Website pro Woche im Zeitraum 01.03.2017 und 15.03.2017 an

Lösungen zu:

Ich kann die Definitionen des Differenzenquotienten und des Differentialquotienten wiedergeben und Differenzenquotienten und Differentialquotienten mithilfe der Änderungsrate argumentieren.

- b. mittlere Änderungsrate der Seitenaufrufe pro Tag im Zeitraum 01.03.2017 und 29.03.2017:

$$\frac{7212 - 1048}{29 - 1} \approx 220 \text{ Seitenaufrufe/Tag.}$$