

LÖSUNG ZU 273:

a)

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \sqrt[n]{r \cdot (\cos(\varphi + 2k\pi) + i \cdot \sin(\varphi + 2k\pi))} = \\
 & = \sqrt[n]{r} \cdot \sqrt[n]{\cos(\varphi + 2k\pi) + i \cdot \sin(\varphi + 2k\pi)} = \\
 & = \sqrt[n]{r} \cdot (\cos(\varphi + 2k\pi) + i \cdot \sin(\varphi + 2k\pi))^{\frac{1}{n}} = \\
 & = \sqrt[n]{r} \cdot (e^{i \cdot (\varphi + 2k\pi)})^{\frac{1}{n}} = \\
 & = \sqrt[n]{r} \cdot e^{i \frac{\varphi + 2k\pi}{n}} = \\
 & = \sqrt[n]{r} \cdot \left(\cos\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) \right) \text{ mit } n \in \mathbb{Z}^+ \text{ und } k = 1, 2, 3, \dots, n-1
 \end{aligned}$$

b)

1) Um zu begründen, dass es in der Menge \mathbb{C} der komplexen Zahlen keine Ordnung gibt, unterscheidet man zwei Fälle:

1. Fall: Man nimmt an, dass $i \geq 0$ ist.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Dann gilt nach der Multiplikation mit } i: & i^2 \geq 0 \\
 & -1 \geq 0 \quad \rightarrow \text{Widerspruch}
 \end{array}$$

2. Fall: Man nimmt an, dass $i < 0$ ist.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Dann gilt nach der Multiplikation mit } i: & i^2 > 0 \quad (\text{Das Relationszeichen ändert sich, da } i < 0 \text{ ist!}) \\
 & -1 > 0 \quad \rightarrow \text{Widerspruch}
 \end{array}$$

Daraus folgt, dass es in der Menge \mathbb{C} der komplexen Zahlen keine Ordnung gibt.

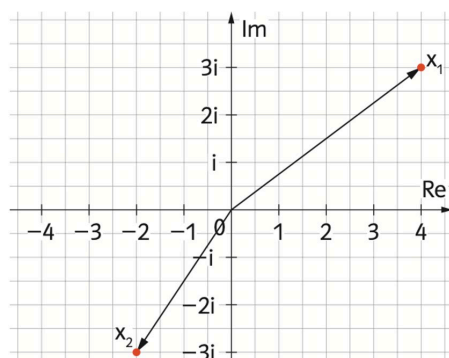
c)

1) Man löst (mit Technologie) die einzelnen Gleichungen.

$$\begin{array}{ll}
 \text{A: } x^2 + 6x - 16 = 0 & L = \{-8; 2\} \\
 \text{B: } x^2 + 16x + 68 = 0 & L = \{-8 + 2i; -8 - 2i\} \quad \dots \text{ konjugiert komplex} \\
 \text{C: } x^2 + (8 - 4i)x - 16i - 4 = 0 & L = \{-8 + 2i; 2i\} \\
 \text{D: } x^2 + 4x + 68 = 0 & L = \{-2 + 8i; -2 - 8i\} \quad \dots \text{ konjugiert komplex} \\
 \text{E: } x^2 + 32ix + 60 = 0 & L = \{2i\sqrt{79} - 16i; -2i\sqrt{79} - 16i\}
 \end{array}$$

Die Gleichungen B und D haben jeweils konjugiert komplexe Lösungen.

d) Graphische Darstellung der komplexen Zahlen $x_1 = 4 + 3i$ und $x_2 = -2 - 3i$:



1)

