Ich kann Problemstellungen aus Wirtschaft, Alltag und Wissenschaft durch quadratische Funktionen modellieren und ihre Lösungen interpretieren.

A, B **1** Die monatlichen Kosten eines Betriebs bei einer Produktion von x ME lassen sich mit der quadratischen Kostenfunktion K mit $K(x) = -0{,}32x^2 + 135x + 840$ beschreiben. Die maximal pro Monat produzierbare Menge beträgt 250 ME.

a. Berechne die anfallenden Kosten, wenn 35 ME produziert werden.

b. Berechne, wie viele ME produziert werden können, wenn die Kosten 4015 GE nicht überschreiten sollen.

A, B, C **2** Die monatlichen Kosten eines Betriebs, die bei einer Produktion von x ME entstehen, lassen sich mit der quadratischen Kostenfunktion K mit $K(x) = 0{,}2x^2 + 7{,}6x + 75$ beschreiben. Eine Mengeneinheit des Produktes wird um 24 GE verkauft.

a. Stelle die Erlösfunktion E auf.

b. Berechne die Schnittpunkte der Erlösfunktion E mit der Kostenfunktion K und interpretiere diese in Bezug auf den Sachverhalt.

A, B **3** Ein Unternehmen produziert Kleiderbügel aus Holz. Die Produktionskosten können mit einer quadratischen Kostenfunktion K modelliert werden. Die monatlichen Fixkosten bei der Produktion belaufen sich auf 760€. Bei der Produktion von 500 Stück entstehen Produktionskosten von 1260€, bei der Produktion von 1500 Stück sind es 2560€.

a. Ermittle die quadratische Kostenfunktion K.

b. Ein Kleiderbügel wird um 2€ verkauft. Stelle die Erlösfunktion E sowie die Gewinnfunktion G auf.

c. Berechne den Break-Even-Point und die Gewinngrenze.

d. Ermittle, bei wie viel verkauften Stück maximaler Gewinn erzielt wird und berechne, wie groß dieser ist.

A, B **4** Ein kleiner Fitnessbetrieb bietet verschiedene Fitnesskurse an. Die Teilnahme an einer Stunde kostet 14€. Die Kosten für eine Kurseinheit lassen sich mit der quadratischen Kostenfunktion K mit $K(x) = 0{,}05x^2 + 2x + 120$ beschreiben, wobei x die Anzahl der am Kurs teilnehmenden Personen angibt. Es können maximal 25 Personen an einer Kursstunde teilnehmen.

a. Berechne die Höhe der Kosten, wenn ein Kurs ausgebucht ist.

b. Stelle die Erlösfunktion E sowie die Gewinnfunktion G auf und berechne Erlös und Gewinn für eine ausgebuchte Kurseinheit.

c. Berechne, wie viele Personen mindestens an einem Kurs teilnehmen müssen, damit der Betrieb keinen Verlust macht.

d. Der Betrieb macht durchschnittlich einen Gewinn von 79,80€ pro Kurseinheit. Berechne die dafür erforderliche Anzahl an teilnehmenden Personen.

Autorin: Bettina Ponleitner

Ich kann Problemstellungen aus Wirtschaft, Alltag und Wissenschaft durch quadratische Funktionen modellieren und ihre Lösungen interpretieren.

A, B **5** Der Preis eines Produktes ist abhängig von der verkauften Menge x und ist durch die Preisfunktion p mit $p(x) = -0{,}02x + 12{,}75$gegeben.

a. Stelle die Erlösfunktion E auf.

b. Berechne, bei welcher verkauften Stückzahl der maximale Erlös erzielt wird. Gib den zugehörigen Verkaufspreis p sowie den maximalen Erlös an.

c. Berechne, welche Stückmenge verkauft werden muss, damit Betrieb einen Erlös von 2025 GE erzielt.

A, B **6** Ein Betrieb produziert spezielle Foto-Rucksäcke, in denen eine Kamera sowie verschiedene Objektive sicher verstaut werden können. Die bei der Herstellung von x Stück entstehenden monatlichen Kosten können mit der quadratischen Kostenfunktion K mit $K(x) = 0{,}08x^2 - 25x + 2950$beschrieben werden. Ein Foto-Rucksack wird um 150€ verkauft.

a. Stelle die Erlösfunktion E sowie die Gewinnfunktion G auf.

b. Berechne die Nullstellen der Gewinnfunktion G und erkläre, welche Bedeutung diese für den Betrieb haben.

c. Berechne, bei welcher verkauften Stückzahl der maximale Gewinn erzielt wird, und gib an, wie groß dieser ist.

Lösungen zu: Ich kann Problemstellungen aus Wirtschaft, Alltag und Wissenschaft durch quadratische Funktionen modellieren und ihre Lösungen interpretieren.

1 a. Kosten für 35 ME: 5173 GE.

b. 25 ME [Die zweite Lösung der quadratischen Gleichung ist größer als die maximal mögliche Produktionsmenge.]

2 a. $E(x) = 24x$.

b. $x_1 = 4{,}9$, $x_2 = 77{,}1$. Die erste Lösung gibt den Break-Even-Point an, das heißt, ab 4,9 produzierten und verkauften Mengeneinheiten macht der Betrieb keinen Verlust. Die zweite Lösung stellt die Gewinngrenze dar, wenn mehr als 77,1 ME produziert und verkauft werden, macht der Betrieb Verlust. Werden also monatlich zwischen 4,9 und 77,1 Mengeneinheiten produziert und verkauft, macht der Betrieb Gewinn.

3 a. $K(x) = 0{,}0002x^2 + 0{,}9x + 760$

b. $E(x) = 2x$, $G(x) = -0{,}0002x^2 + 1{,}1x - 760$

c. Break-Even-Point: $x = 820{,}3ME$, Gewinngrenze: $x = 4689{,}7ME$

d. maximaler Gewinn bei 2750 ME, maximaler Gewinn: $G_{max} = G(2750) = 752{,}5€$

4 a. $K(25) = 201{,}25€$

b. $E(x) = 14x$, $G(x) = -0{,}05x^2 + 12x - 120$

$E(25) = 350€$, $G(25) = 148{,}75€$

c. mind. 11 Personen

d. 18 Personen.

5 a. $E(x) = -0{,}02x^2 + 12{,}75x$

b. maximaler Erlös bei 318,75 ME;
maximaler Erlös: $E(318{,}75) = 2032{,}03GE$,
Verkaufspreis: $p(318{,}75) = 6{,}375GE$.

c. Bei einer Stückzahl von 300 bzw. 337,5 ME ist der Erlös 2025GE.

6 a. $E(x) = 150x$, $G(x) = -0{,}08x^2 + 125x - 2950$

b. Nullstellen: $x_1 = 24$, $x_2 = 1538$

Die Nullstellen geben den Break-Even-Point sowie die Gewinngrenze an. Wenn zwischen 24 und 1538 Rucksäcke produziert werden, erzielt das Unternehmen Gewinn.

c. maximaler Gewinn bei 781 verkauften Rucksäcken. $G(781) = 45878{,}20€$

Autorin: Bettina Ponleitner