

Selbstkontrolle – Abschnitt H – durchgerechnete Lösungen

DI 946 Schreibe den Zusammenhang als lineare Gleichung mit zwei Variablen auf. Gib an, wofür die Variablen stehen.

a) In einer Klasse gibt es fünf Mädchen mehr als Buben.

b) Marion kauft Briefmarken um 70 Cent und um 90 Cent. Sie bezahlt insgesamt 15,10 €.

a) Zuerst werden die Variablen definiert.

x....Anzahl der Mädchen

y....Anzahl der Buben

Da es um fünf Mädchen mehr als Buben sind, muss von der Anzahl der Mädchen 5 abgezogen werden: $x-5=y$

b) Zuerst werden die Variablen definiert.

x....Anzahl der 70 Cent-Briefmarken

y... Anzahl der 90 Cent-Briefmarken

Insgesamt bezahlt sie für die 70 Cent-Briefmarken $0,7x$ €.

Insgesamt bezahlt sie für die 90 Cent-Briefmarken $0,9y$ €.

Da sie insgesamt 15,10 € bezahlt, erhält man: $0,7x + 0,9y = 15,10$

DI 947 Kreuze die Lücken so an, dass eine richtige Aussage entsteht.

Eine Lösung der Gleichung ① ist ②.

①		②	
$-2x + 4y = 9$	☐	$(-1 3)$	☐
$3x - 8y = 10$	☐	$(-2 2)$	☐
$-2x - 5y = 10$	☐	$(-2 -2)$	☐

Hier setzt man die einzelnen Lösungen in die Gleichung ein und überprüft, ob man eine wahre Aussage erhält:

z.B. $(-1/3)$	$-2x + 4y = 9$	$-2 \cdot (-1) + 4 \cdot 3 = 9$	$14 = 9$ falsche Aussage
z.B. $(-1/3)$	$3x - 8y = 10$	$3 \cdot (-1) - 8 \cdot 3 = 10$	$-27 = 10$ falsche Aussage
z.B. $(-1/3)$	$-2x - 5y = 10$	$-2 \cdot (-1) - 5 \cdot 3 = 10$	$-13 = 10$ falsche Aussage
z.B. $(-2/-2)$	$-2x + 4y = 9$	$-2 \cdot (-2) + 4 \cdot (-2) = 9$	$-4 = 9$ falsche Aussage
z.B. $(-2/-2)$	$3x - 8y = 10$	$3 \cdot (-2) - 8 \cdot (-2) = 10$	$10 = 10$ wahre Aussage

Richtig sind daher (1) $3x - 8y = 10$ und (2) $(-2/-2)$

v 948 Begründe, dass $(0|0)$ Lösung jeder Gleichung der Form $ax + by = 0$ ist.

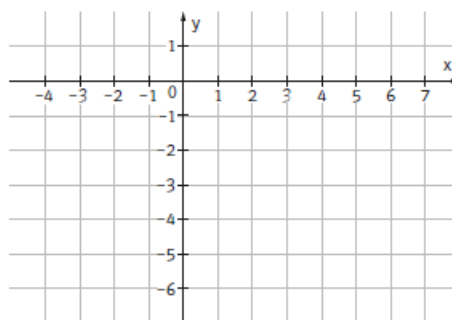
Setzt man $(0/0)$ in die Gleichung ein, erhält man eine wahre Aussage. Es gilt $a \cdot 0 + b \cdot 0 = 0$.

0 949

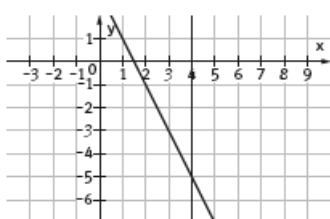
Zeichne die Lösungsmenge der zwei linearen Gleichungen in das Koordinatensystem ein.

a) $y = -2x + 3$

b) $x = 4$

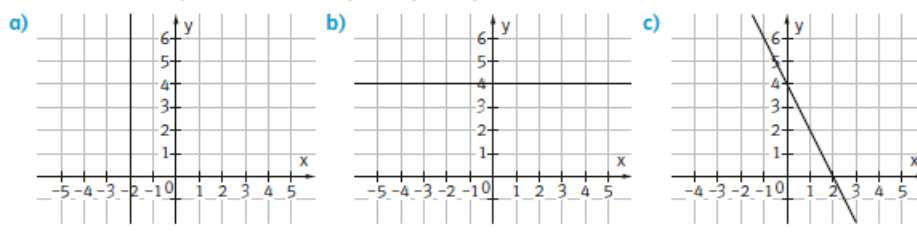


- a) Hier ist $k=-2$ und $d=3$. Man muss daher zuerst $d=3$ auf der y-Achse einzeichnen. Anschließend geht man eine Einheit nach rechts und 2 hinunter. Dann kann man die Gerade zeichnen (vgl. Abbildung).
- b) Hier zeichnet man eine Gerade parallel zur y-Achse bei $x=4$.



DI 950

Gib eine Gleichung an, deren Lösungsmenge dargestellt ist.



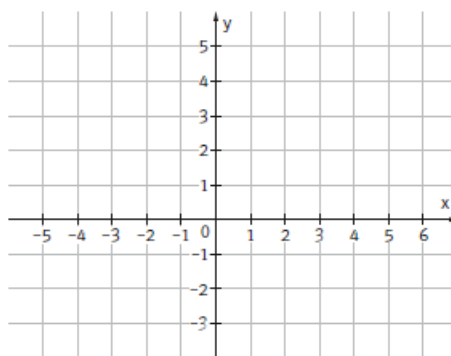
- a) Man erkennt, dass die Gerade parallel zur y-Achse ist. Der Wert für x ist durchgehend -2 . Die Gleichung lautet daher $x=-2$.
- b) Man erkennt, dass die Gerade parallel zur x-Achse ist. Der Wert für y ist durchgehend 4 . Die Gleichung lautet daher $y=4$.
- c) Hier kann man die Werte für k und d ablesen. Da die Gerade die y-Achse bei 4 schneidet ist $d=4$. Zeichnet man nun ein Steigungsdreieck ein, erhält man $k=-2$. Es gilt daher: $y=-2x+4$

951

Löse das Gleichungssystem graphisch und gib die Lösungsmenge an.

$$I: y = -2x + 3$$

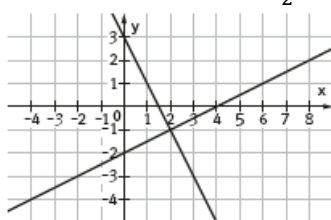
$$II: x - 2y = 4$$



Es werden beide Gleichungen auf die Form $y=kx+d$ umgeformt. Anschließend werden die Geraden mit einem Steigungsdreieck eingezeichnet.

$$I: y = -2x + 3 \quad \rightarrow k = -2, d = 3$$

$$II: x - 2y = 4 \quad \rightarrow y = \frac{x}{2} - 2 \quad \rightarrow k = \frac{1}{2}, d = -2$$



Der Schnittpunkt ist die Lösung des Gleichungssystems. $L = \{(2/-1)\}$

952

Gegeben sind drei lineare Gleichungen.

$$I: y = -2x + 4$$

$$II: y = -2x + 3$$

$$III: 4x + 2y = 8$$

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

Gleichung I und II besitzen unendlich viele gemeinsame Lösungen.	☐
Gleichung I und II besitzen genau eine gemeinsame Lösung.	☐
Gleichung I und III besitzen unendlich viele gemeinsame Lösungen.	☐
Gleichung II und III besitzen keine gemeinsame Lösung.	☐
Gleichung II und III besitzen genau eine gemeinsame Lösung.	☐

Zuerst betrachtet man bei allen Gleichungen k und d .

$$I: k = -2, d = 4$$

$$II: k = -2, d = 3$$

$$III: y = -2x + 4, k = -2, d = 4$$

I und II: Die linearen Funktionen besitzen die gleiche Steigung, aber unterschiedliche Werte für d . Die Graphen sind parallel. Das bedeutet I und II haben keine gemeinsame Lösung.

I und III: Die linearen Funktionen besitzen die gleiche Steigung und gleiche Werte für d . Die Graphen sind ident. Das bedeutet I und III besitzen unendlich viele gemeinsame Lösungen.

II und III: Die linearen Funktionen besitzen die gleiche Steigung, aber unterschiedliche Werte für d . Die Graphen sind parallel. Das bedeutet II und III haben keine gemeinsame Lösung.

Richtig sind daher die dritte und die vierte Aussage.

953

Erkläre in eigenen Worten, wie man herausfinden kann, wie viele Lösungen ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Variablen besitzen kann.

Z.B. Man kann beide Gleichungen auf die Form $y=kx+d$ bringen. Besitzen die beiden Geraden dann unterschiedliche Steigungen, dann gibt es genau eine Lösung für das Gleichungssystem.

Besitzen die beiden Geraden die gleiche Steigung und den gleichen Wert für d , dann gibt es unendlich viele Lösungen.

Besitzen die beiden Geraden die gleiche Steigung, aber haben einen unterschiedlichen Wert für d , dann sind die Geraden parallel und das Gleichungssystem hat keine Lösung.

954

Löse das Gleichungssystem mithilfe des Einsetzungsverfahrens.

$$\text{I: } 2x - y = 8$$

$$\text{II: } 4x + 3y = 11$$

Es wird die erste Gleichung auf $y=$ umgeformt:

$$\text{I: } 2x - y = 8 \quad | -2x \quad \quad \quad -y = -2x + 8 \quad \quad \quad | \cdot (-1) \quad \quad \quad y = 2x - 8$$

Dies wird nun in die zweite Gleichung eingesetzt:

$$\text{in II: } 4x + 3 \cdot (2x - 8) = 11$$

$$4x + 6x - 24 = 11$$

$$10x - 24 = 11 \quad | +24$$

$$10x = 35 \quad | :10 \quad \rightarrow x=3,5$$

$$\text{in I: } y = 2 \cdot 3,5 - 8 = -1 \quad \rightarrow L=\{(3,5/-1)\}$$

955

Löse das Gleichungssystem mithilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

$$\text{I: } 2x + y = 3$$

$$\text{II: } -3x + y = 8$$

Zuerst werden beide Gleichungen auf $y=$ umgeformt.

$$\text{I: } 2x + y = 3 \quad | -2x \quad \quad \quad y = 3 - 2x$$

$$\text{II: } -3x + y = 8 \quad \quad \quad | +3x \quad \quad \quad y = 3x + 8$$

Nun werden die beiden rechten Seiten der Gleichungen gleichgesetzt:

$$\text{I=II: } 3 - 2x = 3x + 8 \quad | +2x$$

$$3 = 5x + 8 \quad \quad \quad | -8$$

$$-5 = 5x \quad \quad \quad | :5$$

$$x = -1$$

$$\text{in I: } y = 3 + 2 = 5 \quad \rightarrow L=\{(-1/5)\}$$

0 **956** Löse das Gleichungssystem mithilfe des Additionsverfahrens.

$$I: -2x + 9y = -17$$

$$II: 4x + 12y = -56$$

$$I: -2x + 9y = -17 \quad | \cdot 2$$

$$II: 4x + 12y = -56$$

$$I: -4x + 18y = -34$$

$$II: 4x + 12y = -56$$

$$30y = -90 \quad | : 30$$

$$y = -3$$

$$\text{in I: } -2x - 27 = -17 \quad | +27$$

$$-2x = 10 \quad | : (-2) \quad x = -5$$

$$L = \{(-5/-3)\}$$

DI **957** Vier Tassen Kakao und fünf Tassen Tee kosten 10,30 €. Eine Tasse Tee ist um 10 Cent billiger als eine Tasse Kakao. Kreuze die beiden richtigen Gleichungen an, wenn x für den Preis einer Tasse Kakao (in €) und y für den Preis einer Tasse Tee steht (in €).

$5x + 4y = 10,30$	☐
$4x + 5y = 10,30$	☐
$y - x = 10$	☐
$y = x - 0,1$	☐
$y = 4x + 5$	☐

x....Preis für eine Tasse Kakao (in €)

y....Preis für eine Tasse Tee (in €)

Der Preis für vier Tassen Kakao: $4x$

Der Preis für fünf Tassen Tee: $5y$

Insgesamt bezahlt man 10,30 €. Dadurch erhält man die erste Gleichung:

$$I: 4x + 5y = 10,30$$

Da eine Tasse Tee um 10 Cent (=0,1 €) billiger ist, gilt:

$$II: y + 0,1 = x$$

oder $y = x - 0,1$

Richtig sind daher die zweite und die vierte Antwort.

M.O **958** Heute sind Martin und Emilia zusammen 48 Jahre alt. Vor drei Jahren war Emilia doppelt so alt wie Martin. Wie alt sind die beiden heute?

Zum Lösen eines Altersrätsels ist eine Tabelle geeignet:

	Alter heute	Alter vor drei Jahren
Martin	x	x-3
Emilia	y	y-3
Gleichungen:	I: $x+y=48$	II: $(x-3) \cdot 2 = y-3$

Die zweite Gleichung wird noch umgeformt:

$$II: (x-3) \cdot 2 = y-3 \quad \rightarrow 2x-6 = y-3$$

$$\rightarrow 2x - y = 3$$

Nun kann das Additionsverfahren verwendet werden:

$$I: x + y = 48$$

$$II: 2x - y = 3$$

$$3x = 51 \quad |:3$$

$$\rightarrow x = 17$$

$$\text{in I: } 17 + y = 48 \quad |-17$$

$$y = 31 \quad L = \{(17/31)\}$$

Martin ist 17 Jahre und Emilia 31 Jahre alt.

M.O.

959

Marko kauft im Supermarkt zwei Sorten von Gemüsegetränken. Das eine hat einen Gemüseanteil von 40%, das andere einen Gemüseanteil von 70%. Marko möchte insgesamt sechs Liter mit einem Gemüseanteil von 60% zusammenmischen. Gib an, wie viele Liter er von jedem Getränk kaufen soll.

	Menge in Litern	Gemüseanteil in %	Gemüseanteil in Liter
Gemüsegetränk 1	X	40%	$0,4x$
Gemüsegetränk 2	Y	70%	$0,7y$
Mischung	$x+y$		$0,4x + 0,7y$
Gleichungen	I: $x+y = 6$	60%	II: $0,4x + 0,7y = 0,6 \cdot 6$

Dieses Gleichungssystem kann man mit dem Additionsverfahren lösen:

$$I: x + y = 6 \quad | \cdot (-0,4)$$

$$II: 0,4x + 0,7y = 3,6$$

$$I: -0,4x - 0,4y = -2,4$$

$$II: 0,4x + 0,7y = 3,6$$

$$0,3y = 1,2 \quad |:0,3$$

$$y = 4$$

$$\text{in I: } x + 4 = 6 \quad |-4$$

$$x = 2$$

$$L = \{(2/4)\}$$

Er benötigt 2 Liter des Gemüsegetränks mit einem Gemüseanteil von 40% und vier Liter von dem anderen Gemüsegetränk.