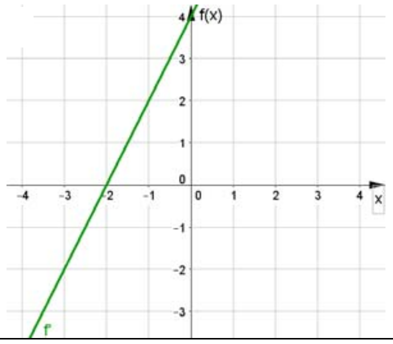
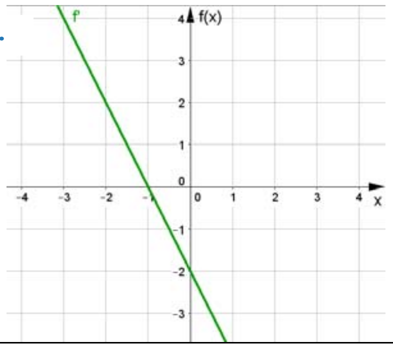
Ich kann Eigenschaften von Funktionen, insbesondere Monotonie- und Krümmungsverhalten mithilfe der Ableitungsfunktion erklären und berechnen.

C **1** Von einer Funktion f ist der Graph der ersten Ableitungsfunktion gegeben.

a. Ordne jeder Ableitungsfunktion f' den passenden Hochpunkt (H) bzw. Tiefpunkt (T) der Funktion f zu.

b. Beschreibe das Monotonieverhalten von f für **I.** und **II.** Begründe deine Antwort.

c. Beschreibe das Krümmungsverhalten von f für **I.** und **II.** Begründe deine Antwort.

I. 	
II. 	

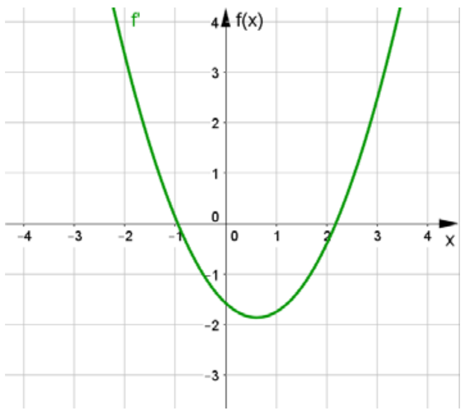
A	$H(-2 \mid f(-2))$
B	$T(-2 \mid f(-2))$
C	$H(-1 \mid f(-1))$
D	$T(-1 \mid f(-1))$

B, C **2** Ordne den angegebenen Funktionen f die passenden Hochpunkte (H) bzw. Tiefpunkte (T) zu.

$f(x) = -x^2 + 2x + 4$	
$f(x) = x^2 - 2x + 6$	

A	$T(1 \mid 5)$
B	$H(1 \mid 5)$
C	$H(-1 \mid 5)$
D	$T(-1 \mid -5)$

C **3** Im Diagramm ist der Graph der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f dargestellt. Beschreibe anhand des Graphen das Montonieverhalten der Funktion f.



© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2017 | www.oebv.at | Mathematik
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Autorin: Bettina Ponleitner

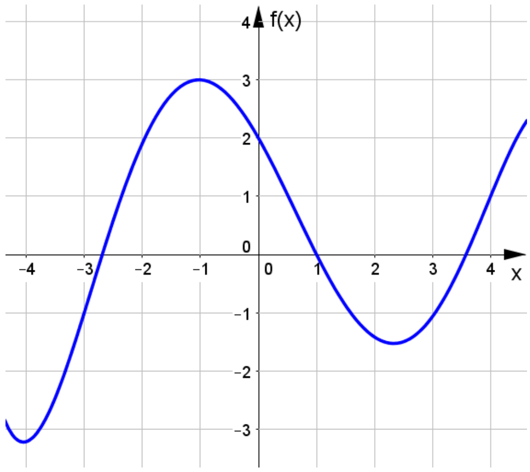
Ich kann Eigenschaften von Funktionen, insbesondere Monotonie- und Krümmungsverhalten mithilfe der Ableitungsfunktion erklären und berechnen.

C **4** **a.** Markiere im Diagramm die lokalen Extrempunkte der dargestellten Funktion.

b. Beschreibe das Monotonieverhalten der Funktion f im Intervall [-4; 3]. Gib dabei an, welche Werte die erste Ableitung in den einzelnen Bereichen annimmt.

c. Markiere im nebenstehenden Diagramm jene Stellen im Intervall [-4; 3], an denen sich das Krümmungsverhalten der Funktion ändert.

d. Gib die Bereiche an, in denen die Funktion linksgekrümmt ist.



B, C **5** Ordne jeder Funktion die passende Aussage bezüglich ihrer Wendepunkte zu.

$f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+5$	
$f(x)=\frac{3}{x^2}-x+4$	

A	… hat keinen Wendepunkt.
B	… hat den Wendepunkt $W(-1\mid 2)$.
C	… hat einen Wendepunkt an der Stelle 2.
D	… hat zwei Wendepunkte.

B, C **6** Ordne den angegebenen Funktionen f die passenden Wendepunkte zu.

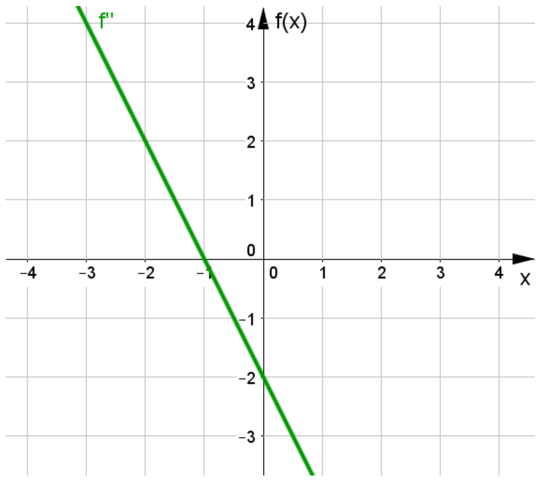
$f(x)=\frac{5}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+\frac{19}{100}$	
$f(x)=-x^3+6x^2+2x-20$	

A	$W(2\mid 0)$
B	$W(-0{,}2\mid 1)$
C	$W(2{,}1\mid 1{,}4)$
D	$W(-0{,}2\mid 0)$

C **7** Von einer Funktion f ist der Graph der zweiten Ableitungsfunktion im nebenstehenden Diagramm dargestellt.

a. Bestimme die Wendestelle der Funktion f.

b. Beschreibe das Krümmungsverhalten der Funktion f. Begründe deine Antwort mithilfe der zweiten Ableitung.

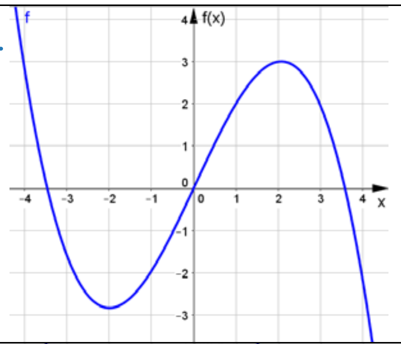
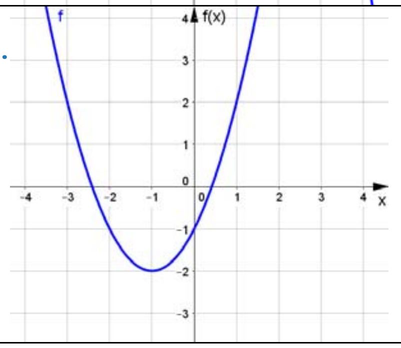


© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2017 | www.oebv.at | Mathematik
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Autorin: Bettina Ponleitner

Ich kann Eigenschaften von Funktionen, insbesondere Monotonie- und Krümmungsverhalten mithilfe der Ableitungsfunktion erklären und berechnen.

C **8** **a.** Ordne jeder Abbildung der Funktion f die passende Aussage über die Wendestelle(n) von f zu.

b. Beschreibe das Krümmungsverhalten von f für **I.** und **II.**

I. 	
II. 	

A	Wendestelle bei $x = -1$
B	Wendestelle bei $x = 0$
C	hat keine Wendestellen
D	2 Wendestellen: $x_1 = -2$, $x_2 = 2$

B, C **9** Beschreibe das Monotonie- und das Krümmungsverhalten der Funktion f. Verwende gegebenenfalls eine geeignete Technologie.

a. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 2}$

b. $f(x) = -x^3 - 3x^2 + x + 3$

c. $f(x) = 0{,}25x^4 - x^3 + 2$

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2017 | www.oebv.at | Mathematik
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann Eigenschaften von Funktionen, insbesondere Monotonie- und Krümmungsverhalten mithilfe der Ableitungsfunktionen erklären und berechnen.

1 a. I. B; II. C

b. I. Die Funktion f ist im Intervall $(-\infty, -2)$ streng monoton fallend, da hier f'<0 ist. Im Intervall $(-2, \infty)$ ist die Funktion f streng monoton wachsend, da hier f' >0 ist.
II. Die Funktion f ist im Intervall $(-\infty, -1)$ streng monoton wachsend, da hier die erste Ableitung positiv ist. Im Intervall $(-2, \infty)$ ist f streng monoton fallend, da die erste Ableitung negativ ist.

c. I. Die Funktion f ist linksgekrümmt, da die Steigung von f' positiv ist. [Die Steigung von f' entspricht genau der 2. Ableitung von f.]
II. Die Funktion f ist rechtsgekrümmt, da die Steigung von f' negativ ist. [Die Steigung von f' entspricht genau der 2. Ableitung von f.]

2

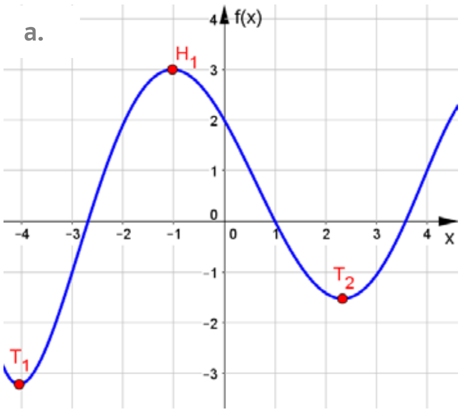
$f(x) = -x^2 + 2x + 4$	B
$f(x) = x^2 - 2x + 6$	A

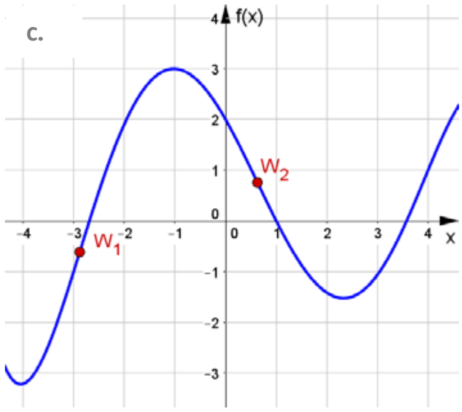
3 Die Funktion f besitzt an den Stellen $x = -1$ und $x = 2$ Extremstellen. Da $f'(x) > 0$ für alle $x < -1$, ist die Funktion f auf $(-\infty, -1)$ streng monoton wachsend. Zwischen -1 und 2 gilt $f'(x) < 0$, daher ist die Funktion f auf $(-1, 2)$ streng monoton fallend. Für alle $x > 2$ ist $f'(x) > 0$, daher ist die Funktion auf $(2, \infty)$ wieder streng monoton wachsend.

4 b. Die Funktion ist in den Intervallen $(-4; -1)$ und $(2{,}3; 3)$ streng monoton wachsend. Die erste Ableitung ist hier positiv. Im Intervall $(-1; 2{,}3)$ ist die Funktion streng monoton fallend. Die erste Ableitung ist hier negativ.

c. Die Funktion verändert ihr Krümmungsverhalten an den Punkten $W_1 = (x_1 \mid y_1)$ und $W_2 = (x_2 \mid y_2)$.

b. Die Funktion ist linksgekrümmt in den Bereichen $(-\infty; x_1)$ und $(x_2; \infty)$. $[x_1 \approx -2{,}9; x_2 \approx 0{,}6]$





5

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 5$	C
$f(x) = \frac{3}{x^2} - x + 4$	A

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2017 | www.oebv.at | Mathematik
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann Eigenschaften von Funktionen, insbesondere Monotonie- und Krümmungsverhalten mithilfe der Ableitungsfunktionen erklären und berechnen.

6

$f(x)=\frac{5}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+\frac{19}{100}$	D
$f(x)=-x^3+6x^2+2x-20$	A

7 **a.** Wendestelle von f: $x=1$

b. Die zweite Ableitung f“(x) ist im Intervall $(-\infty;-1)$ positiv. Daher ist die Funktion f in diesem Intervall linksgekrümmt. Im Intervall $(-1;\infty)$ ist die zweite Ableitung negativ und die Funktion f daher rechtsgekrümmt.

8 **a. I. B; II. C**

b. I. Die Funktion f ist im Intervall $(-\infty;0)$ linksgekrümmt und im Intervall $(0;\infty)$ rechtgekrümmt. An der Stelle $x=0$ hat f einen Wendepunkt.

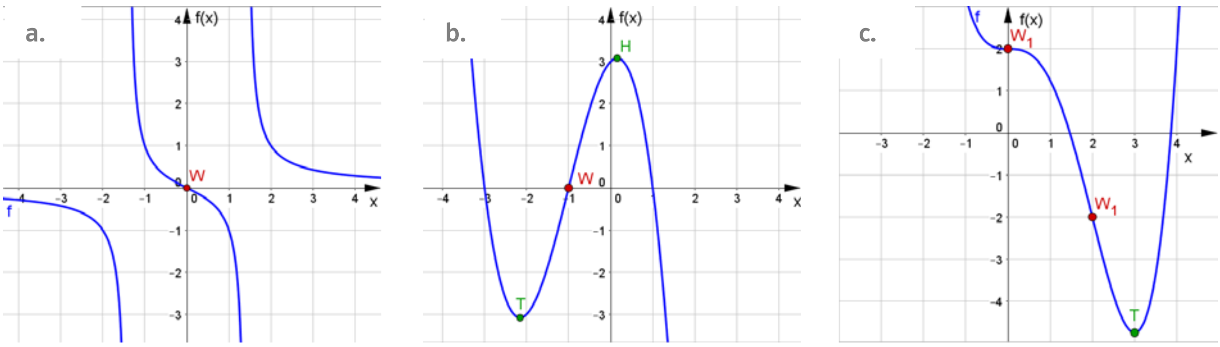
II. Die Funktion ist auf dem gesamten Definitionsbereich linksgekrümmt.

9 **a.** *Monotonie*: Die Funktion f ist auf ihrem gesamten Definitionsbereich streng monoton fallend.
Krümmung: Die Funktion f ist in den Intervallen $(-\infty;\sqrt{2})$ und $(0;-\sqrt{2})$ rechtsgekrümmt und in den Intervallen $(-\sqrt{2};0)$ und $\left(\sqrt{2};\infty\right)$ linksgekrümmt. An der Stelle $x=0$ hat f einen Wendepunkt.

b. *Monotonie*: Die Funktion f ist in den Intervallen $(-\infty;-2{,}15)$ und $(0{,}15;\infty)$ streng monoton fallend und im Intervall $(-2{,}15;0{,}15)$ streng monoton wachsend. Die lokalen Extrempunkte sind der Tiefpunkt $T(-2{,}15\,|\,-3{,}08)$ und der Hochpunkt $H(0{,}15\,|\,3{,}08)$.
Krümmung: Die Funktion f ist im Intervall $(-\infty;-1)$ linksgekrümmt und im Intervall $(-1;\infty)$ rechtsgekrümmt. An der Stelle $x=-1$ hat die Funktion einen Wendepunkt.

c. *Monotonie*: Die Funktion f ist im Intervall $(-\infty;3)$ streng monoton fallend und im Intervall $(3;\infty)$ streng monoton wachsend. Der lokale Extrempunkt ist der Tiefpunkt $T(3\,|\,-4{,}75)$.

Krümmung: Die Funktion ist in den Intervallen $(-\infty;0)$ und $(2;\infty)$ linksgekrümmt und im Intervall $(-0;2)$ rechtsgekrümmt. Die Funktion f hat zwei Wendestellen: $x_1=0$ und $x_2=2$.



© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2017 | www.oebv.at | Mathematik
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Autorin: Bettina Ponleitner