

LÖSUNG ZU 225:

- a) Um die Funktionsgleichung aufzustellen, müssen die Parameter $h_0 = 0$, $v_0 = 45$ und $g = 10$ eingesetzt werden. Man erhält:
$$h(t) = 45t - 5t^2 = -5t^2 + 45t$$

Für die Höhe h sind nur positive Funktionswerte sinnvoll, sowie der Wert $h = 0$. Ist die Höhe 0, dann kommt die Kugel wieder auf dem Boden auf. Es werden daher die Nullstellen berechnet:

$$45t - 5t^2 = 0 \quad \rightarrow \quad -5t \cdot (t - 9) = 0 \quad \rightarrow \quad t_1 = 0 \text{ bzw. } t_2 = 9$$

Eine passende Definitionsmenge wäre daher: $D = [0; 9]$

- b) Der Graph der Funktion h ist eine Parabel. Da $a = -5$ negativ ist, ist die Parabel nach unten offen und besitzt daher im Scheitelpunkt eine lokale Maximumstelle:

$$\text{Berechnung des Scheitelpunkts S: } t = -\frac{b}{2a} = -\frac{45}{-10} = 4,5$$

lokale und globale Maximumstelle bei 4,5

Bei den Nullstellen 0 bzw. 9 befinden sich globale Minimumstellen.

Die Kugel erreicht nach 4,5 Sekunden ihren höchsten Punkt.

Der tiefste Punkt ist zu Beginn und nach 9 Sekunden erreicht. Die Kugel wird vom Boden nach oben geschossen und kommt dort nach 9 Sekunden wieder auf.

- c) h streng monoton steigend in $[0; 4,5]$ und streng monoton fallend in $[4,5; 9]$.
In den ersten 4,5 Sekunden bewegt sich die Kugel nach oben, anschließend fällt sie nach unten.

- d) Es wird folgende Gleichung berechnet:

$$\begin{aligned} -5t^2 + 45t = 100 & \quad \rightarrow \quad t^2 - 9t + 20 = 0 & \quad \rightarrow \quad t_{1,2} = \frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4} - 20} \\ & & \rightarrow \quad t_1 = 5 & \quad \text{bzw. } t_2 = 4 \end{aligned}$$

Die Kugel befindet sich nach 4 und nach 5 Sekunden in einer Höhe von 100 Meter.

