

Ich kann mit Folgen und Reihen Berechnungen in finanzmathematischen Problemstellungen durchführen.

- A, B, C **1** Herr Singer zahlt am Ende jeden Jahres einen Geldbetrag auf ein Sparkonto ein. Er beginnt mit 1000€ und erhöht den einzuzahlenden Betrag jedes Jahr um 3%.
- Berechne die Folge der Geldbeträge, die Herr Singer in den ersten 5 Jahren auf sein Konto einzahlt.
 - Interpretiere die Formel $B_t = 1000 \cdot 1,03^{t-1}$ (für $t = 1, 2, 3, \dots$) im Kontext.
 - Berechne das 10. Glied der zur Folge der Geldbeträge zugehörigen geometrischen Reihe mithilfe der Summenformel für endliche geometrische Reihen.
 - Interpretiere das Ergebnis von Aufgabe **c.** im Sachzusammenhang.
- A, B **2** Frau Fragner erhält in ihrem ersten Arbeitsjahr ein Jahresnettoeinkommen von 18500€. Dieser Betrag soll jedes Jahr um 2,8% angehoben werden.
- Berechne die Folge der Geldbeträge, die Frau Fragner in den ersten 5 Jahren ausbezahlt bekommt.
 - Ermittle, welches Jahresnettoeinkommen Frau Fragner im 10. Arbeitsjahr erhält.
 - Berechne, welchen Betrag Frau Fragner in den ersten 5 Jahren insgesamt verdient.
 - Ermittle, wie viele Jahre Frau Fragner arbeiten müsste, um insgesamt 1 Million Euro zu verdienen.
- A, B **3** Franz, Johann und Sabine gründen ein StartUp-Unternehmen. Die dafür erforderlichen Kosten teilen sie angepasst an ihren Vermögensstand auf. Franz steuert den höchsten Betrag bei, er zahlt 500000€. Die Geldbeträge bilden eine geometrische Folge, wobei jede weitere Person um 12% weniger zahlt als die vorhergehende. Johann zahlt den niedrigsten Betrag.
- Berechne die Beträge, die Johann und Sabine zur Unternehmensgründung beisteuern.
 - Berechne, welchen Gesamtbetrag die Franz, Johann und Sabine zur Unternehmensgründung zur Verfügung haben.
- A, B **4** Eine Bank bewirbt eine private fondgebundene Pensionsvorsorge. Dabei wird im 1. Jahr ein Geldbetrag von mindestens 2000€ auf ein Sparkonto eingezahlt. Aufgrund einer Indexanpassung erhöht sich der jährlich zu zahlende Betrag pro Jahr um 1,2%. Herr Seiler zahlt im ersten Jahr 3500€ auf das Pensionsvorsorgekonto ein.
- Berechne die Folge der Geldbeträge, die Herr Seiler in den ersten 3 Jahren einzahlt.
 - Ermittle, welchen Jahresbetrag Herr Seiler im 7. Jahr zahlen muss.
 - Berechne mithilfe der Summenformel für endliche geometrische Reihen, welchen Betrag Herr Seiler in den ersten 10 Jahren insgesamt einzahlt.
 - Ermittle, über welchen Zeitraum Herr Seiler die Einzahlungen aufrechterhalten kann, wenn er im letzten Jahr höchstens 5000€ zahlen will.
 - Berechne, wie viele Jahre lang Herr Seiler auf das Pensionsvorsorgekonto einzahlen müsste, damit die Gesamtsumme aller bezahlten Beträge mindestens 100000€ beträgt.

Lösungen zu:
Ich kann mit Folgen und Reihen Berechnungen in finanzmathematischen Problemstellungen durchführen.

- 1**
- (1000; 1030; 1060,9; 1092,73; 1125,51)
 - Mit dieser Formel kann man den Betrag B_t berechnen, den Herr Singer im t-ten Jahr auf sein Konto einzahlt.
 - 11463,90 € [$S_{10} = 1000 \cdot \frac{1,03^{10} - 1}{1,03 - 1}$]
 - Das Ergebnis aus Aufgabe c. gibt den Gesamtbetrag an, den Herr Singer in den ersten 10 Jahren auf sein Konto einzahlt
- 2**
- (18500; 19018; 19550,50; 20097,92; 20660,66)
 - 23719,70€ [$18500 \cdot 1,028^9$]
 - 97827,08€
 - rund 34 Jahre [33,37... Jahre. Löse $18500 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 1000000$ mit $q = 1,028$ nach n.]
- 3**
- Sabine: $500000 \cdot 0,88 = 440000$ € ; Johann: $440000 \cdot 0,88 = 387200$ €
 - Gesamtbetrag: 1327200€
- 4**
- (3500; 3542; 3584,5)
 - 3759,68€
 - 36951,77€
 - 30 Jahre lang. [Der im t-ten Jahr zu zahlende Betrag ist $B_t = 1000 \cdot 1,03^{t-1}$ ($t = 1, 2, 3, \dots$). Lösen der Gleichung $5000 = 3500 \cdot 1,012^{t-1}$ nach t ergibt $t = 30,9 \dots$ Obwohl die 1. Nachkommastelle 9 ist, muss man hier abrunden, da Herr Seiler ja höchstens 5000€ zahlen will und die Prämie im 31. Jahr bereits 5005,91€ betragen würde.
 - 25 Jahre lang. [Lösen der Gleichung $3500 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 100000$ mit $q = 1,012$ ergibt $n = 24,7 \dots$ Hier muss man das Ergebnis aufrunden, da Herr Seiler ja mindestens 100000€ einzahlen möchte und der eingezahlte Betrag nach 24 Jahren niedriger wäre.]