LÖSUNG ZU 273:

a)

1) $\sqrt[n]{r\cdot(\cos(\varphi+2k\pi)+i\cdot\sin(\varphi+2k\pi))}=$

$=\sqrt[n]{r}\cdot\sqrt[n]{\cos(\varphi+2k\pi)+i\cdot\sin(\varphi+2k\pi)}=$

$=\sqrt[n]{r}\cdot(\cos(\varphi+2k\pi)+i\cdot sin(\varphi+2k\pi))^{\frac{1}{n}}=$

$=\sqrt[n]{r}\cdot\left(e^{\mathrm{i}\cdot(\varphi+2k\pi)}\right)^{\frac{1}{n}}=$

$=\sqrt[n]{r}\cdot e^{i\frac{\varphi+2k\pi}{n}}=$

$=\sqrt[n]{r}\cdot\left(\cos\left(\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right)+i\cdot\sin\left(\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right)\right)$ mit $n\in\mathbb{Z}^+$ und k = 1, 2, 3, …, n – 1

b)

1) Um zu begründen, dass es in der Menge $\mathbb{C}$ der komplexen Zahlen keine Ordnung gibt, unterscheidet man zwei Fälle:

1. Fall: Man nimmt an, dass $i\geq 0$ ist.
Dann gilt nach der Multiplikation mit i: $i^2\geq 0$
$-1\geq 0$ → Widerspruch

2. Fall: Man nimmt an, dass $i<0$ ist.
Dann gilt nach der Multiplikation mit i: $i^2>0$ (Das Relationszeichen ändert sich, da i < 0 ist!)
$-1>0$ → Widerspruch

Daraus folgt, dass es in der Menge $\mathbb{C}$ der komplexen Zahlen keine Ordnung gibt.

c)

1) Man löst (mit Technologie) die einzelnen Gleichungen.

A: $x^2+6x-16=0$	$L=\{-8;2\}$	
B: $x^2+16x+68=0$	$L=\{-8+2i;-8-2i\}$	… konjugiert komplex
C: $x^2+(8-4i)x-16i-4=0$	$L=\{-8+2i;2i\}$	
D: $x^2+4x+68=0$	$L=\{-2+8i;\ -2-8i\}$	… konjugiert komplex
E: $x^2+32ix+60=0$	$L=\{2i\sqrt{79}-16i;\ -2i\sqrt{79}-16i\}$	

Die Gleichungen B und D haben jeweils konjugiert komplexe Lösungen.

d) Graphische Darstellung der komplexen Zahlen $x_1=4+3i$ und $x_2=-2-3i$:

1)