

Thema: merkwürdige Punkte		Grundkompetenz: -
Name:	Schwierigkeitsgrad: schwierig	Klasse:

Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A=(-8/-6)$, $B=(8/2)$, $C=(-2/12)$

a. Zeige, dass der Umkreismittelpunkt gleich $U=(-2/2)$ ist.

b. Spiegle den Umkreismittelpunkt an der Seite b des Dreiecks und gib die Koordinaten des Spiegelpunkts an.

c. D, E, F sind die Seitenmittelpunkte des Dreiecks ABC. Ermittle den Höhenschnittpunkt des Dreiecks DEF. Was fällt auf?



Thema: merkwürdige Punkte Lösungen		Grundkompetenz: -
Name:	Schwierigkeitsgrad: schwierig	Klasse:

Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A=(-8/-6)$, $B=(8/2)$, $C=(-2/12)$

- a. Zeige, dass der Umkreismittelpunkt gleich $U=(-2/2)$ ist.

Der Umkreismittelpunkt ist der Schnittpunkt der Streckensymmetralen:

$$s_{y_b}: \overrightarrow{AC} \cdot X = \overrightarrow{AC} \cdot M_{AC}$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 18 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 18 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$s_{y_b}: 6x + 18y = 24$$

$$s_{y_c}: \overrightarrow{AB} \cdot X = \overrightarrow{AB} \cdot M_{AB}$$

$$\begin{pmatrix} 16 \\ 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$s_{y_c}: 16x + 8y = -16$$

Durch Lösen des Gleichungssystems erhält man $U=(-2/2)$

- b. Spiegle den Umkreismittelpunkt an der Seite b des Dreiecks und gib die Koordinaten des Spiegelpunkts an.

Da die Streckensymmetrale auf die Seite b normal auf diese steht, erhält man den gespiegelten Punkt G durch:

$$G = M_{AC} + \overrightarrow{UM_{AC}} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} = (-8|4)$$

- c. D, E, F sind die Seitenmittelpunkte des Dreiecks ABC. Ermittle den Höhenschnittpunkt des Dreiecks DEF. Was fällt auf?

z.B. $D=(0/-2)$ $E=(3/7)$ $F=(-5/3)$

Der Höhenschnittpunkt ist der Schnittpunkt der Höhenggeraden:

$$h_f: \overrightarrow{DE} \cdot X = \overrightarrow{DE} \cdot F$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$s_{y_b}: 3x + 9y = 12$$

$$h_e: \overrightarrow{DF} \cdot X = \overrightarrow{DF} \cdot E$$

$$\begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$s_{y_c}: -5x + 5y = 20$$

Durch Lösen des Gleichungssystems erhält man $H=(-2/2)$.

Der Höhenschnittpunkt des Dreiecks DEF ist gleich dem Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC.

