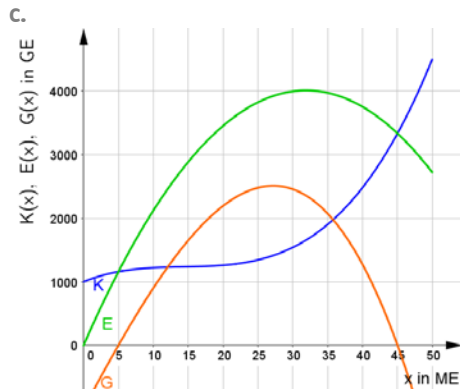


- A, B **1** Ein Monopolbetrieb arbeitet mit der Kostenfunktion K mit $K(x) = 0,07x^3 - 3x^2 + 45x + 1000$ und der Nachfragefunktion p_N mit $p_N(x) = -3,94x + 251,47$.
- Bestimme die Erlösfunktion und die Gewinnfunktion.
 - Bestimme die Deckungsbeitragsfunktion.
 - Stelle Gewinn-, Erlös- und Kostenfunktion in einem gemeinsamen Diagramm dar.
 - Ermittle den Gewinnbereich sowie den maximalen Gewinn.
- A, C **2** Ein Betrieb hat für ein bestimmtes Produkt die Nachfragefunktion p_N mit $p_N(x) = -0,005x + 300$ ermittelt. Um besser abschätzen zu können, wie stark sich eine Preisänderung auf die Nachfrage auswirkt, soll die Punktelastizität der Nachfrage ermittelt werden können.
- Ermittle für die gegebene Nachfragefunktion p_N eine Formel zur Berechnung der Absatzelastizität $\varepsilon(x)$ bei einer bestimmten Absatzmenge.
 - Ist die Nachfrage für dieses Produkt elastisch oder unelastisch bei einer beliebigen Produktionsmenge $x < 60\,000$ ME? Begründe deine Entscheidung.
 - Stelle eine Formel auf, wie man für einen gegebenen Preis p die Nachfrage x berechnen kann.
 - Verwende das Ergebnis aus Aufgabe c. und eine Formel zur Berechnung der Absatzelastizität $\varepsilon(p)$ bei einem bestimmten Verkaufspreis.
- A, B, C **3** Der Betrieb CoffeeHouse will selbstgebackene Riesen-Erdnusskekse ins Sortiment aufnehmen. Eine Markkanalyse während der Testphase hat ergeben, dass pro Monat etwa 1000 Personen bereit wären, ein Keks zum Preis von 1,80€ zu kaufen. Wäre der Preis 2,60€/Stück, so würden nur noch 800 Personen ein Keks kaufen.
- Ermittle die lineare Nachfragefunktion p_N .
 - Ermittle die Erlösfunktion E .
 - Ermittle den Verkaufspreis, für den das CoffeeHouse den maximalen Erlös erzielt, und gib den maximalen Erlös an.
 - Bestimme den Höchstpreis und die Sättigungsmenge.
- A, B, C **4** Eine Fitnesstrainerin bietet individuell gestaltete Einzel-Trainings zu einem Preis von 85€/Stunde an. Die monatlichen Ausgaben des Betriebs lassen durch die Kostenfunktion K mit $K(x) = 0,05x^3 - 2,5x^2 + 50x + 370$ beschreiben, wobei x die Anzahl der abgehaltenen Trainingseinheiten angibt.
- Ermittle die Erlösfunktion E .
 - Ermittle die Gewinnfunktion G .
 - Ermittle, wie viele Trainingseinheiten die Trainerin pro Monat mindestens halten muss, damit sie keinen Verlust macht. Achte darauf, dass du sinnvoll rundest.
 - Kann der monatliche Gewinn 2000€ betragen? Begründe deine Antwort.

Lösungen zu: Ich kann Aufgabenstellungen aus der Wirtschaft mit Nachfrage-, Erlös- und Gewinnfunktion modellieren.

- 1 a. Erlösfunktion: $E(x) = -3,94x^2 + 251,47x$; Gewinnfunktion: $G(x) = -0,07x^3 - 0,94x^2 + 206,47x - 1000$

b. Deckungsbeitrag: $D(x) = -0,07x^3 - 0,94x^2 + 206,47x$ [Deckungsbeitrag = Erlös – variable Kosten]



d. Gewinnbereich: 5 ME bis 45 ME [Löse $G(x) = 0$]

maximaler Gewinn: $G(27,2) = 2511,88$ GE [Löse $G'(x) = 0$ und setze die positive Lösung in $G(x)$ ein.]

- 2 a. Ermittle für die gegebene Nachfragefunktion p_N eine Formel zur Berechnung der Absatzelastizität

$$\varepsilon(x) = 1 - \frac{60\,000}{x} \quad \text{[Man erhält diese Formel, indem man die gegebenen Nachfragefunktion in die}$$

Berechnungsvorschrift für die Punktelastizität der Nachfrage, $\varepsilon(x) = \frac{p_N(x)}{x} : p_N'(x)$ einsetzt.]

b. Die Nachfrage ist für eine beliebige Produktionsmenge $x < 60\,000$ ME unelastisch, da immer $\varepsilon(x) < 1$ (für positive x -Werte).

c. $x = \frac{p-500}{-0,005} = -200 \cdot (p-500)$ [Löse $p = -0,005x + 300$ nach p auf.]

d. $\varepsilon(p) = \frac{300}{p-500} + 1$ [Setze $x = -200 \cdot (p-500)$ in die Formel aus Aufgabe a. ein und forme um.]

- 3 a. $p_N(x) = -0,008x + 5$ [Aus I) $p_N(400) = 1,80$ und II) $p_N(300) = 2,60$ erhält man das lineare Gleichungssystem I) $1,80 = 400a + b$ und II) $2,60 = 300a + b$. Lösen dieses Gleichungssystem liefert $a = -0,008$, $b = 5$.

b. $E(x) = p_N(x) \cdot x = -0,008x^2 + 5x$

c. Der Verkaufspreis, bei dem das CoffeeHouse den maximalen Erlös erzielt, ist 2,50€/Keks. [Löse $E'(x)=0$ um die gewinnmaximale Menge zu erhalten: $x = 312,5$ ME. Da keine halben Kekse verkauft werden können, muss man entweder auf- oder abrunden. Beide Varianten liefern denselben Daher können wir aufrunden und erhalten eine erlösmaximale Menge von 313 Keksen und einen Stückpreis von 2,50€.]

Der maximale Erlös beträgt $E(313) = 781,25$ €.

d. Höchstpreis: $p_N(0) = 5$ €; Sättigungsmenge: $x = 625$ Stück [Löse $p_N(x) = 0$.]

- 4 a. Erlösfunktion: $E(x) = p \cdot x = 85x$

b. Gewinnfunktion: $G(x) = E(x) - K(x) = -0,05x^3 + 2,5x^2 + 35x + 370$

c. Die Trainerin muss mindestens 8 Trainingsstunden pro Monat halten, damit sie keinen Verlust macht. [Lösen von $G(x) = 0$ ergibt $x = 7,31$ Stunden. Hier muss man aufrunden, da die Trainerin bei 7 gehaltenen Stunden noch Verlust machen würde.]

Lösungen zu:

Ich kann Aufgabenstellungen aus der Wirtschaft mit Nachfrage-, Erlös- und Gewinnfunktion modellieren.

d. Nein, der monatliche Gewinn kann bei diesem Modell nie 2000€ betragen, da der maximale Gewinn bei etwa 1832€ pro Monat liegt. [Berechne die gewinnmaximale Menge durch lösen von $G'(x)=0$. Einsetzen in die Gewinnfunktion ergibt den maximalen Gewinn.]