LÖSUNG ZU 22:

1)

Um die Gültigkeit dieser Regel zu zeigen, formt man erst $2 \cdot \sqrt{f(x)}$ um in $2 \cdot f(x)^{\frac{1}{2}}$.

Anschließend differenziert man den Rechenausdruck und wendet die Kettenregel an.

$$\left(2 \cdot \sqrt{f(x)}\right)' = \left(2 \cdot f(x)^{\frac{1}{2}}\right)' = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot f(x)^{-\frac{1}{2}} \cdot f'(x)$$

Das Ergebnis wird nun vereinfacht und umgeformt.

$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot f(x)^{-\frac{1}{2}} \cdot f'(x) = f(x)^{-\frac{1}{2}} \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)^{\frac{1}{2}}} = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$$

Man erkennt nach der Umformung, dass die Regel gültig ist.

2)

Zuerst überprüft man ob $2x - 4$ die erste Ableitung von $x^2 - 4x$ ist.

$f(x) = x^2 - 4x$ → $f'(x) = 2x - 4$

Anschließend wendet man die Regel aus 1) an.

$$\int \frac{2x - 4}{\sqrt{x^2 - 4x}} dx = 2 \cdot \sqrt{x^2 - 4x} + c$$