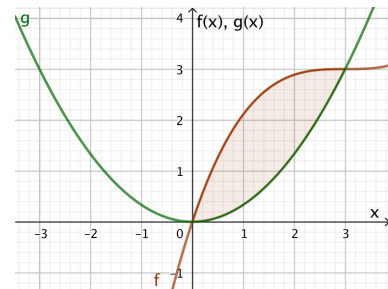


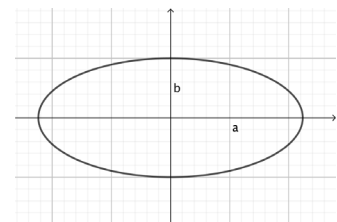
Thema: Volumenberechnungen		Grundkompetenz:
Name:	Schwierigkeitsgrad: mittel/schwierig	Klasse:

1. Das von den Graphen der Funktionen f und g begrenzte Flächenstück rotiert um die x -Achse. V sei das Volumen des entstandenen Drehkörpers. Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

$V = \int_0^3 (f(x)^2 - g(x)^2) dx$	<input type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_0^3 (f(x)^2 - g(x)^2) dx$	<input type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_0^3 (f(x)^2) dx - \int_0^3 (g(x)^2) dx$	<input type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx$	<input type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_0^3 (f(x)^2) dx - \pi \cdot \int_0^3 (g(x)^2) dx$	<input type="checkbox"/>



2. Gegeben ist der Kegelschnitt $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$. Bestimme eine Formel für das Volumen V des entstehenden Rotationskörpers, wenn der Kegelschnitt um die y -Achse rotiert.



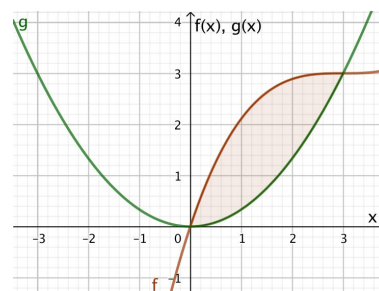
3. Gegeben ist die Potenzfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^2$ und $a \in \mathbb{R}^+$. Der Graph der Funktion f rotiert im Intervall $[0; a]$ sowohl um die x -Achse als auch um die y -Achse. Die dabei entstehenden Volumina werden mit V_x und V_y bezeichnet. Bestimme das Verhältnis $V_x : V_y$.



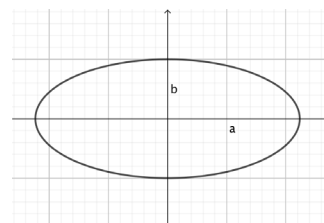
Thema: Lösungen - Volumenberechnungen		Grundkompetenz:
Name:	Schwierigkeitsgrad: mittel/schwierig	Klasse:

1. Das von den Graphen der Funktionen f und g begrenzte Flächenstück rotiert um die x -Achse. V sei das Volumen des entstandenen Drehkörpers. Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

$V = \int_0^3 (f(x)^2 - g(x)^2) dx$	<input type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_0^3 (f(x)^2 - g(x)^2) dx$	<input checked="" type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_0^3 (f(x)^2) dx - \int_0^3 (g(x)^2) dx$	<input type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx$	<input type="checkbox"/>
$V = \pi \cdot \int_0^3 (f(x)^2) dx - \pi \cdot \int_0^3 (g(x)^2) dx$	<input checked="" type="checkbox"/>



2. Gegeben ist der Kegelschnitt $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$. Bestimme eine Formel für das Volumen V des entstehenden Rotationskörpers, wenn der Kegelschnitt um die y -Achse rotiert.



$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ wird nach x^2 umgeformt: $x^2 = \frac{a^2b^2 - a^2y^2}{b^2}$

$$V_y = 2\pi \cdot \int_0^b \frac{a^2b^2 - a^2y^2}{b^2} dy = 2\pi \cdot \left(a^2y - \frac{a^2y^3}{3b^2} \right) \Big|_0^b = 2\pi \cdot \left(a^2b - \frac{a^2b^3}{3b^2} \right) = 2\pi \cdot \left(a^2b - \frac{a^2b}{3} \right) = 2\pi \cdot \frac{2a^2b}{3} = \frac{4a^2b}{3}\pi$$

3. Gegeben ist die Potenzfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^2$ und $a \in \mathbb{R}^+$. Der Graph der Funktion f rotiert im Intervall $[0; a]$ sowohl um die x -Achse als auch um die y -Achse. Die dabei entstehenden Volumina werden mit V_x und V_y bezeichnet. Bestimme das Verhältnis $V_x : V_y$.

$$V_x = \pi \cdot \int_0^a a^2 x^4 dx = \pi \cdot \frac{a^2 x^5}{5} \Big|_0^a = \frac{a^7}{5} \pi$$

$y = a \cdot x^2 \rightarrow x^2 = \frac{y}{a} \quad f(0) = 0 \text{ und } f(a) = a^3 \text{ (Intervallgrenzen auf der } y\text{-Achse)}$

$$V_y = \pi \cdot \int_0^{a^3} \frac{y}{a} dy = \pi \cdot \frac{y^2}{2a} \Big|_0^{a^3} = \pi \cdot \frac{a^6}{2a} = \frac{a^5}{2} \pi$$

$$V_x : V_y = \frac{a^7}{5} \pi : \frac{a^5}{2} \pi = \frac{a^2}{5} : \frac{1}{2} = \frac{2a^2}{5} = 2a^2 : 5$$

