

Lösung Beispiel 720):

a)1)

P_M hat die gleiche x- und y-Koordinate, wie M. Die z-Koordinate ist 0: $P_M = (2|1|0)$.

S_M hat die gleiche x- und y-Koordinate, wie M. Die z-Koordinate ist -3: $P_M = (2|1|-3)$.

b)1

Man muss also zeigen, dass die Seiten gleich lang sind und im rechten Winkel aufeinander stehen:

$$|\overrightarrow{AB}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{25}$$

$$|\overrightarrow{BC}| = \left| \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{25}$$

$$|\overrightarrow{CD}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{25}$$

$$|\overrightarrow{DA}| = \left| \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{25}$$

Alle Seiten sind gleich lang.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = 0$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$$

$$\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

Benachbarte Seiten stehen im rechten Winkel zueinander, da das Skalarprodukt der entsprechenden Seitenvektoren 0 ergibt.

b)2) Um die Projektion der Eckpunkte auf die xy-Ebene zu erhalten, setzen wir die z-Koordinaten aller Punkte auf 0:

$A' = (2|1|0)$; $B' = (2|-4|0)$; $C' = (5|-4|0)$; $D' = (5|1|0)$

$$|\overrightarrow{A'B'}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{25} = 5$$

$$|\overrightarrow{B'C'}| = \left| \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{9} = 3$$

$$|\overrightarrow{CD}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = 5$$

$$|\overrightarrow{DA}| = \left| \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = 3$$

Zwei gegenüberliegende Seiten sind gleich lang. Es sind nicht alle vier Seiten gleich lang.

$$\overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{B'C'} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

Die Seiten AB und BC stehen normal aufeinander. Es handelt sich also um ein Rechteck.



c)1)

Abstand des Punktes M vom Ursprung:

$$|\vec{OM}| = \left| \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{14} \approx 3,74166$$

Abstand Erde-Mond ist daher ca. 374 166 km.

Das Licht benötigt für diese Strecke die Zeit $t = \frac{374\,166}{300\,000} \text{ s} \approx 1,25 \text{ s}$

