

Thema: Weitere Beispiele zu kontinuierlichen linearen Wachstumsmodellen		Grundkompetenz:
Name:	Schwierigkeitsgrad: einfach	Klasse:

1. Ein Becken, das 50000 Liter fasst, wird mit Wasser gefüllt. Zu Beginn des Füllvorgangs befinden sich bereits 2000 Liter Wasser im Becken. Die momentane Geschwindigkeit, mit der das Füllen vor sich geht, beträgt 20 Liter/Minute.
 - a) Beschreibe das Befüllen des Beckens durch eine Differentialgleichung.
 - b) Gib die Lösung der Differentialgleichung an.
 - c) Berechne, wie viel Liter Wasser sich nach einer halben Stunde im Becken befinden.
 - d) Bestimme die Zeit, nach welcher das Becken zur Gänze gefüllt ist.

2. Ein Fahrzeug verlässt einen Ort A mit einer konstanten Geschwindigkeit von 70 km/h.
 - a) Beschreibe die Änderung der Entfernung des Fahrzeugs zum Ort A durch eine Differentialgleichung.
 - b) Gib die Lösung der Differentialgleichung an.
 - c) Bestimme die Entfernung (in km) des Fahrzeugs vom Ort A nach 1,5 Stunden.
 - d) Gib die Zeit an, nach der das Fahrzeug 192,5 km vom Ort A entfernt ist.

3. Karins Haare sind jetzt 60 cm lang. $y(t)$ beschreibt die Haarlänge (in mm) nach t Tagen. Es gilt $y'(t) = \frac{1}{3}$.
 - a) Interpretiere die Gleichung $y'(t) = \frac{1}{3}$ im Kontext.
 - b) Gib die Lösung der Differentialgleichung an.
 - c) Bestimme Karins Haarlänge vor vier Jahren (1 Jahr = 365 Tage), wenn die Haare nie geschnitten wurden.



Thema: Lösungen - Weitere Beispiele zu kontinuierlichen linearen Wachstumsmodellen		Grundkompetenz:
Name:	Schwierigkeitsgrad: einfach	Klasse:

1. Ein Becken, das 50000 Liter fasst, wird mit Wasser gefüllt. Zu Beginn des Füllvorgangs befinden sich bereits 2000 Liter Wasser im Becken. Die momentane Geschwindigkeit, mit der das Füllen vor sich geht, beträgt 20 Liter/Minute.

a) Beschreibe das Befüllen des Beckens durch eine Differentialgleichung.

$$y'(t) = 20 \text{ mit } y(0) = 2000$$

b) Gib die Lösung der Differentialgleichung an.

$$y(t) = 20 \cdot t + 2000 \quad y(t) \dots \text{ Füllmenge in Liter nach } t \text{ Minuten}$$

c) Berechne, wie viel Liter Wasser sich nach einer halben Stunde im Becken befinden.

$$0,5 \text{ h} = 30 \text{ min} \rightarrow y(30) = 20 \cdot 30 + 2000 = 2600 \text{ Liter}$$

d) Bestimme die Zeit, nach welcher das Becken zur Gänze gefüllt ist.

$$20 \cdot t + 2000 = 50000 \rightarrow 20 \cdot t = 48000 \rightarrow t = 2400 \text{ Minuten} = 40 \text{ Stunden}$$

2. Ein Fahrzeug verlässt einen Ort A mit einer konstanten Geschwindigkeit von 70 km/h.

a) Beschreibe die Änderung der Entfernung des Fahrzeugs zum Ort A durch eine Differentialgleichung.

$$y'(t) = 70 \text{ mit } y(0) = 0$$

b) Gib die Lösung der Differentialgleichung an.

$$y(t) = 70t \quad y(t) \dots \text{ Entfernung vom Ort A nach } t \text{ Stunden}$$

c) Bestimme die Entfernung (in km) des Fahrzeugs vom Ort A nach 1,5 Stunden.

$$y(1,5) = 70 \cdot 1,5 = 105 \text{ km}$$

d) Gib die Zeit an, nach der das Fahrzeug 192,5 km vom Ort A entfernt ist.

$$y(t) = 192,5 \rightarrow 70 \cdot t = 192,5 \rightarrow t = 2,75 \text{ Stunden} = 2 \text{ Stunden } 45 \text{ Minuten}$$

3. Karins Haare sind jetzt 60 cm lang. $y(t)$ beschreibt die Haarlänge (in mm) nach t Tagen. Es gilt $y'(t) = \frac{1}{3}$.

a) Interpretiere die Gleichung $y'(t) = \frac{1}{3}$ im Kontext.

$y'(t)$ gibt die momentane Wachstumsgeschwindigkeit der Haare in mm/Tag an, d.h.

Karins Haare wachsen mit einer momentanen Geschwindigkeit von $\frac{1}{3}$ mm/Tag.

b) Gib die Lösung der Differentialgleichung an.

$$60 \text{ cm} = 600 \text{ mm} \rightarrow y(t) = \frac{1}{3} \cdot t + 600$$

c) Bestimme Karins Haarlänge vor vier Jahren (1 Jahr = 365 Tage), wenn die Haare nie geschnitten wurden.

$$4 \text{ Jahre} = 4 \cdot 365 \text{ Tage} = 1460 \text{ Tage} \rightarrow y(-1460) = \frac{1}{3} \cdot (-1460) + 600 \approx 113,33 \text{ mm}$$

