LÖSUNG ZU 122:

a) 1)
Aussage A: richtig
Die Differentialgleichung ist die zweite Ableitung der Funktion s(t).

Aussage B: richtig
Die Lösungen können auch komplex sein.

Aussage C: falsch
s‘‘(t) ≠ - s(t)

Aussage D: falsch:
Die Lösung von s‘‘(t) = 0 ist eine lineare Funktion.

Aussage E: falsch
Die Differentialgleichung beschreibt kein lineares Wachstum.

Lösung: A, B

b) 1)
Differenziert man $s(t)$ zweimal, sieht man, dass es die geforderte Form hat:
$s(t) = r \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$
$\Rightarrow s'(t) = \omega \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$
$\Rightarrow s''(t) = -\omega^2 \cdot r \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -\omega^2 \cdot s(t)$

2)
Hier geht man genauso vor wie bei b)1).
$g(t) = r \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_1)$
$\Rightarrow g'(t) = -\omega \cdot r \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_1)$
$\Rightarrow g''(t) = -\omega^2 \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_1) = -\omega^2 \cdot g(t)$

$k(t) = r_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_2) + r_2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$
$\Rightarrow k'(t) = \omega \cdot r_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_2) - \omega \cdot r_2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$
$\Rightarrow k''(t) = -\omega^2 \cdot r_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_2) - \omega^2 \cdot r_2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$
$= -\omega^2 \cdot (r_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_2) + r_2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)) = -\omega^2 \cdot k(t)$

c) 1)
$s''(t) = -\omega^2 \cdot r \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -\omega^2 \cdot s(t) = -16\pi^2 \cdot s(t) \qquad \Rightarrow \omega^2 = 16\pi^2, \omega = 4\pi$

$s'(t) = \omega \cdot r \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = 4\pi \cdot r \cdot \cos(4\pi \cdot t + \varphi)$
$s'(0) = 4\pi \cdot r \cdot \cos(\varphi) = 0 \qquad \Rightarrow \cos(\varphi) = 0 \qquad \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

$$s(t) = r \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = r \cdot \sin\left(4\pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$s(0) = r \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi \qquad \Rightarrow r = 2\pi$$

$$\Rightarrow s(t) = 2\pi \cdot \sin\left(4\pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 2\pi \cdot \cos\,(4\pi \cdot t)$$