Ich kann lineare Funktionen für Problemstellungen aus unterschiedlichen Anwendungsbereichen modellieren.

A, B **1** Ein Wanderer marschiert mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 4,8km/h.
a. Stelle eine lineare Funktion auf, die jeder Zeiteinheit x die zurückgelegte Wegstrecke zuordnet.
b. Berechne, wie lange der Wanderer benötigt, um eine Strecke von 30km zurückzulegen.
c. Berechne, welche Strecke der Wanderer in 2h 40min zurücklegt.

A, B **2** Nach dem Einschalten eines Druckers dauert es etwa 20 Sekunden, bis das Gerät einsatzbereit ist. Das Gerät benötigt für das Drucken einer Seite etwa 5 Sekunden.

a. Stelle eine lineare Funktion auf, die den Zusammenhang zwischen der Anzahl n an gedruckten Seiten und der dafür benötigten Zeit modelliert.
b. Berechne, wie viele Seiten in 2 Minuten maximal gedruckt werden können.
c. Berechne, wie lange der Druck eines Dokuments mit 125 Seiten dauert.

A, B **3** Zur Angabe der Temperatur gibt es verschiedene Skalen. In den meisten Ländern hat sich die Angabe in Grad Celsius [°C] durchgesetzt, in England und den USA wird die Temperatur jedoch oft auch in Fahrenheit [°F] angegeben, in der Wissenschaft wird häufig die Kelvin-Skala [K] herangezogen.
Der absolute Nullpunkt (0°K) liegt bei -273,15°C, eine Temperatur von 25°K entspricht -248,15°C.
a. Bestimme die lineare Funktion T, die jeder Temperatur in Grad Kelvin die gleiche Temperatur in Grad Celsius zuordnet.
b. Bestimme die lineare Funktion T_1, die jeder Temperatur in Grad Celsius die gleiche Temperatur in Grad Kelvin zuordnet.
c. Berechne, bei welcher Temperatur in Grad Kelvin der Gefrierpunkt des Wassers liegt (0°C).
d. Berechne, wie viel Grad Celsius 37°K entsprechen.

A, B **4** Eine Firma plant den Kauf einer neuen Maschine und erhält zwei Angebote:

Maschine A: Anschaffungskosten: 12 000 €, Produktionskosten pro Stück: 4,40 €
Maschine B: Anschaffungskosten: 10 500 €, Produktionskosten pro Stück: 5,40 €

a. Bestimme für jede Maschine die Fixkosten und die variablen Kosten.
b. Stelle für jede Maschine die lineare Funktion auf, die der produzierten Stückzahl x die Gesamtkosten K(x) zuordnet.
c. Berechne, welche Kosten für Maschine A bzw. Maschine B entstehen, wenn 450 Stück produziert werden.
d. Berechne, ab welcher Produktionsmenge die Anschaffung von Maschine A sinnvoll ist.

A, B **5** Der Anschaffungswert einer Maschine liegt bei 75600 €. Die Firma plant, die Anlage 12 Jahre lang zu nutzen.
a. Stelle die lineare Funktion auf, die der Zahl x den Restwert R(x) nach x Jahren zuordnet und gib eine sinnvolle Definitionsmenge an.
b. Berechne mit dieser Funktion den Restwert nach 5 Jahren.
c. Berechne, nach wie vielen Jahren die Maschine einen Restwert von 25200 € hat.

A, B, C **6** Die Kosten eines kleinen Unternehmens für die Produktion von x Stück eines bestimmten Produkts können durch die Funktion K mit $K(x) = 3200 + 7{,}5x$ beschrieben werden.
a. Interpretiere die Bedeutung der Zahlen 3200 und 7,5 in diesem Zusammenhang.
b. Berechne K(190) und interpretiere diese Zahl.
c. Bestimme fixe und variable Kosten bei einer Produktionsmenge von 400 Stück.

Autorin: Bettina Ponleitner

Ich kann lineare Funktionen für Problemstellungen aus unterschiedlichen Anwendungsbereichen modellieren.

A, B **7** Ein Betrieb verkauft ein Produkt um 5,10 € pro Stück.

a. Stelle eine Funktion auf, die der produzierten Stückmenge den erzielten Erlös zuordnet.

b. Berechne, welcher Erlös beim Verkauf von 224 Stück erzielt wird.

c. Berechne, welche Stückzahl pro Monat verkauft werden muss, damit die Fixkosten in der Höhe von 2805 € gedeckt sind.

A, B, C **8** Die Fixkosten eines Unternehmens betragen pro Monat 7400 €. Pro Stück eines bestimmten Produkts entstehen Kosten in der Höhe von 6,25 €, der Verkaufspreis pro Stück ist mit 12,50 € festgesetzt.

a. Stelle eine lineare Funktion auf, die der Anzahl der produzierten Stück die Gesamtkosten zuordnet.

b. Stelle eine lineare Funktion auf, die der Anzahl der verkauften Stück den Gesamterlös zuordnet.

c. Gib eine lineare Funktion an, die den Gewinn des Unternehmens beschreibt.

d. Berechne die anfallenden Kosten, den erzielten Erlös und den daraus resultierenden Gewinn für 780 Stück. Interpretiere das Ergebnis.

e. Berechne den Break-Even-Point.

A, B **9** Der Gewinn eines Unternehmens beim Verkauf von x Stück eines Produkts kann mit der Funktion G mit $G(x) = 5x - 4800$ beschrieben werden. Der Verkaufspreis pro Stück beträgt 8,50 €.

a. Berechne G(1020) und interpretiere das Ergebnis.

b. Stelle eine lineare Funktion auf, die der verkauften Stückzahl den erzielten Erlös zuordnet.

c. Gib die fixen und variablen Kosten für das Produkt an und stelle eine lineare Funktion auf, die die Gesamtkosten für dieses Produkt beschreibt.

d. Berechne den Break-Even-Point.

Lösungen zu:
Ich kann lineare Funktionen für Problemstellungen aus unterschiedlichen Anwendungsbereichen modellieren..

1 **a.** $s(x) = 4{,}8x$ (x…Zeit in Stunden)
b. Der Wanderer benötigt 6,25 h (= 6h 15min) für eine Strecke von 30km.
c. In 2h 40min legt der Wanderer 12,8 km zurück. (Achtung: x ist die Zeit in Stunden, daher muss man 2h 40min zunächst in Stunden umrechnen: $2h40\,min = 2 + \frac{40}{60}h = \frac{8}{3}h$.)

2 Nach dem Einschalten eines Druckers dauert es etwa 20 Sekunden, bis das Gerät einsatzbereit ist. Das Gerät benötigt für das Drucken einer Seite etwa 5 Sekunden.

a. Zeit (in Sekunden), die der Drucker zum Drucken von n Seiten benötigt: $T(n) = 5n + 20$.
b. höchstens 20 Seiten.
c. 10min 45 sec (= 645 sec).

3 **a.** $T(k) = k - 273{,}15$ (k…Temperatur in Grad Kelvin, T(k)…Temperatur in Grad Celsius)
b. $T_1(c) = c + 273{,}15$ (c…Temperatur in Grad Celsius, T(c)…Temperatur in Grad Kelvin)
c. $T_1(0) = 0 + 273{,}15 = 273{,}15°K$.
d. $T(37) = 37 - 273{,}15 = -236{,}15°C$.

4 **a.** Fixkosten = Anschaffungskosten; variable Kosten = Produktionskosten pro Stück mal Stückzahl

Maschine A: Fixkosten: 12 000 €, variable Kosten: $4{,}40 \cdot x$

Maschine B: Fixkosten: 10 500 €, variable Kosten: $5{,}40 \cdot x$

b. Maschine A: $K_A(x) = 4{,}40x + 12000$; Maschine B: $K_B(x) = 5{,}40x + 10500$

c. $K_A(450) = 13\,980$ €, $K_B(450) = 12\,930$ €

d. Bei einer Produktionsmenge von x = 18 600 Stück sind die Kosten für beide Maschinen gleich, das heißt, ab einer Produktionsmenge von 18 601 Stück sind die Kosten für Maschine A niedriger als für Maschine B.

5 **a.** $R(x) = -6300x + 75600$; Definitionsmenge: $0 \le x \le 12$
b. $R(5) = 44\,100$ €

c. nach 8 Jahren

6 **a.** 7,5 = Produktionskosten pro Stück, 3200 = Fixkosten.
b. $K(190) = 4625$ €. Diese Zahl gibt die Höhe der Produktionskosten für eine produzierte Menge von 190 Stück an.

c. Fixe Kosten: 3200 €, variable Kosten = Produktionskosten pro Stück mal Stückzahl: 3000 €

7 **a.** erzielter Erlös für x Stück: $E(x) = 5{,}10 \cdot x$
b. $E(224) = 1142{,}40$ €

c. 550 Stück müssen pro Monat verkauft werden, um die Fixkosten zu decken.

8 **a.** $K(x) = 7400 + 6{,}25x$

b. $E(x) = 12{,}50x$

c. $G(x) = 6{,}25x - 7400$

d. Kosten: K(780) = 12275 €; Erlös: E(780) = 9750 €; Gewinn: G(780) = -2525 €. Bei einer produzierten und verkauften Menge von 780 Stück sind die Kosten höher als der erzielte Erlös. Das heißt, das Unternehmen macht Verlust.

e. Break-Even-Point: $x = 1184$

Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann lineare Funktionen für Problemstellungen aus unterschiedlichen Anwendungsbereichen modellieren..

9 Der Gewinn eines Unternehmens beim Verkauf von x Stück eines Produkts kann mit der Funktion $G(x) = 5x - 4800$ beschrieben werden. Der Verkaufspreis pro Stück beträgt 8,50 €.

a. $G(1020) = 300$, das heißt, das Unternehmen erzielt beim Verkauf von 1020 Stück einen Gewinn von 300 €.

b. $E(x) = 8{,}50x$

c. $K(x) = E(x) - G(x)$, das heißt, $K(x) = 3{,}5x + 4800$; fixe Kosten: 4800 €; variable Kosten pro Stück: 3,50 €

d. Break-Even-Point: $x = 960$

Autorin: Bettina Ponleitner