

8 Lösungen zu historischen Themenseiten und Schülereinstiegen



A Reelle Zahlen

- S. 16** Fünfeck: Die Figur, die aus allen Diagonalen besteht, heißt Pentagramm.
- S. 18** Es ist angegeben, dass man damit eine Fläche von $0,72\text{m}^2 = 72\text{dm}^2$ verfliesen kann. Eine Fliese hat daher einen Flächeninhalt von 6dm^2 . Mit Hilfe des Taschenrechners findet er heraus, dass die Seitenlänge einer Fliese rund $2,45\text{dm}$ beträgt. Auf der Unterseite sieht er, dass das Füllvolumen V der Flasche $0,512$ Liter beträgt, das sind 512cm^3 . Er muss also die Zahl x ermitteln, deren dritte Potenz gleich 512 ist. Da $8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$ ist, gilt $\sqrt[3]{512} = 8$.
- S. 20** Für die Wurzel aus Quadratzahlen, also $1, 4, 9, 16, 25, \dots$, erhält man immer eine natürliche Zahl als Ergebnis.
- S. 21** Daraus ergibt sich $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ bzw. $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$.
- S. 23** Dies ist aber eine **ganze** Zahl. Allerdings führt die Division $2 : 10 = 0,2$ nicht zu einer ganzen Zahl.
- S. 25** Die rationale Zahl $\frac{11}{3}$ kann als Bruch oder als Dezimalzahl $3,666\dots$ geschrieben werden. Ein Quadrat mit einem Flächeninhalt von $A = 15\text{cm}^2$ hat also eine Seitenlänge von $a = \sqrt{15}\text{cm} \approx 3,87298\text{cm}$.
- S. 27** **1,41421357**
- S. 29** Sie überlegt: „Die natürlichen Zahlen \mathbb{N} kennen wir seit der Volksschule. Zoran meint: „In der zweiten Klasse haben wir schon mit den **ganzen** Zahlen \mathbb{Z} gerechnet und die Bruchzahlen kennen wir auch schon seit der ersten Klasse. Aber erst in der 3. Klasse haben wir die negativen Bruchzahlen ergänzt und die **rationalen** Zahlen \mathbb{Q} erhalten. In den nichtnegativen reellen Zahlen wird auch eine neue Rechenoperation allgemein möglich, das **Wurzelziehen**.
- S. 31** Daraus ergeben sich mögliche Seitenlängen a von $2 \leq a \leq 5$. Daher verändert sie für die Seitenlänge die Schreibweise zu $2 < a < 5$. Dies kann sie mit $y \geq 1,10$ Euro aufschreiben.

B Terme

- S. 38** Puzzle: individuelle Lösung
- S. 39** Freiheit: Das Nationalsymbol für die französische Revolution heißt Marianne. Diese Frau ist sowohl auf Münzen (1-, 2- und 5-Cent-Münze), als auch auf Briefmarken und als Statuen in ganz Frankreich zu finden. Cent-Münzen: Die zweite Umformung ist falsch. $1\text{€} = 100\text{c} \Rightarrow 1\text{€} = 0,1\text{c} \cdot 10 \Rightarrow 1\text{€} = 0,1\text{€} \cdot 10 \Rightarrow 1\text{€} = 1\text{€}$
- S. 40** zB: $a - 3 \quad a : 3 \quad -3a$
Daher hat obiges Polynom den Grad **5**.
- S. 42** **Polina**
Anfangsterm: **35** und Endterm: **35**

- S. 47** **Summe:** $2x + 7, x + 7, (x - 3)^2 + x$;
Differenz: $3t - 5t^2, (7 - x) - (8 + z), u - 5$
Produkt: $(x - 4) \cdot (x + 5), (x + 1) \cdot (x + 3), (3 - x) \cdot (x - 1)$
Quotient: $(8 + r) : 7r, (x - 2) : 3x, \frac{1}{x}$
- S. 51** Dann ist die Geschwindigkeit bei der Hinfahrt $v + w$, bei der Rückfahrt $v - w$, die Fahrzeit bei der Hinfahrt $t_1 = \frac{70}{v+w}$. Wenn die Fließgeschwindigkeit der Donau 10km/h beträgt und das Schiff eine Eigengeschwindigkeit von 56km/h hat, dann dauert die Hinfahrt **1,06 h**, also ca. 64 min, die Rückfahrt **1,52 h**, also ca. 91 min.
- S. 52** Dividiert man Zähler und **Nenner** durch die gleiche Zahl $\neq 0$, so ändert sich der Wert des Bruches nicht.
- $$\text{ZB } \frac{15}{21} \begin{array}{l} \div 3 \\ = \\ \div 3 \end{array} \rightarrow \frac{5}{7}$$
- S. 54** $\frac{2}{14} + \frac{5}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$. Da der **Nenner** bei beiden Brüchen gleich ist, werden die Bruchzahlen addiert, indem man die **Zähler** addiert.
- S. 56** $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$. Beim Multiplizieren von Bruchzahlen wird Zähler mit **Zähler** und Nenner mit **Nenner** multipliziert.
 $\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{4} = \frac{8 \cdot 5}{9 \cdot 4} = \frac{32}{45}$. Bruchzahlen werden dividiert, indem man die erste Bruchzahl mit dem Kehrwert der zweiten Bruchzahl **multipliziert**.

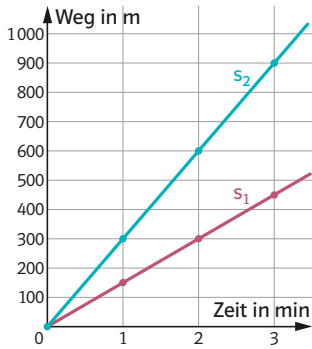
C Gleichungen und Formeln

- S. 62** Papyrus Rhind: $x + \frac{1}{7} = 19 \quad | -\frac{1}{7}$
 $x = 18\frac{6}{7}$
- S. 64** Dieser Sachverhalt lässt sich in Form der Gleichung $z + 8 = z \cdot 3$; **4** Fahrgäste; Setzen wir diesen Wert für die Unbekannte in die Gleichung ein, ergibt sich eine **richtige** Aussage. Zwei Gleichungen heißen äquivalent, wenn sie die **gleichen Lösungen** haben.
- S. 69** Sein Puls sollte daher **153** sein.
 $4P = 660 - 3 \cdot A \quad | : 4$
 $P = \frac{660 - 3 \cdot A}{4} = 165 - \frac{3}{4} \cdot A$
Probe:
Linke Seite: $4 \cdot \left(165 - \frac{3}{4} \cdot A\right) + 3 \cdot A = 660 - 3A + 3A = 660$
660 = 660

D Funktionen

- S. 74** Der Schatten ist um 12 Uhr am kürzesten, weil der Stand der Sonne am höchsten ist.
- S. 76:** $f(\text{B}) = \text{Bregenz}, f(\text{W}) = \text{Wien}, f(\text{K}) = \text{Klagenfurt}$
St. Pölten kann nicht mit S abgekürzt werden, weil S schon die Abkürzung für Salzburg ist.
- S. 77** $20\text{min} \Rightarrow 30\text{mm}$
 $25\text{min} \Rightarrow 37,5\text{mm}$
- S. 79** $4 \Rightarrow 8$
 $8 \Rightarrow 16$
 $14 \Rightarrow 28$

S. 85 3 min \Rightarrow Weg mit v_1 : **450 m** \Rightarrow Weg mit v_2 : **900 m**



S. 86 Bei steigenden Geraden hat er ein positives, bei fallenden Geraden ein **negatives** Vorzeichen.

Hier gilt also: $\alpha_1 \approx +39^\circ$ und $\alpha_2 \approx -39^\circ$.

S. 88 $k_2 = \frac{1}{2} \cdot k_1$, $k_3 = \frac{3}{4} = 3 \cdot k_1$, $k_4 = \frac{4}{4} = 4 \cdot k_1$

S. 90 Die Graphen der Funktionen f_1 und f_2 sind **parallel**. In ähnlicher Weise entsteht der Graph der Funktion $f_3(x) = 0,8 \cdot x - 1$ aus dem Graphen von f_1 , indem jeder Punkt um den Wert **-1** nach unten verschoben wird.

S. 93 Der Gesamtpreis P für die Einkaufstour ist eine lineare Funktion der Apfelmenge x ($k = 1,20$, $d = 9$):

S. 96 $s(t) \approx 5t^2$

$-3 \Rightarrow$ **2,25**

$0 \Rightarrow$ **0**

$2 \Rightarrow$ **1**

$4 \Rightarrow$ **4**

$6 \Rightarrow$ **9**

S. 98 1) **48x** 2) **24x** 3) **12x** 4) **8x**

E Lineare Gleichungen mit zwei Variablen 0

S. 105 Tiergedichte: 5 Kröten, 25 Enten; Für den zweiten Teil des Gedichts gibt es einige Lösungen.

x... Anzahl der Schweine, y... Anzahl der Gänse
(5|10), (6|8), (7|6), (8|4), (9|2)

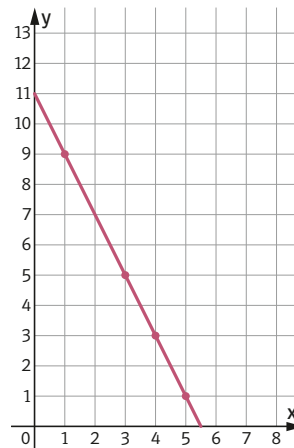
S. 106 Wenn ich nur Kuchen kaufe, konnte ich **8** Stück kaufen. Oder ich kaufe nur Knabbergebäck, da gingen sich **12** Packungen aus. Wenn ich aber nur 6 Stück Kuchen kaufe, könnte ich auch noch **3** Packungen Knabbergebäck bekommen.

Er schreibt x für die unbekannte Anzahl der Kuchen (den Preis dafür berechnet man mit **3x**). Für die unbekannte Anzahl der Packungen Knabbergebäck verwendet er y (Preis: **2y**)

Lösungen: (-3|**16,5**); (0,5|**11,25**)

$L = \{(0|12), (2|9), (4|6), (6|3), (8|0)\}$

S. 108 Die Punkte liegen auf einer **Geraden**. Die Gerade hat die Steigung $k = -2$ und den Abschnitt auf der y-Achse $d = 11$.



S. 110 I: $y = -x + 4$ $S = (1|3)$; $L = \{(1|3)\}$

II: $y = 2x + 1$

S. 112 **unendlich viele Lösungen**

Da 8 das **Doppelte** von 4 ist, ist die gesamte zweite Gleichung das Doppelte der ersten Gleichung.

Das Gleichungssystem hat also **unendlich viele Lösungen**, die beiden zugehörigen Geraden sind identisch.

S. 115 I: $x + 35y = 11$ Preis für ein Foto: **0,20 €**

II: $2x + 45y = 17$

$22 - 70y + 45y = 17$

$22 - 25y = 17$

$25y = 5$;

$y = 0,2$

$x = 11 - 35 \cdot 0,2 = 4$ $L = \{(4|0,2)\}$

S. 116 $x = 8,5 - 22,5y$

$y = 0,2$

S. 119 I: $7b + 5w = 80,40$

II: $5b + 8w = 84$

F Statistik und Wahrscheinlichkeit

S. 135 Regel 4

S. 136 Rund **54%** finden den Ausbau ganz und gar nicht akzeptabel, circa $\frac{1}{3}$ hält den Ausbau eher nicht für akzeptabel. Nur ein kleiner Teil, nämlich rund **2%**, spricht sich für einen Ausbau aus.

S. 138 Andrej kann also das **arithmetische Mittel** berechnen. Das Ergebnis lautet: **163**.

Dieser Mittelwert heißt **Median** und lautet: **2,5**.

S. 140 Das ergibt für Lea ein arithmetisches Mittel \bar{x} von **26** und für Philipp von **20**.

S. 142

Tag	Spiele	Simon		Anna	
		Anzahl der Schläge	Durchschnittl. Anzahl der Schläge/Spiel	Anzahl der Schläge	Durchschnittl. Anzahl der Schläge/Spiel
1	40	100	2,5	86	2,15
2	20	44	2,2	46	2,3
3	10	17	1,7	22	2,2
Summe	70	161	2,3	154	2,2

Das Ergebnis für Simon lautet **2,13**. **Simon** hat laut dieser Berechnung besser abgeschnitten.
Das arithmetische Mittel für Simon lautet demnach **2,3**.

S. 144 Von **30** Schülerinnen beider Klassen möchten **19** gerne, aber **11** nicht Eishockey spielen.

Entscheidung	Klasse		
	4A	4B	Summe
ja	40%	23,3%	63,3%
nein	16,7%	20%	36,7%
Summe	56,7%	43,3%	100%

S. 147 Der relative Anteil derer, die Spanisch wählen, liegt bei **45%**, die Italienisch wählen, bei **31%** und die Französisch wählen, bei **24%**.

$$0,45 \cdot 0,09 = 0,0405$$

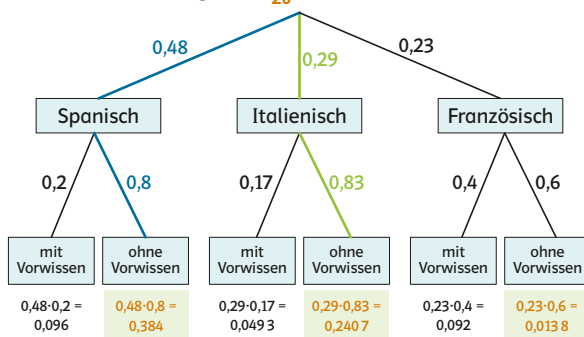
Der relative Anteil der Italienisch-Lernenden mit Vorwissen liegt bei $0,31 \cdot 0,03 = 0,0093$ und der Französisch-Lernenden mit Vorwissen bei $0,24 \cdot 0,015 = 0,0036$

S. 149 $P(\text{Spanisch}) = \frac{9}{20} = 0,45 = 45\%$

Die Wahrscheinlichkeit P, dass die erste befragte Person Italienisch gewählt hat, liegt bei $\frac{6}{20} = 0,30 = 30\%$.
Dafür schreibt man $P(\text{Italienisch}) = 30\%$.

$P(\text{Französisch})$ liegt bei $\frac{5}{20} = 0,25 = 25\%$.

S. 151



$$0,48 \cdot 0,8 = 0,384 \text{ bzw. } 0,29 \cdot 0,83 = 0,2407$$

$$P(\text{Vorwissen}) = 0,096 + 0,0493 + 0,092 = 0,2373$$

G Berechnungen am Kreis

S. 162 Kupferstich: Archimedes hält in der linken Hand einen Zirkel.

S. 163 Grab des Archimedes: Syrakus liegt auf Sizilien.

S. 164 Teelicht: **3,154**, Untertasse: **3,15**, Frisbee: **3,141**, Wanduhr: **3,133**

S. 166 $\frac{u}{d} = \pi \cdot d$
 $u = \pi \cdot d$

Nun muss sie nur mehr den Wert für $d = 18,3$ ergänzen und erhält für den Umfang einen Wert von **57,49 m**

Es können also alle Spielerinnen entlang des Mittelkreises stehen.

S. 169 Für eine ganze Kreisbahn mit Radius $r = 45 \text{ m}$ beträgt der Umfang bzw. die Länge des Kreisbogens $u = 2\pi \cdot r = 282,74 \text{ m}$.

Würde man einen Halbkreis laufen, müsste man den Umfang u durch **2** teilen, bei einem Viertelkreis durch **4** und bei einem Achtelkreis durch **8**.

David kann nun die Länge des roten Kreisbogens näherungsweise berechnen:

$$\frac{\pi \cdot 45}{180} \cdot 75 = 58,9$$

Man darf auf der Außenbahn um rund **58,9 m** weiter vorne starten als auf der Innenbahn.

S. 171 Sam wählt also den Teller **2**.

S. 174 Der Flächeninhalt eines vollen Kreises (Zentriwinkel $\alpha = 360^\circ$) lässt sich mit der Formel

$$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2 \text{ berechnen.}$$

Der Sprinkler ist auf $\alpha = 60^\circ$ eingestellt, dh. die bewässerte Fläche entspricht einem Sechstel des vollen Kreises:

$$A_{\text{Kreissektor}} = \frac{A_{\text{Kreis}}}{6} = \frac{\pi \cdot r^2}{6}$$

H Satz des Pythagoras

S. 180 linkes (größeres) Katheten-Quadrat:

$(4 \cdot 4 = 16)$ Kästchen

rechtes (kleineres) Katheten-Quadrat:

$(3 \cdot 3 = 9)$ Kästchen

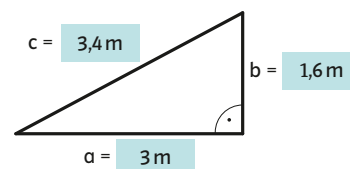
Quadrat über der Hypotenuse (unten):

$(5 \cdot 5 = 25)$ Kästchen

$$16 + 9 = 25$$

S. 182 $3 \text{ m} \triangleq 3 \text{ cm}$

$$1,6 \text{ m} \triangleq 1,6 \text{ cm}$$



Die Länge der Rutsche können sie somit aus der Konstruktion entnehmen, sie ist ca. **3,4 m** lang.

$$c^2 = 1,6^2 + 3^2 = 11,56 \quad c = \sqrt{11,56} = 3,4$$

S. 185 Sie weiß, dass es in der Mathematik nicht reicht, ein **Beispiel** anzugeben, um einen Sachverhalt zu beweisen.

S. 187 Damit ergibt sich eine Höhe von **1,2 m** und somit beträgt der Flächeninhalt **4,2 m²**.

S. 191 $d = \sqrt{57^2 + 100^2} \approx 115,1$

1 Zoll entspricht 2,54 cm und somit erhält sie für die Bildschirmdiagonale Zoll $d \approx 4,53$ Zoll.

Da beide Seiten gleich lang sind, ergibt sich:

$$d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2 \cdot a^2} = \sqrt{2} \cdot a$$

S. 193 $\triangle AED$:

$$a = \sqrt{x^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2}$$

$$a = \sqrt{42^2 + 40^2} = 58$$

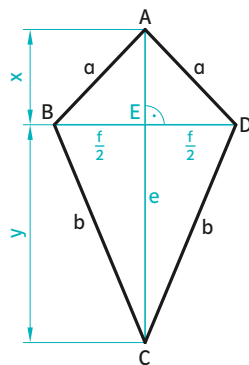
$$a = 58 \text{ cm}$$

$\triangle ECD$:

$$b = \sqrt{y^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2}$$

$$b = \sqrt{96^2 + 40^2} = 104$$

$$b = 104 \text{ cm}$$



Susanne muss im Baumarkt also einen Holzstab von mindestens **3,24** m kaufen.

S. 194 $a = \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} \approx 3,6 \Rightarrow a$ ist **3,6** mm lang.

Zeichnet man die Höhe h so ein, dass sie durch den Eckpunkt C bzw. D geht so entstehen zwei kongruente, rechtwinklige Dreiecke $\triangle AED$ bzw. $\triangle BFC$.

S. 196 Das zugehörige mathematische Modell, das den Querschnitt eines Damms beschreibt, ist ein **Trapez**.

$$x = \sqrt{d^2 - h^2} \approx 6; \text{ im Dreieck } \triangle BCF:$$

$$y = \sqrt{b^2 - h^2} \approx 4,9. \text{ Da } a = 6 + 3,5 + 4,9 \text{ ist, erhält Stefanie für die Breite der Dammsohle } 14,4 \text{ m.}$$

S. 198 $h = \sqrt{509^2 + \left(\frac{390}{2}\right)^2} \approx 470$

Die Höhe dieses Verkehrszeichens beträgt also **940** mm.

Ein regelmäßiges Sechseck besteht aus sechs Dreiecken, die sogar **gleichseitig** sind.

S. 199 $\triangle ABC \sim \triangle ADC \Rightarrow b : q = c : b \Rightarrow b^2 = c \cdot q$

$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \Rightarrow a : p = c : a \Rightarrow a^2 = c \cdot p$$

$$\triangle ADC \sim \triangle BCD \Rightarrow h : q = p : h \Rightarrow h^2 = q \cdot p$$

S. 201 Bei den Türmen im Bild handelt es sich um

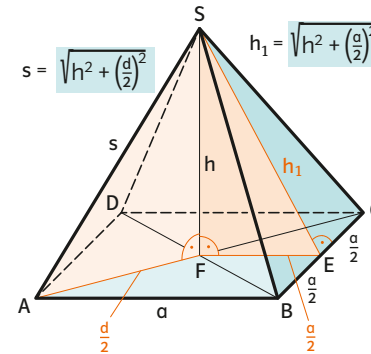
dreieckige sechseckige

quadratische Prismen.

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

S. 204 Wenn es sich dabei um eine **regelmäßige 4-seitige**

Pyramide handelt und wenn man die Länge a der Grundkante und die Pyramidenhöhe h kennt, kann man die Länge s der Seitenkante, die Größe der Dachfläche und den Rauminhalt der Pyramide berechnen.



I Zylinder, Kegel und Kugel

S. 214 $V = \text{Grundfläche} \text{ mal } \text{Höhe} = G \cdot h;$

$$\text{Flächeninhalt } G = \pi \cdot r^2$$

Grundfläche: geometrische Form: **Kreis**

Deckfläche: geometrische Form: **Kreis**

Mantelfläche: geometrische Form: **Rechteck**

S. 219 In der Figur links ist dem Kegel eine regelmäßige **6-seitige** Pyramide eingeschrieben.

S. 221 So einen Teil eines Kreises nennt man **Kreissector**. Wendet man den Satz des **Pythagoras** an, so erhält man folgenden Zusammenhang: $s^2 = r^2 + h^2$.

S. 224 zB **Kegeln, Bowling**