Thema: Rechenregeln für Potenzen mit rationalen Exponenten		**Grundkompetenz:**
Name:	**Schwierigkeitsgrad:**	**Klasse:**

Für alle a ∈ $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ und m, n ∈ $\mathbb{Q}$ gilt:

(1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (2) $a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Beweise:

Setzt man m = $\frac{u}{v}$ und n = $\frac{x}{y}$ mit u, x ∈ $\mathbb{N}$ und v, y ∈ $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt:

(1) $a^m \cdot a^n = a^{\frac{u}{v}} \cdot a^{\frac{x}{y}} = a^{\frac{uy}{vy}} \cdot a^{\frac{xv}{vy}} = \sqrt[vy]{a^{uy}} \cdot \sqrt[vy]{a^{xv}} = \sqrt[vy]{a^{uy} \cdot a^{xv}} = \sqrt[vy]{a^{uy+xv}} = a^{\frac{uy+xv}{vy}} = a^{\frac{u}{v}+\frac{x}{y}} = a^{m+n}$

(2) $a^m : a^n = \frac{a^{\frac{u}{v}}}{a^{\frac{x}{y}}} = \frac{a^{\frac{uy}{vy}}}{a^{\frac{xv}{vy}}} = \frac{\sqrt[vy]{a^{uy}}}{\sqrt[vy]{a^{xv}}} = \sqrt[vy]{\frac{a^{uy}}{a^{xv}}} = \sqrt[vy]{a^{uy-xv}} = a^{\frac{uy-xv}{vy}} = a^{\frac{u}{v}-\frac{x}{y}} = a^{m+n}$

(3) $(a^m)^n = \left(a^{\frac{u}{v}}\right)^{\frac{x}{y}} = \left(\sqrt[v]{a^u}\right)^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{\left(\sqrt[v]{a^u}\right)^x} = \sqrt[y]{\sqrt[v]{a^{u \cdot x}}} = \sqrt[y \cdot v]{a^{u \cdot x}} = a^{\frac{ux}{vy}} = a^{\frac{u}{v} \cdot \frac{x}{y}} = a^{m \cdot n}$