

Ich kann die Integralrechnung auf wirtschaftliche Anwendungen, insbesondere auf Stammfunktionen von Grenzfunktionen und kontinuierliche Zahlungsströme anwenden, Berechnungen durchführen sowie die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren.

- B, C **1** Ein Betrieb hat Grenzkosten K' mit $K'(x) = 0,3x^2 - 0,64x + 6,5$ und Grenzkosten E' mit $E'(x) = -0,24x + 900$. Die Produktionskosten für 100 ME betragen 109 800 GE.
- Ermittle die Kostenfunktion.
 - „Die Erlösfunktion E ist gegeben durch $E(x) = -0,12x^2 + 900x + 10 980$.“ Ist diese Behauptung korrekt? Begründe deine Antwort und ermittle gegebenenfalls die richtige Erlösfunktion.
- A, B **2** Von einem Betrieb sind die Grenzkostenfunktion K' mit $K'(x) = 0,12x^2 - 1,2x + 9$ und die Grenzerlösfunktion E' mit $E'(x) = -0,6x + 1510$ bekannt. Der Break-Even-Point liegt bei 8 ME.
- Ermittle die Erlösfunktion E .
 - Ermittle die Gewinnfunktion G .
 - Ermittle die Kosten bei einer Produktion von 150 ME.
- A, B **3** Bei der Herstellung eines Produktes fallen Fixkosten in der Höhe von 5 000 GE an. Die Grenzkostenfunktion ist K' mit $K'(x) = 0,36x^2 - 0,8x + 10$, die Grenzerlösfunktion ist E' mit $E'(x) = -x + 800$.
- Kreuze die zugehörige Gewinnfunktion an.
- A $G(x) = 0,12x^3 + 0,1x^2 - 790x + 5000$ B $G(x) = -0,36x^2 - 2x - 5000$
 C $G(x) = -0,12x^3 - 0,1x^2 + 790x - 5000$ D $G(x) = -0,36x^2 - 2x - 4210$
 E $G(x) = -0,12x^3 - 0,1x^2 - 790x - 5000$
- A, B **4** Die Grenzkostenfunktion K' mit $K'(x) = 0,12x^2 - 0,8x + 5$ und die zugehörige Gewinnfunktion G mit $G(x) = -0,04x^3 - 0,1x^2 + 845x - 5000$ sind bekannt. Bei 100 ME beträgt der Gewinn 38 500 GE und der Erlös 80 000 GE.
- Ermittle die Kostenfunktion.
 - Ermittle die Erlösfunktion.
- A, B, C **5** Der Zahlungsstrom S in €/h eines Supermarktes, der an einem Donnerstag von 7:15 Uhr bis 20 Uhr geöffnet hat, wird durch die Funktion S mit $S(t) = 3,65t^4 - 2,44t^3 + 4,5t^2 - 1806t + 5000$ beschrieben. Dabei steht t für die Anzahl der Stunden nach der Öffnung des Supermarktes.
- Gib eine geeignete Definitionsmenge für t an.
 - Interpretiere den Ausdruck $\int_4^6 S(t) dt$ im Sachzusammenhang.
 - Berechne den aktuellen Zahlungsstrom um 18 Uhr in €/h.
 - Ermittle den Gesamtumsatz während der Öffnungszeit.
- A, B, C **6** Frau Jansen bildet Rücklagen für zukünftige Investitionen. Diese Rücklagen können durch den kontinuierlichen Zahlungsstrom R mit $R(t) = 6 000$ €/Jahr beschrieben werden, die zu einem stetigen Zinssatz $j_\infty = 2,5\%$ veranlagt werden.
- Berechne den Barwert und den Endwert der Rücklagen, wenn Frau Jansen das Geld über 10 Jahre hinweg anlegen möchte.

Ich kann die Integralrechnung auf wirtschaftliche Anwendungen, insbesondere auf Stammfunktionen von Grenzfunktionen und kontinuierliche Zahlungsströme anwenden, Berechnungen durchführen sowie die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren.

b. Nach 5 Jahren will Frau Jansen eine Investition von 35 000 € tätigen. Argumentiere, ob sie bis dahin einen ausreichend großen Geldbetrag angespart hat.

A, B, C **7** Ein durch den kontinuierlichen Zahlungsstrom R mit $R(t) = 4000 + 200t$ €/Jahr beschriebenes Kapital wird 5 Jahre lang zu einem Jahreszinssatz von 2,8% p.a. veranlagt.


a. Ermittle den äquivalenten stetigen Zinssatz. Runde das Ergebnis in Prozent auf 2 Nachkommastellen.

b. Interpretiere den Ausdruck $\int_0^2 R(t) \cdot e^{-0,0276 \cdot t} dt$ im Sachzusammenhang.

c. Berechne den Endwert des Kapitals.

Lösungen zu:

Ich kann die Integralrechnung auf wirtschaftliche Anwendungen, insbesondere auf Stammfunktionen von Grenzfunktionen und kontinuierliche Zahlungsströme anwenden, Berechnungen durchführen sowie die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren.

- 1 a. $K(x) = 0,1x^3 - 0,32x^2 + 6,5x + 12\,350$. [$K(x) = \int (0,3x^2 - 0,64x + 6,5) dx = 0,1x^3 - 0,32x^2 + 6,5x + c$,
 $K(100) = 97\,450 + c = 109\,800 \Rightarrow c = 12\,350$]
- b. Die Behauptung ist falsch, da immer $E(0) = 0$ gelten muss, für die gegebene Erlösfunktion aber $E(0) = 10\,980$ ist. Man erhält die Erlösfunktion durch Integrieren der Grenzerlösfunktion, das heißt
 $E(x) = \int (-0,24x + 900) dx = -0,12x^2 - 1,2x + c$. Da $E(0) = 0$ gelten muss, erhält man $c = 0$. Die richtige Erlösfunktion E ist daher $E(x) = -0,12x^2 - 1,2x$.
- 2 a. $E(x) = -0,3x^2 + 1510x$ [$E(x) = \int (-0,6x + 1510) dx = -0,3x^2 + 1510x + c$; da $E(0) = 0$ gelten muss, ist $c = 0$.]
- b. $G(x) = -0,04x^3 + 0,3x^2 + 1501x - 12\,006,72$ [$G(x) = E(x) - K(x)$, wobei
 $K(x) = \int K'(x) dx = 0,04x^3 - 0,6x^2 + 9x + c$; daher gilt $G(x) = -0,04x^3 + 0,3x^2 + 1501x - c$. Da der Break-Even-Point bei 8 ME liegt, gilt $G(8) = 0$ und daher $c = 12\,006,72$.]
- c. $K(150) = 134\,857$ GE [Verwende $K(x) = 0,04x^3 - 0,6x^2 + 9x + 12\,006,72$ aus Aufgabe b.]
- 3 ;
 [Kostenfunktion: $K(x) = \int K'(x) dx = 0,12x^3 - 0,4x^2 + 10x + c$; da die Fixkosten 5 000 GE betragen, erhält man $c = 5\,000$. Erlösfunktion: $E(x) = \int E'(x) dx = -0,5x^2 + 800x + c$; da $E(0) = 0$ gelten muss, ist $c = 0$.
 Gewinnfunktion: $G(x) = E(x) - K(x)$.]
- 4 a. $K(x) = 0,04x^3 - 0,4x^2 + 845x + 5000$ [$K(x) = \int K'(x) dx = 0,04x^3 - 0,4x^2 + 845x + c$. Da
 $G(100) = E(100) - K(100)$ gilt, erhält man $K(100) = 41\,500$ GE $\Rightarrow c = 5000$.]
- b. $E(x) = -0,5x^2 - 850x$ [$G(x) = E(x) - K(x) \Rightarrow E(x) = G(x) + K(x)$.]
- 5 a. Definitionsmenge: $0 \leq t \leq 12,75$. [Zwischen 7:15 Uhr und 20 Uhr liegen 12,75 Stunden.]
- b. Der Ausdruck $\int_4^6 S(t) dt$ gibt die Geldmenge an, die der Supermarkt zwischen 11:15 Uhr und 13:15 Uhr eingenommen hat. [$t = 4$ gibt den Zeitpunkt 4 Stunden nach der Öffnung des Supermarktes an.]
- c. aktueller Zahlungsstrom um 18 Uhr: $S(10,75) = 31\,819$ €. [Um 18 Uhr ist $t = 10,75$.]
- d. Gesamtumsatz während der Öffnungszeit: $\int_0^{12,75} S(t) dt = 149\,910,13$ €.
- 6 a. Barwert: $B = \int_0^{10} R(t) \cdot e^{-0,025t} dt = 53\,087,81$ € ;
 Endwert: $E = e^{0,025 \cdot 10} \cdot 53\,087,81 = 68\,166,10$ €

Lösungen zu:

Ich kann die Integralrechnung auf wirtschaftliche Anwendungen, insbesondere auf Stammfunktionen von Grenzfunktionen und kontinuierliche Zahlungsströme anwenden, Berechnungen durchführen sowie die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren.

b. Frau Jansen hat nach 5 Jahren weniger als 35 000 € angespart, da der Endwert nach 5 Jahren

$E = 31955,63$ € beträgt. [Barwert: $B = \int_0^5 R(t) \cdot e^{-0,025t} dt = 28\,200,74$ €, Endwert:

$$E = e^{0,025 \cdot 5} \cdot 28\,200,74 = 31955,63 \text{ €}]$$

7 a. $j_\infty = 2,76\%$ [$j_\infty = \ln(1+i) = \ln(1,028) = 0,02761\dots$]

b. Der Ausdruck $\int_0^2 R(t) \cdot e^{-0,0276 \cdot t} dt$ gibt den Barwert des Kapitals bei einem Veranlagungszeitraum von 2 Jahren an.

c. Endwert nach 5 Jahren: $E = 24\,064,81$ € [Barwert: $B = \int_0^5 R(t) \cdot e^{-0,0276t} dt = 20\,962,83$ €, Endwert:

$$E = e^{0,0276 \cdot 5} \cdot B = 24\,064,81 \text{ €}]$$