

Lösung Beispiel 1031.) a)

Zuerst wird die Gerade in Parameterdarstellung gebracht. Von dieser Darstellung ausgehend wird dann eine (1) parallele (2) normale Gerade aufgestellt und in die anderen Darstellungen gebracht.

Um die Gleichung in die Parameterdarstellung zu bringen, wird diese zuerst in die Hauptform gebracht:

$$g: -4x + 3y = -1 \quad \rightarrow \quad y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}$$

Aus dieser Darstellung können nun $k = \frac{4}{3}$ und $d = -\frac{1}{3}$ abgelesen werden. Daher kann man einen Punkt $(0 | -\frac{1}{3})$, sowie einen Richtungsvektor von $g \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right)$ angeben.

Eine Parameterdarstellung von g lautet daher:

$$X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- (1) Eine zu g parallele Gerade, die durch den Punkt P geht, erhält man, indem man den Punkt $P = (-4, 2)$ verwendet und einen Richtungsvektor der Geraden g :

$$X = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (\text{Parameterdarstellung})$$

Diese Darstellung kann nun in die Normalvektorform gebracht werden und daraus die allgemeine Form und Hauptform ermittelt werden:

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (\text{Normalvektordarstellung})$$

$$-4x + 3y = 22 \quad (\text{allgemeine Form}) \quad \rightarrow \quad y = \frac{4}{3}x + \frac{22}{3} \quad (\text{Hauptform})$$

- (2) Eine zu g normale Gerade, die durch den Punkt P geht, erhält man, indem man den Punkt P verwendet und einen zur Geraden g normalen Richtungsvektor:

$$X = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (\text{Parameterdarstellung})$$

Diese Darstellung kann nun in die Normalvektorform gebracht werden und daraus die allgemeine Form und Hauptform ermittelt werden:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (\text{Normalvektordarstellung})$$

$$3x + 4y = -4 \quad (\text{allgemeine Form}) \quad \rightarrow \quad y = -\frac{3}{4}x - 1 \quad (\text{Hauptform})$$

