

Ich kann die Eigenschaften der Exponentialfunktion in Anwendungsproblemen aus Wirtschaft, Alltag und Wissenschaft interpretieren.

- A, B **1** Ein Breitband-Internetanbieter hat derzeit 5400 Kundinnen und Kunden. Aufgrund von Marktanalysen geht das Unternehmen davon aus, dass der Kundenstamm in den kommenden Jahren um durchschnittlich 5% pro Jahr vergrößert werden kann.
- a. Entscheide und kreuze an, welche der folgenden Funktionen K die Anzahl an Kundinnen und Kunden in t Jahren beschreibt.
- ☐ A $K(t) = 5400 \cdot 0,05^t$
 ☐ C $K(t) = 5400 \cdot 5^t$
 ☐ E $K(t) = 5400 \cdot 1,05 \cdot t$
☐ B $K(t) = 5400 + 1,05 \cdot t$
 ☐ D $K(t) = 5400 \cdot 1,05^t$
- b. Berechne, wie viele Menschen die Dienste des Unternehmens in 10 Jahren in Anspruch nehmen werden, wenn man vom Modell aus Aufgabe a. ausgeht.
- c. Ermittle, in wie vielen Jahren das Unternehmen seinen Kundenstamm unter diesen Annahmen verdoppeln kann.
- A, B **2** Eine österreichische Bank wirbt für eine Sparform mit „attraktiven 0,4% Zinsen p.a.“. Frau Gebhardt legt ein Kapital von 7800€ in dieser Sparform an.
- a. Gib jene Exponentialfunktion K an, die das vorhandene Kapital $K(t)$ nach t Jahren beschreibt.
- b. Berechne, über welches Kapital Frau Gebhardt 15 Jahre nach Eröffnung des Sparbuchs verfügen kann, wenn man davon ausgeht, dass der Zinssatz über den gesamten Zeitraum unverändert bleibt.
- A, B, C **3** Der Zerfallsprozess des radioaktiven Elements Radon 222 kann mit einer Exponentialfunktion beschrieben werden, die jedem Zeitpunkt t die vorhandene Menge $N(t)$ an strahlendem (das heißt: nicht zerfallenem) Material zuordnet. Pro Stunde nimmt die strahlende Menge um etwa 0,76% ab. Die zu Beginn vorhandene Menge an radioaktivem Material wird mit N_0 bezeichnet.
- a. Entscheide und kreuze an, welche der folgenden Funktionen N den Zerfallsprozess von Radon 222 beschreibt (t ... Zeit in Stunden).
- ☐ A $N(t) = N_0 \cdot 1,76^t$
 ☐ C $N(t) = N_0 \cdot 0,76^t$
 ☐ E $N(t) = N_0 \cdot 0,24^t$
☐ B $N(t) = N_0 \cdot 0,9924^t$
 ☐ D $N(t) = N_0 \cdot 1,0076^t$
- b. Für ein anderes radioaktives Element wird die Zerfallsformel $M(t) = M_0 \cdot 0,843^t$ aufgestellt. Vergleiche diese Formel mit jener für Radon und interpretiere die Größe der Zerfallskonstanten in Hinblick auf den Verlauf der Graphen der beiden Funktionen.
- C **4** Es ist b eine beliebige reelle Zahl größer als 1. Ergänze die Aussage so, dass sie richtig ist.
- | | |
|---|---|
| Die Funktion f mit $f(x) = b \cdot e^{a \cdot x}$ beschreibt einen Zerfallsprozess, wenn... | ☐ A $a > 0$ ist. |
| | ☐ B $a > 1$ ist. |
| Die Funktion f mit $f(x) = b \cdot a^x$ beschreibt einen Wachstumsprozess, wenn... | ☐ C $a < 0$ ist. |
| | ☐ D $0 < a < 1$ ist. |
- C, D **5** Der Wert zweier Kapitalien nach t Jahren kann mit den Exponentialfunktionen K_1 und K_2 mit $K_1(t) = 1000 \cdot 1,02^t$ und $K_2(t) = 900 \cdot 1,05^t$ beschrieben werden.
- a. Interpretiere die in den Funktionen auftretenden Zahlen im angegebenen Kontext.
- b. Argumentiere, welches Kapital bei gleichbleibender Verzinsung schneller auf 1500€ anwachsen wird.

¹ p.a. = per anno = pro Jahr

Lösungen zu:

Ich kann Exponentialfunktionen als Modelle für Zu- und Abnahmeprozesse interpretieren und damit Berechnungen durchführen.

1 a. ☐

b. etwa 8800 Personen. (8796,...)

c. im 15. Jahr ($t = 14,206 \dots$ Jahre)2 a. $K(t) = 7800 \cdot 1,004^t$ oder $K(t) = 7800 \cdot e^{0,003992 \cdot t}$ ($t \dots$ Zeit in Jahren)b. $K(15) \approx 8281,33 \text{ €}$ 3 a. ☐

b. Da die Konstante $a_M = 0,843$ der Funktion $M(t)$ kleiner ist als jene der Funktion $N(t)$, zerfällt das 2. radioaktive Element schneller als Radon. Der Graph der Funktion $M(t)$ nähert sich daher schneller der x-Achse an, als jener der Funktion $N(t)$.

4

Die Funktion f mit $f(x) = b \cdot e^{a \cdot x}$ beschreibt einen Zerfallsprozess, wenn...	C
Die Funktion f mit $f(x) = b \cdot a^x$ beschreibt einen Wachstumsprozess, wenn...	B

5 a. Die Zahlenwerte 1000 bzw. 900 geben die Anfangswerte der beiden Kapitalien an. Das erste Kapital wächst um 2% pro Jahr, das zweite um 5% pro Jahr, das heißt, die Jahreszinssätze betragen 3% bzw. 5%.

b. Das zweite Kapital K_2 wird bei gleichbleibender Verzinsung schneller auf 1500€ anwachsen. Der Ausgangswert ist zwar geringer, die Wachstumsrate liegt mit 5% pro Jahr aber deutlich über jener von Kapital K_1 mit 2%. Daher wächst das zweite Kapital mit zunehmender Zeit schneller als das erste Kapital.