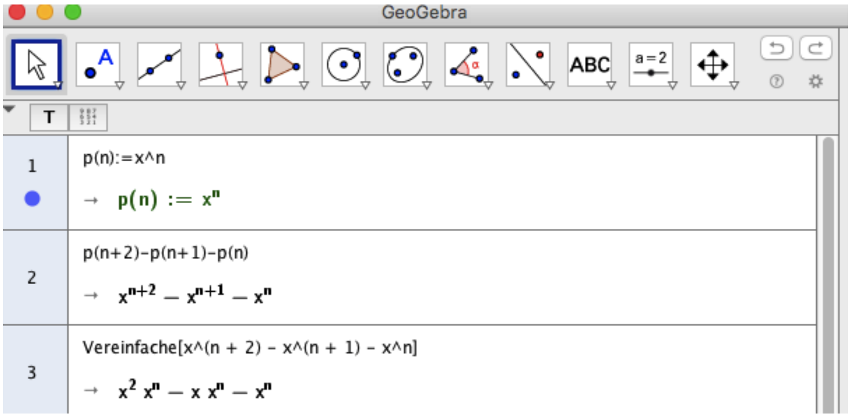
Thema: Formel von Moivre-Binet		**Grundkompetenz:**
Name:	**Schwierigkeitsgrad:**	**Klasse:**

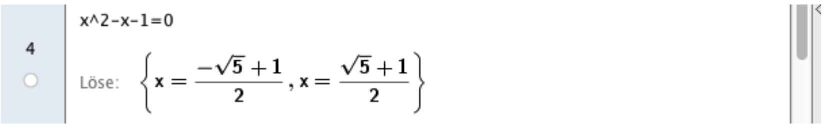
Man betrachtet die Potenzfunktion $p(n) = x^n$ und bildet $p(n + 2) – p(n + 1) – p(n)$.



Nach der Anwendung des Vereinfache-Befehls erkennt man, dass x^n herausgehoben werden kann:

$p(n + 2) – p(n + 1) – p(n) = (x^2 – x – 1)\cdot x^n = (x^2 – x – 1)\cdot p(n)$

Wenn x also so gewählt wird, dass $x^2 – x – 1 = 0$ ist, stellt $p(n + 2) – p(n + 1) – p(n) = 0$ bzw. $p(n + 2) = p(n + 1) + p(n)$ die Rekursion der Fibonacci-Folge dar.

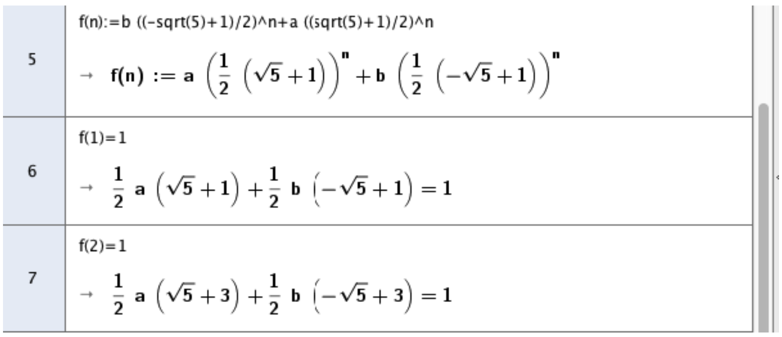


Die Lösungen sind nun die Basen von Potenzen mit den Exponenten n (n = 1, 2, 3, usw.). Die Summe dieser Potenzen liefern Zahlen gemäß der Bildungsvorschrift der Fibonacci-Folge, treffen die Fibonacci-Zahlen jedoch noch nicht ganz:

$f^*(n) = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$ und $f^*(1) = 1$, $f^*(2) = 3$, $f^*(3) = 4$, $f^*(4) = 7$, ...

Nach dem Einfügen von zwei Korrekturfaktoren a und b ($\in \mathbb{R}$) erhält man die Gleichung $f(n) = a\cdot\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + b\cdot\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$.

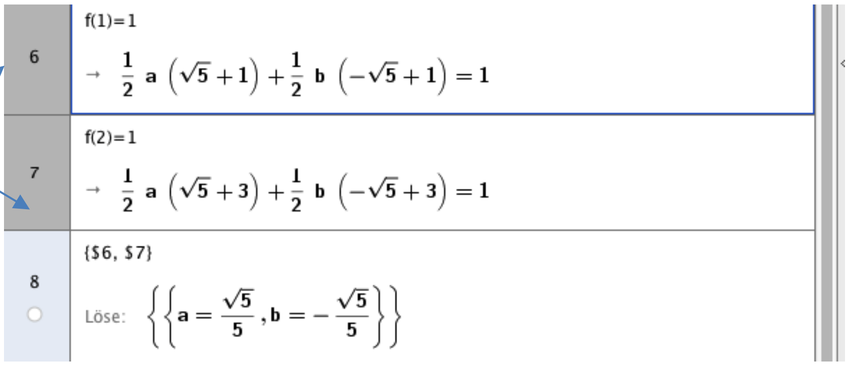
a und b lassen sich mittels der Bedingungen f(1) = 1 und f(2) = 1 und dem Ansatz eines Gleichungssystems bestimmen:



Thema: Formel von Moivre-Binet		**Grundkompetenz:**
Name:	**Schwierigkeitsgrad:**	**Klasse:**

Nach dem Markieren der Zeilen 6 und 7 mit gedrückter Maustaste und drücken des Löse-Buttons x= erhält man die Lösungen für a und b:

Zeilen markieren.



f(n) = $\frac{\sqrt{5}}{5}\cdot\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{\sqrt{5}}{5}\cdot\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n = \frac{\sqrt{5}}{5}\cdot\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$ → **Formel von Moivre-Binet**