

Thema: Übungen zu Axiomensystemen		Grundkompetenz: keine
Name:	Schwierigkeitsgrad: mittel	Klasse:

## Das MIU-System

Die Idee für das MIU-System wurde dem Buch „Gödel, Escher, Bach“ von Douglas R. Hofstadter entnommen. Es handelt sich um ein recht einfaches formales System, an dem man (unter anderem) die Ableitung von Sätzen aus Axiomen und Ableitungsregeln veranschaulichen kann.

Das MIU-System verwendet nur drei Symbole: **M**, **I** und **U** und bildet daraus nach bestimmten Regeln Zeichenketten.

Das MIU-System besitzt vier Ableitungsregeln:

- Regel 1: Wenn man eine Kette besitzt, deren letzter Buchstabe **I** ist, so kann man am Schluss ein **U** anfügen.  
Beispiel: Hätte man die Kette UIMUI abgeleitet, so kann man daraus UIMUI**U** machen.
- Regel 2: Erhält man die Kette von der Form  $Mx$ , so kann man daraus die Kette  $Mxx$  machen.  $x$  steht dabei für eine bestimmte Anordnung von Symbolen.  
Beispiel: Hätte man die Kette MUIUI abgeleitet, so könnte man daraus MUIUI**UIUI** machen.
- Regel 3: Wenn in einer Kette die Anordnung **III** vorkommt, so kann man daraus eine neue Kette mit dem Symbol **U** anstelle von **III** bilden.  
Beispiel: Aus der Zeichenkette MUIIIUIU kann man MU**U**UIU machen.
- Regel 4: Wenn **UU** in einer Kette vorkommt kann man es streichen.  
Beispiel: Aus der Zeichenkette MU**UU**UIU kann man die Kette MUIU bilden.

Das MIU-System besitzt ein Axiom, also einen von Anfang an gültigen Satz. Alle anderen Sätze müssen aus diesem Axiom mit Hilfe der Ableitungsregeln abgeleitet werden. Dieses Axiom ist **MI**.

Nun folgen ein paar Aufgaben. Es ist vielleicht noch wichtig zu erwähnen, dass zwar nur nach den Regeln vorgegangen werden darf, aber man ist nicht gezwungen die Regeln unbedingt anzuwenden, wenn man sie anwenden kann.

Aufgaben 1:

Leite den Satz MUI ab.

Aufgabe 2:

Leite den Satz MUIIU ab.

Aufgabe 3:

Leite den Satz UM ab.

Aufgabe 4:

Leite den Satz MU ab.



<b>Thema:</b> Übungen zu Axiomensystemen - Lösungen		<b>Grundkompetenz:</b> keine
<b>Name:</b>	<b>Schwierigkeitsgrad:</b> mittel	<b>Klasse:</b>

## Aufgabe 1:

- 1) MI (Axiom)
- 2) MII (Regel 2)
- 3) MIII (Regel 2)
- 4) MUI (Regel 3)

## Aufgabe 2:

- 1) MI (Axiom)
- 2) MII (Regel 2)
- 3) MIII (Regel 2)
- 4) MIIII (Regel 1)
- 5) MUIU (Regel 3)
- 6) MUIUIU (Regel 2)
- 7) MUIIU (Regel 4)

## Aufgabe 3:

Wahrscheinlich erkennt man sehr bald, dass dieser Satz nicht abgeleitet werden kann, da es unmöglich ist mit Hilfe der Ableitungsregeln den Buchstaben M am Anfang verschwinden zu lassen.

## Aufgabe 4:

Wir wollen die Auflösung dieses MU-Rätsels nicht zu einfach machen. Vielleicht kommt man ja nach einigem Probieren selbst drauf oder man nähert sich zumindest der Lösung ein Stück weit an. Gib nicht zu schnell auf!

Für alle, die es nicht mehr aushalten. Eine schöne Beschreibung der Lösung findet man zum Beispiel auf der Seite:

<http://www.brunnenrand.de/projekte/mathe-kunst-2/mu-loesung.htm>

