2 ZAHLEN UND ZAHLENMENGEN

W 2.01 Was sind natürliche, ganze, rationale, irrationale bzw. reelle Zahlen? Wie hängen die dazugehörigen Mengen miteinander zusammen?

W 2.02 Warum kann nicht jedem Punkt der Zahlengeraden eine rationale Zahl zugeordnet werden?

W 2.03 Welchen Abstand haben die den Zahlen x und y entsprechenden Punkte einer Zahlengeraden?

W 2.04 Welcher Zahl entspricht auf der Zahlengeraden der Pfeil von x nach y, welcher Zahl jener von y nach x?

W 2.05 Welche reellen Zahlen lassen sich in Bruchdarstellung angeben, welche nicht?

W 2.06 Welche reellen Zahlen lassen sich in Dezimaldarstellung angeben? Was lässt sich über die Dezimaldarstellung rationaler bzw. irrationaler Zahlen aussagen?

W 2.07 Wie ist $|a|$ definiert?

W 2.08 Was versteht man unter einem endlichen Intervall, was unter einem unendlichen Intervall?

W 2.09 Erläutere die Rundungskonvention!

W 2.10 Was lässt sich über a aussagen, wenn $a = b \pm c$ gilt?

W 2.11 Was versteht man unter 10^n bzw. 10^{-n} mit $n \in \mathbb{N}^*$? Was ergibt 10^0?

W 2.12 Was ist der Unterschied zwischen der Festkommadarstellung und der normierten Gleitkommadarstellung? Erläutere beide Darstellungen!

W 2.01 Die Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen besteht aus den Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, …
Die Menge $\mathbb{Z}$ der ganzen Zahlen besteht aus den Zahlen … –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, …
Die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen besteht aus jenen Zahlen, die sich in der Form $\frac{z}{n}$ mit $z \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{N}^*$ darstellen lassen.
Die Menge $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen besteht aus jenen Zahlen, die den Punkten auf der Zahlengeraden entsprechen bzw. eine endliche oder unendliche Dezimaldarstellung aufweisen.
Die Menge $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ der irrationalen Zahlen besteht aus jenen Zahlen, die sich nicht in Bruchdarstellung angeben lassen.
Es gilt: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

W 2.02 Es gibt Punkte auf der Zahlengeraden, die sich durch Konstruktion darstellen lassen wie zB $\sqrt{2}$, die keine Element der Menge $\mathbb{Q}$ sind. Die rationalen Zahlen füllen die Zahlengerade nicht lückenlos aus.

W 2.03 $|x - y| = |y - x|$

W 2.04 $y - x$ bzw. $x - y$

W 2.05 Die rationalen Zahlen lassen sich in Bruchdarstellung angeben, die irrationalen Zahlen nicht.

W 2.06 Alle reellen Zahlen besitzen eine Dezimaldarstellung. Die Dezimaldarstellung einer rationalen Zahl ist endlich oder periodisch, die einer irrationalen Zahl ist unendlich, aber nicht periodisch.

W 2.07 $|a| = \begin{cases} a, \text{ falls } a \geq 0 \\ -a, \text{ falls } a < 0 \end{cases}$

W 2.08 Endliche und unendliche Intervalle sind Teilmengen von $\mathbb{R}$.
Bei den endlichen Intervallen unterscheidet man ein beidseitig abgeschlossenes Intervall $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$, ein beidseitig offenes Intervall $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$, ein links abgeschlossenes und rechts offenes Intervall $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ und ein links offenes und rechts abgeschlossenes Intervall $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$.
Bei den unendlichen Intervallen unterscheidet man ein links abgeschlossenes Intervall $[a; \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$ von a bis unendlich, ein links offenes Intervall $(a; \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$ von a bis unendlich, ein rechts abgeschlossenes Intervall $(-\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$ von minus unendlich bis b und ein rechts offenes Intervall $(-\infty; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$ von minus unendlich bis b.

W 2.09 Ist die Ziffer rechts von der Stelle, auf die gerundet wird, kleiner als 5, wird abgerundet, ansonsten aufgerundet.

W 2.10 $a = b \pm c$ bedeutet $(b - c) \leq a \leq (b + c)$.

W 2.11 $10^n = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 10}_{\text{n Faktoren}}$; $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$; $10^0 = 1$

W 2.12 Der Festkommadarstellung einer Zahl entspricht die Dezimaldarstellung, bei der das Komma nach der Einerstelle des Zahlenwerts steht. Die normierte Gleitkommadarstellung hat die Form $m \cdot 10^k$ (mit $m \in \mathbb{Q}$, $k \in \mathbb{Z}$ und $1 \leq m < 10$).