

Ich kann die Normalverteilung als Näherung der Binomialverteilung beschreiben und die Binomialverteilung in die Normalverteilung überführen.

- A, B, C, D **1** Auf der Website des ebook-Anbieters „e-bookUnlimited“ kann man ebooks kaufen und direkt im epub-Format downloaden. Erfahrungsgemäß sind die heruntergeladenen epub-Dateien in 4% aller Fälle beschädigt und können dadurch nicht auf den mobilen Endgeräten (z.B. e-Reader, Handy, Tablet) der Kundinnen und Kunden geöffnet werden. „e-bookUnlimited“ verkauft etwa 18 000 ebooks pro Jahr.
- Berechne Erwartungswert und Standardabweichung für die Anzahl der beschädigten Dateien in einem Jahr.
 - Begründe, warum man hier die Binomialverteilung durch eine Normalverteilung approximieren darf.
 - Berechne unter Verwendung der Normalverteilung, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass höchstens 760 Dateien beschädigt und damit unbrauchbar sind.
 - Erkläre, wie man die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen 667 und 773 Dateien beschädigt sind, mithilfe der Normalverteilung abschätzen kann.
- A, B, C **2** Etwa 1,8% aller Personen, die in Wien öffentliche Verkehrsmittel benutzen, fahren ohne gültigen Fahrschein. Es wird geschätzt, dass bei einer Fahrkartenkontrolle in der Station *Bahnhof Meidling* etwa 450 Personen kontrolliert werden.
- Argumentiere, ob man hier die Binomialverteilung durch eine Normalverteilung approximieren darf.
Bei einer großangelegten Fahrkartenkontrollaktion in verschiedenen U-Bahn Stationen in Wien werden an einem Tag etwa 1500 Personen kontrolliert.
 - Berechne mithilfe der Normalverteilung, mit welcher Wahrscheinlichkeit an diesem Tag mindestens 38 Personen ohne gültigen Fahrschein erwischt werden.
 - Ermittle, wie viele Personen mindestens kontrolliert werden müssen, damit man in diesem Fall die Binomialverteilung durch eine Normalverteilung approximieren darf.
- A, B **3** Die Masse eines regelkonformen Golfballs darf höchstens 45,93 g betragen. Eine Herstellerfirma von Golfbällen weiß, dass etwa 3% aller ihrer produzierten Golfbälle zu schwer und daher nicht regelkonform sind. Eine Lieferung umfasst 1500 Golfbälle.
- Berechne Erwartungswert und Standardabweichung für die in dieser Lieferung vorhandenen regelkonformen Golfbälle.
 - Berechne mithilfe der Normalverteilung die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 60 Golfbälle nicht regelkonform sind.
- A, B, C **4** Der Betreiber der Hotel-Buchungswebsite „gr8booking.com“ weiß aus Erfahrung, dass etwa 12% aller Kundinnen und Kunden vom 24h-Storno-Service Gebrauch machen und das reservierte Hotelzimmer nicht in Anspruch nehmen.
- In einem Hotel mit 150 Zimmern wurden 160 Reservierungen entgegengenommen. Berechne mithilfe der Normalverteilung die Wahrscheinlichkeit, dass es zu Problemen wegen Überbelegung kommt.
Für ein anderes Hotel, das nur über 40 Zimmer verfügt, wurden 43 Reservierungen entgegengenommen.
 - Argumentiere, ob man auch in diesem Fall die Binomialverteilung durch eine Normalverteilung approximieren darf.
 - Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass es im kleineren Hotel zu Problemen wegen Überbelegung kommt.
 - Ein drittes Hotel hat 90 Zimmer, die über gr8booking.com vermittelt werden. Berechne, wie viele Reservierungen dieses Hotel höchstens annehmen darf, wenn die Wahrscheinlichkeit, dass es zu Problemen wegen Überbelegung kommt, höchstens 5% betragen soll.

Lösungen zu:

Ich kann die Normalverteilung als Näherung der Binomialverteilung beschreiben und die Binomialverteilung in die Normalverteilung überführen.

1 a. $\mu = 18\,000 \cdot 0,04 = 720$, $\sigma = \sqrt{720 \cdot 0,96} = 26,29\dots$

b. Da die Standardabweichung $\sigma = 26,29 > 3$ ist, darf die Binomialverteilung durch eine Normalverteilung approximiert werden.

c. $P(X \leq 760) = \Phi\left(\frac{760,5 - 720}{26,29}\right) = 0,9383$

d. Das Intervall $[667; 773]$ entspricht etwa dem Intervall $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$. Für eine (annähernd) normalverteilte Zufallsvariable gilt, dass etwa 95% aller Werte einen Abstand von höchstens 2σ vom Erwartungswert haben. Daher beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen 667 und 773 Dateien beschädigt sind, etwa 95%.

2 a. Da die Standardabweichung $\sigma = \sqrt{450 \cdot 0,018 \cdot 0,982} = 2,82\dots < 3$ ist, darf die Binomialverteilung hier nicht durch eine Normalverteilung approximiert werden.

Bei einer großangelegten Fahrkartenkontrollaktion in verschiedenen U-Bahn Stationen in Wien werden an einem Tag etwa 1500 Personen kontrolliert.

b. $P(X \geq 38) = 1 - \Phi\left(\frac{37,5 - 27}{5,149}\right) = 0,0207$

$[\mu = 1500 \cdot 0,018 = 27, \sigma = \sqrt{27 \cdot 0,982} = 5,149\dots]$

c. mindestens $n = 510$ Personen.

[Es muss gelten $n \cdot 0,018 \cdot 0,982 > 9$.]

3 a. $\mu = 1500 \cdot 0,97 = 1455$, $\sigma = \sqrt{1455 \cdot 0,03} = 6,606\dots$

b. X gibt die Anzahl der nicht regelkonformen Golfbälle an.

$P(X \leq 60) = \Phi\left(\frac{60,5 - 45}{5,149}\right) = 0,9884$

4 a. X gibt die Anzahl der Personen an, die ihr reserviertes Zimmer auch in Anspruch nehmen.

$\mu = 160 \cdot 0,88 = 140,8$, $\sigma = \sqrt{160 \cdot 0,12 \cdot 0,88} = 4,11\dots$;

$P(X \geq 151) = 1 - \Phi\left(\frac{150,5 - 140,8}{4,11}\right) = 0,0091$

b. In diesem Fall darf man die Binomialverteilung nicht durch eine Normalverteilung approximieren, da die Standardabweichung rund 2,13 beträgt und damit kleiner als 3 ist.

c. X gibt die Anzahl der Personen an, die ihr reserviertes Zimmer auch in Anspruch nehmen.

$P(X \geq 41) = P(X = 41) + P(X = 42) + P(X = 43) = 0,097$.

d. Es dürfen maximal $n = 96$ Reservierungen angenommen werden.

$[\mu = n \cdot 0,88, \sigma = \sqrt{n \cdot 0,88 \cdot 0,12}$; Es muss gelten $P(X \geq 91) < 0,05$. Das ist gleichbedeutend mit

$1 - \Phi\left(\frac{90,5 - \mu}{\sigma}\right) < 0,05$. Daraus ergibt sich (z.B. mithilfe des „InversNormal“-Befehls von Geogebra)

$\frac{90,5 - n \cdot 0,88}{\sqrt{n \cdot 0,88 \cdot 0,12}} = 1,6449$. Lösen dieser Gleichung liefert $n = 96,8\dots \approx 96$. Hier muss man abrunden, da

sonst die Wahrscheinlichkeit für Probleme wegen Überbelegung mehr als 5% betragen würde.]