

Seite 38, Aufgabe 120 – Schnittpunkt zweier Geraden im Raum

Die Untersuchung der Lagebeziehung zweier Geraden im Raum führt auf vier mögliche Fälle die eintreten können. Die Geraden sind ...

- echt parallel (kein Schnittpunkt),
- identisch (unendlich viele Schnittpunkte),
- windschief (kein Schnittpunkt) oder
- sie haben genau einen Schnittpunkt.

Betrachtet man zwei Geraden, so kann nur einer der angeführten Fälle eintreten. Um dies untersuchen zu können, ist es notwendig, die beiden Geraden zunächst zu definieren. Dabei wird folgender Zugang verwendet – die Geraden werden wie folgt dargestellt:

- $g_1: \vec{x} = P_1 + t \cdot \vec{v}_1$
Definition im CAS wxMaxima: durch [P1:[x,y,z], v_1:[x,y,z]]
- $g_2: \vec{x} = P_2 + t \cdot \vec{v}_2$
Definition im CAS wxMaxima: durch [P2:[x,y,z], v_2:[x,y,z]]

Die dafür notwendigen Eingaben sind nachfolgend ersichtlich:

```
[P_1:[2,0,3],v_1:[3,2,-1]]$
```

```
[P_2:[2,0,3],v_2:[3,0,1]]$
```

```
f(t):=P_1+t*v_1$
```

```
g(s):=P_2+s*v_2$
```

Indem die beiden Geraden gleichgesetzt werden, kann mittels des *Solve*-Befehls der Schnittpunkt ermittelt werden.

```
f(t)=g(s);  
[3*t+2,2*t,3-t]=[3*s+2,0,s+3]  
  
solve([3*t+2=3*s+2,2*t=0],[t,s]);  
[[t=0,s=0]]  
  
3-0=0+3;  
3=3
```

Nachdem ein überbestimmtes Gleichungssystem (2 Unbekannte, 3 Gleichungen) vorliegt, ist mittels der übriggebliebenen Gleichung nach Berechnung der beiden Unbekannten zu überprüfen, ob die ermittelte Lösung auch tatsächlich als solche in Betracht gezogen werden kann.